



Hidrodinamikai
Rendszerek
Tanszék

Biomechanika *Áramlástani alapok*



Till Sára
still@hds.bme.hu



Motiváció





1. Bevezető fogalmak az áramlástanban
2. A véráramlás leírása, a vérnyomásmérés módszerei mint áramlástechnikai folyamatok, módszerek
3. Diagnosztikai paraméterek (orvosi és műszaki szemléletmód)



1. Bevezető fogalmak az áramlástanban



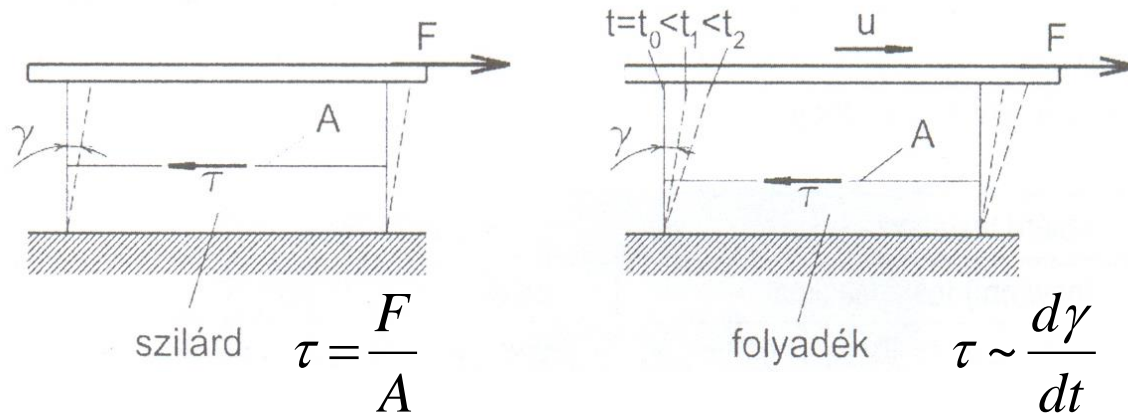
1. Bevezető fogalmak az áramlásban

- Folyadékok tulajdonságai
 - Halmazállapot
 - Viskozitás
 - Hőmérséklet, sűrűség
 - Nyomás fogalma, mérése (→ Hidrosztatika alaptörvénye)
- Áramló közegek
 - Sebesség fogalma (→ Kontinuitási törvény)
 - Áramló folyadék mozgásegyenlete (→ Navier-Stokes egyenlet, Bernoulli egyenlet)



Folyadékok

- Cseppfolyós, légnemű halmazállapot
- Tetszőleges mértékben deformálható anyagszerkezet változás nélkül



- Folyadékok esetén a csúsztatófeszültség arányos a deformáció-sebességgel
- Ha a kapcsolat lineáris: *newtoni folyadék*
- Ha nem lineáris: *nem-newtoni folyadék*



Folyadékok

- Newtoni folyadék – Newton-féle viszkozitási törvény:

$$\tau = \mu \frac{d\gamma}{dt}$$

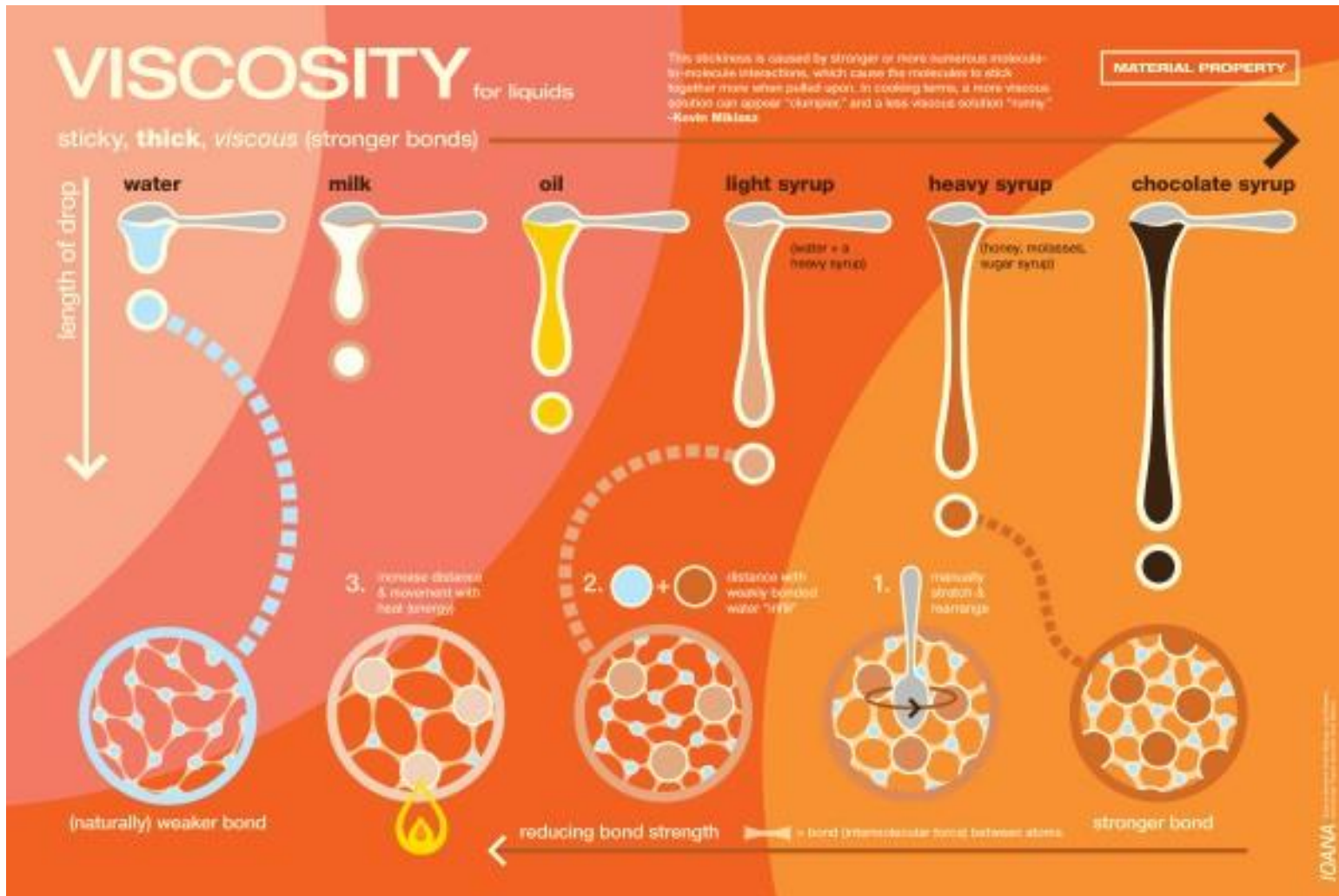
ahol μ : dinamikai viszkozitás [Pa·s];

ν : kinematikai viszkozitás [m²/s]; $\nu = \frac{\mu}{\rho}$

- **Viszkozitás:**
 - Kis viszkozitású anyagok (víz, levegő, alkohol, stb.)
 - Viszkózus anyagok (méz)
- **Reológia:**
 - Anyagok folyási tulajdonságainak vizsgálata



Folyadékok - viszkozitás



Folyadékok tulajdonságai

- Térfogat: V [m³]
- Tömeg: m [kg]
- Fajtérfogat: v [m³/kg]
- Sűrűség:

$$\rho = 1/v \text{ [kg/m}^3\text{]}$$

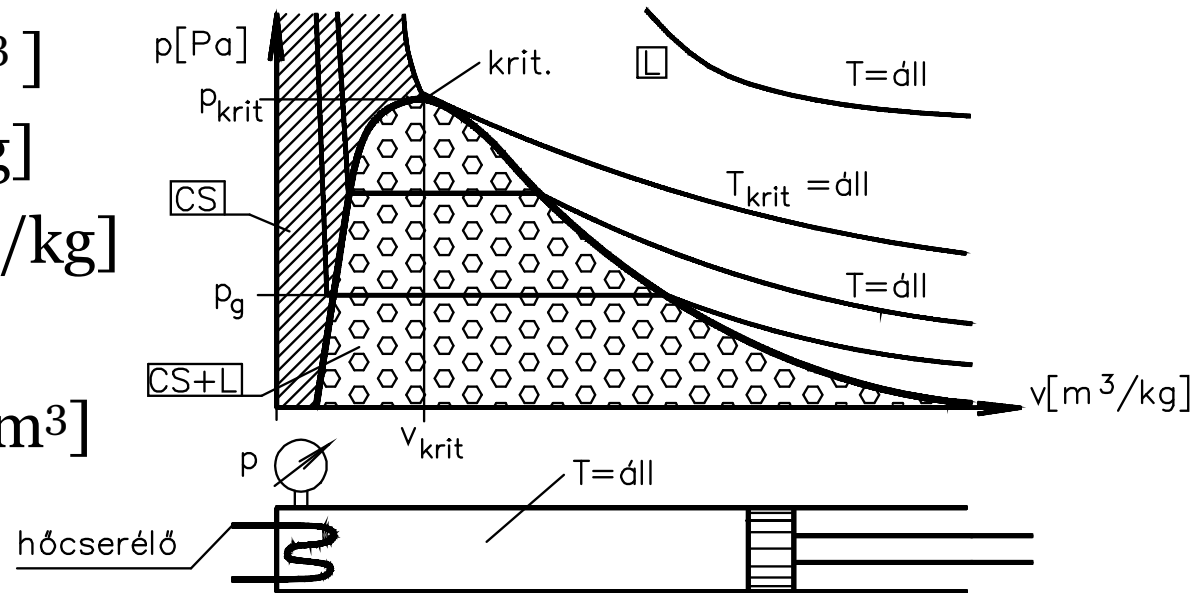
- Nyomás:

$$p \text{ [Pa]} = \text{[N/m}^2\text{]}$$

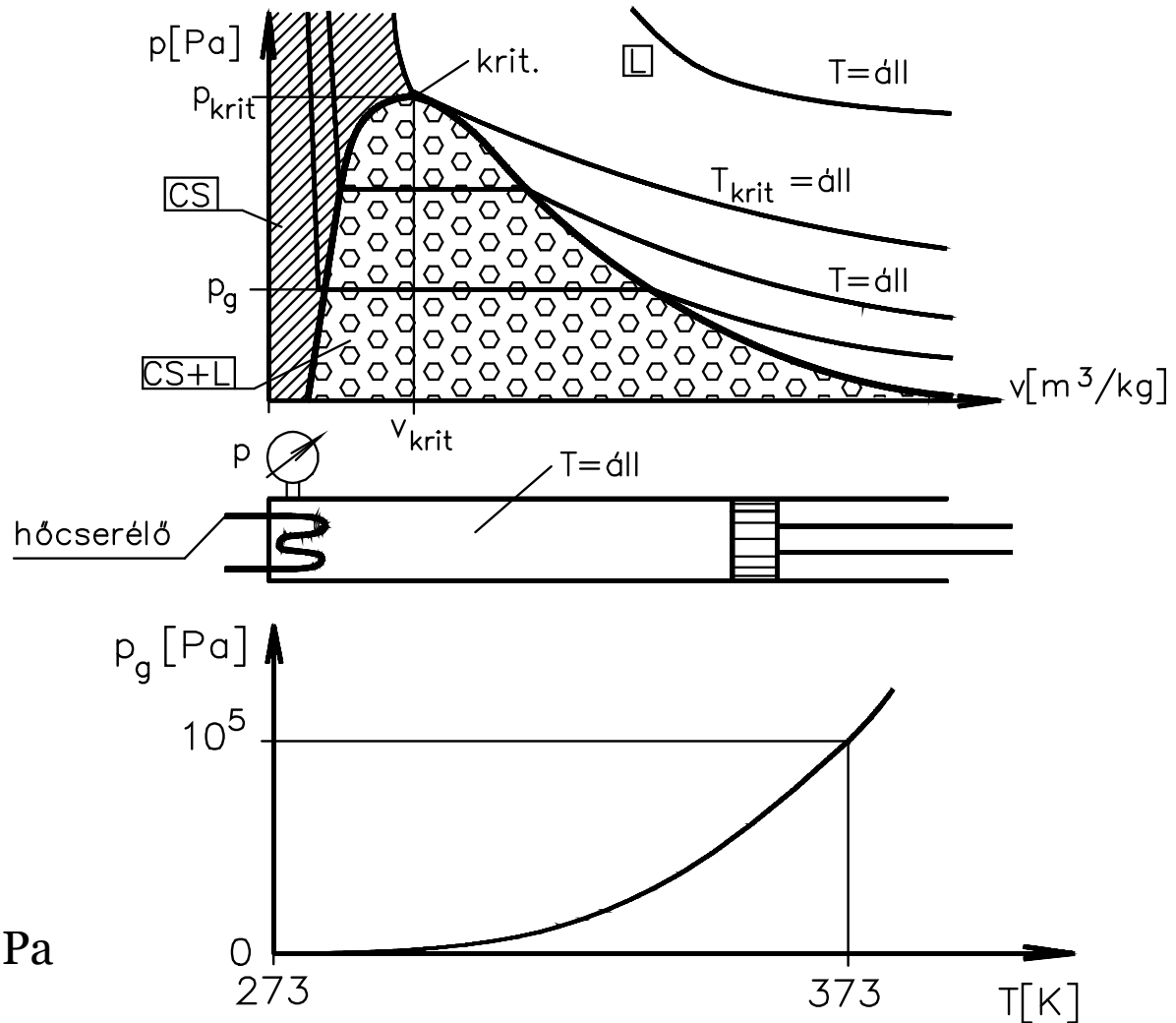
- Hőmérséklet: T [K] { t [° C] }

- $T = \text{áll.}$ mellett dugattyút nyomjuk befelé (kondenzáció)

- T_{krit} hőmérséklet, nincs hőfelszabadulás

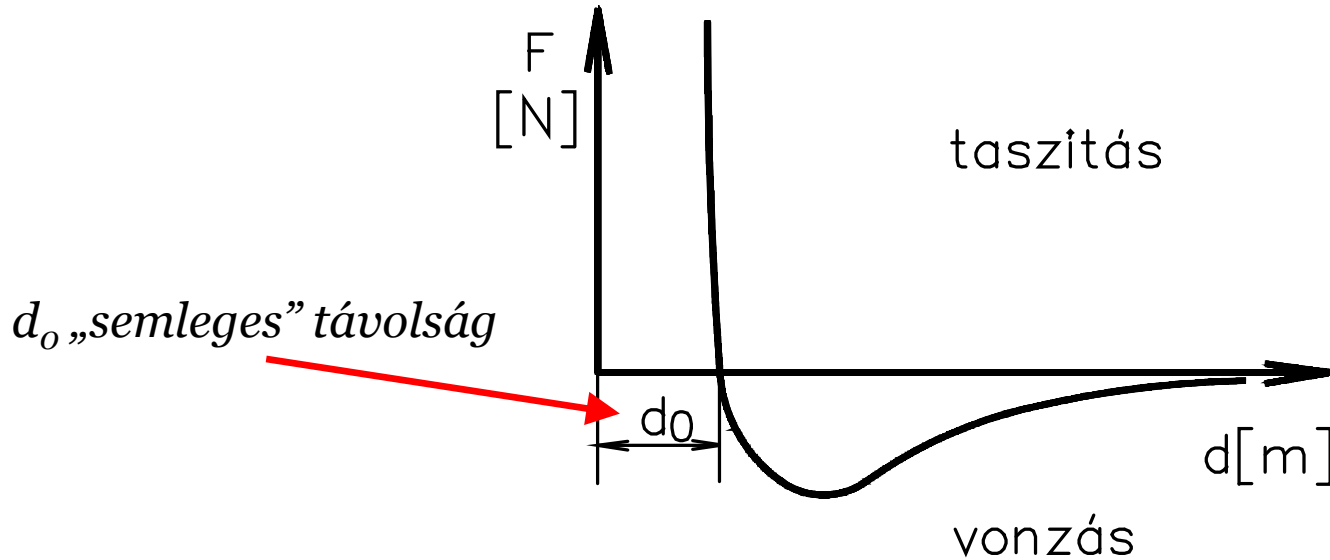


- Telített gőz
- Túlhevített gőz
- Kritikus pontok
 - Víz
 - $T_{krit} = 647 \text{ K}$
 - $p_{krit} = 2.25 \cdot 10^7 \text{ Pa}$
 - Levegő
 - $O_2 : T_{krit} = 154 \text{ K}$
 - $N_2 : T_{krit} = 126 \text{ K}$
- Víz tenziógörbéje
 - $t = 20^\circ \text{ C } p_g = 2400 \text{ Pa}$
 - $t = 100^\circ \text{ C } p_g = 10^5 \text{ Pa}$
 - $t = 220^\circ \text{ C } p_g = 22 \cdot 10^5 \text{ Pa}$





Cseppfolyós és légnemű közegek



Molekulák közötti erőhatás a távolság függvényében

- Cseppfolyós: $d \approx d_0 = 3-5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$
- Gázok sűrűsége kb. három nagyságrenddel (10^3) kisebb, emiatt $d \approx 10 \cdot d_{0,\text{cseppfolyós}} \rightarrow$ vonzás elhanyagolható!



Cseppfolyós és légnemű közegek

Viszkozitás

- *Légnemű közeg*: gázmozgás közbeni molekuláris impulzuscsere, hőmérséklet növelésével a mozgás sebessége és ezzel a viszkozitás nő, nyomástól független
- *Cseppfolyós közeg*: molekulák közötti erő domináns, hőmérséklet növekedésével intenzívebb a hőmozgás, nő a d távolság, viszkozitás csökken, nyomástól független



Cseppfolyós és légnemű közegek

	Cseppfolyós	Légnemű
Molekulák közötti távolág	kicsi $\approx d_0$	nagy $\approx 10 \cdot d_0$
Molekulák közötti erő szerepe	nagy szabad felszint képez	kicsi kitölti a rendelkezésre álló teret
Nyomás növekedés hatása a térfogatra	kicsi 1000 bar 5 % térfogatcsökkenést okoz	nagy T=áll. esetén a fajtérfogat (v) 1/p-vel arányos
A viszkozitás forrása	molekulák közötti vonzóerő	molekulák hőmozgása miatti impulzuscsere
A viszkozitás - a hőmérséklet növekedésével - a nyomástól	csökken nem függ	nő nem függ



Ideális folyadék

- Jelentős különbség, mégis sok egyezés
(pl. *Newton-féle viszkozitási törvény*)
- A **valóságos folyadékok** modellezése **ideális folyadékokkal**

Valóságos folyadék

- molekuláris szerkezetű
- súrlódásos ($\mu \neq 0$)
- összenyomható ($\rho \neq \text{áll.}$)

Ideális folyadék

- homogén (kontinuum)
- súrlódásmentes ($\mu = 0$)
- összenyomhatatlan ($\rho = \text{áll.}$)



Nyomás fogalma

- **Nyomás:** egységnyi felületre ható erő

$$p = \frac{F}{A} = \frac{\text{Erő}}{\text{Felület}}$$

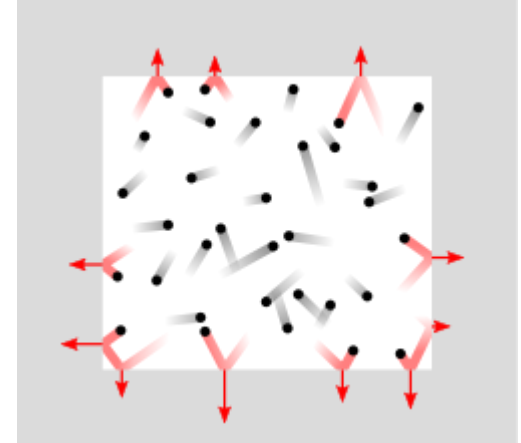
$$1Pa = \frac{1N}{1m^2}$$

- **Erő:**

$$F = m \cdot g = \text{tömeg} \cdot \text{nehézségi_gyorsulás}$$

$$1kg \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} = 9.81N$$

$$1N \approx 0.102kg \cdot 9.81 \frac{m}{s^2}$$



Részecskék ütközése zárt térben



Nyomás fogalma

- Mértékegységek

$$1Pa = \frac{1N}{1m^2}$$

$$1bar = 10^5 Pa$$

$$1atm = \frac{1 \text{ kg tömeg}}{1cm^2 \text{ felületen}} = \frac{1kg \cdot 9.81 \frac{m}{s^2}}{10^{-4} m^2} = 98100Pa \approx 1bar$$

$$1v.o.m = 1 \text{ m} \cdot 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} = 9810Pa$$

$$1Hgmm = 1 \text{ mm} \cdot 13600 \frac{kg}{m^3} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} = 133.4Pa$$

$$120Hgmm = 16000Pa = 0.16bar$$



Nyomás fogalma

- Abszolút nyomás
 - A tökéletes vákuumhoz viszonyítunk (zérus abszolút nyomás = tökéletes vákuum)
- Túlnyomás
 - A légköri nyomáshoz viszonyítunk (zérus túlnyomás = légköri nyomás)
 - könnyen mérhető, műszaki gyakorlatban gyakran használatos

$$P_{túl} = P_{abszolút} - P_0$$

- Légköri nyomás
 - Meghatározása barométerrel (pl. Torricelli cső használata)



Nyugvó folyadékok - Hidrosztatika

- A folyadék gyorsulása zérus = hidrosztatika

3D Euler egyenlet:

$$\frac{d\underline{v}}{dt} = \underline{g} - \frac{1}{\rho} \text{grad } p$$
$$\underline{0} = \underline{g} - \frac{1}{\rho} \text{grad } p$$

A hidrosztatika alapegyenlete: $\text{grad } p = \rho \underline{g}$

$$\underline{g} = -\text{grad}U \quad (\text{potenciálos erőtér})$$

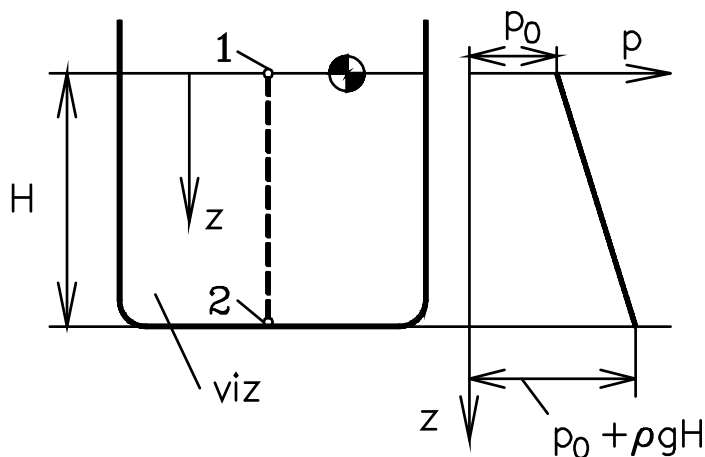
$$\text{grad } p = -\rho \cdot \text{grad}U$$

Integrálva: $\frac{p_1}{\rho} + U_1 = \frac{p_2}{\rho} + U_2$ (lásd később: Bernoulli egyenlet)



Nyomásváltozás tartályban (I.)

A Föld nehézségi erőterében lévő tartály látható, amelyben ρ sűrűségű víz van. Határozzuk meg a nyomás változását a tartályban!



$$\underline{g} = g \underline{k}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} \underline{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \underline{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \underline{k} = \rho g \underline{k}$$

$$dp/dz = \rho g$$

$$p(z) = \rho g z + konst.$$

$$p_0 = p(0) = \rho g \cdot 0 + konst.$$

$$p(z) = \rho g z + p_0$$



Nyomásváltozás tartályban (II.)

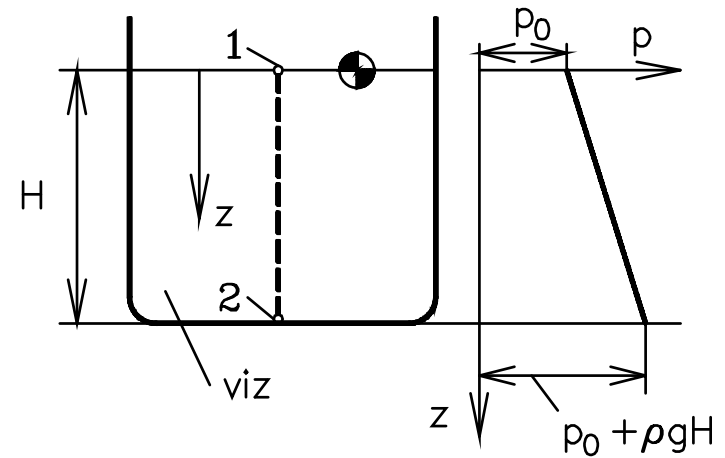
A Föld nehézségi erőterében lévő tartály látható, amelyben ρ sűrűségű víz van. Határozzuk meg a nyomás változását a tartályban!

$$p = p_0 + \rho g z$$

$$\frac{p_1}{\rho_1} + U_1 = \frac{p_2}{\rho_2} + U_2$$

$$p_1 = p_0, \quad z_1 = 0, \quad p_2 = ?, \quad z_2 = H$$

$$p_2 - p_0 = \rho g H$$





Hidrosztatika – vízoszlop nyomása

- h magas vízoszlop:

$$G = V \cdot \rho \cdot g = A \cdot h \cdot \rho \cdot g$$

$$p = \frac{F}{A} = \frac{G}{A}$$

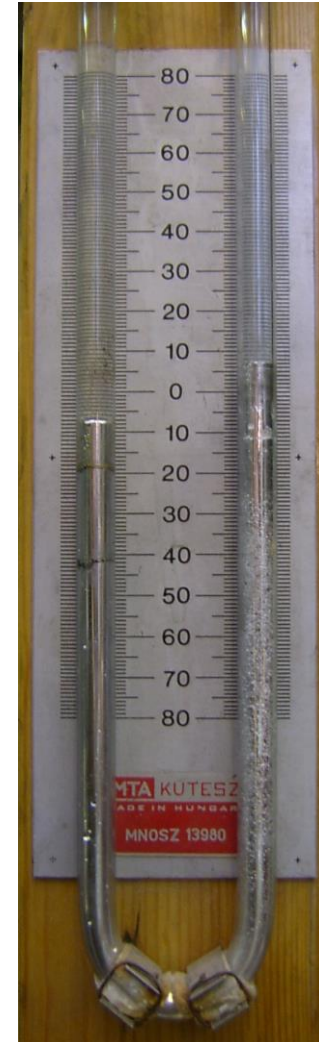
$$p = h \cdot \rho \cdot g$$

példa:

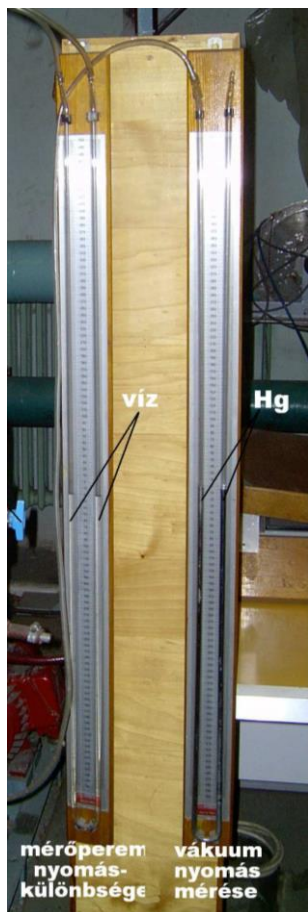
$$p_0 = 10^5 \text{ Pa} = h_0 \cdot 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$h_0 = 10,19 \text{ m}$$

- Manométerek alkalmazása

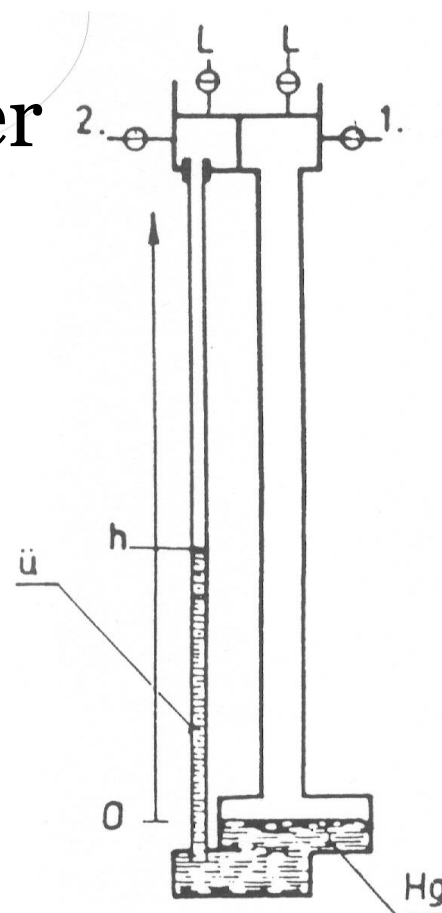
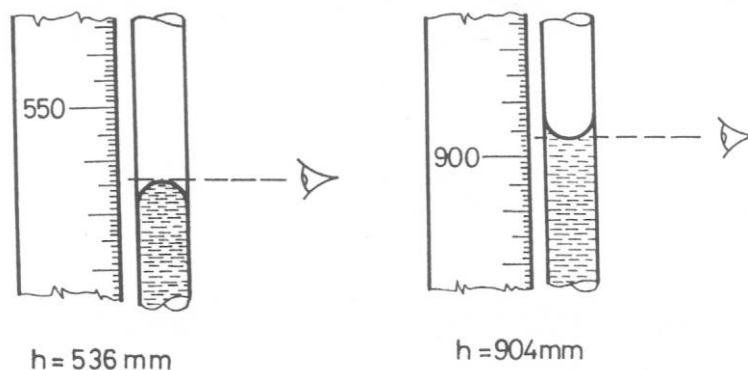


U-csöves manométer



Egycsöves manométer

Manométerek leolvasása





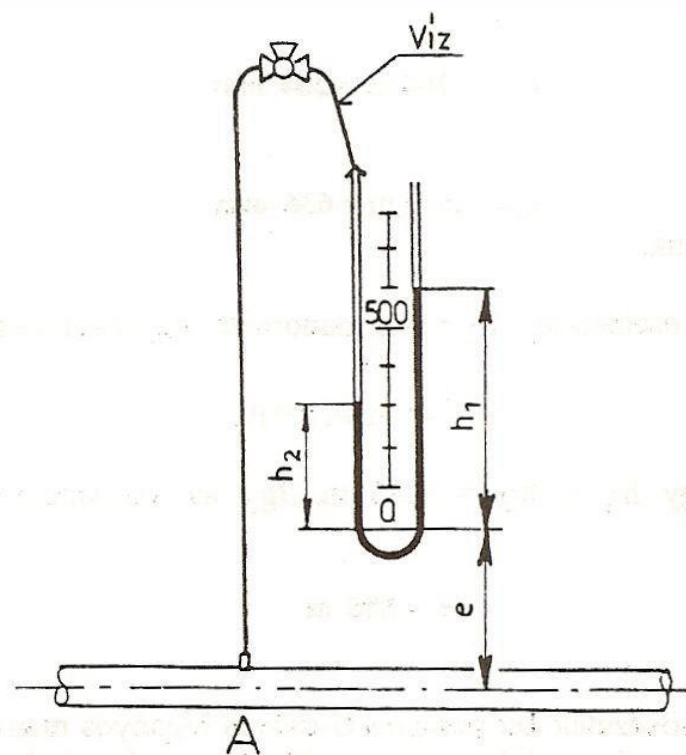
Hidrosztatika – manométer példa

$$h_1 = 616 \text{ mm}$$

$$h_2 = 284 \text{ mm}$$

$$e = 510 \text{ mm}$$

$$p_0 = 98 \text{ kPa}$$



$$p_A - (e + h_2)\rho_{\text{víz}} g = p_0 + (h_1 - h_2)\rho_{\text{Hg}} g$$

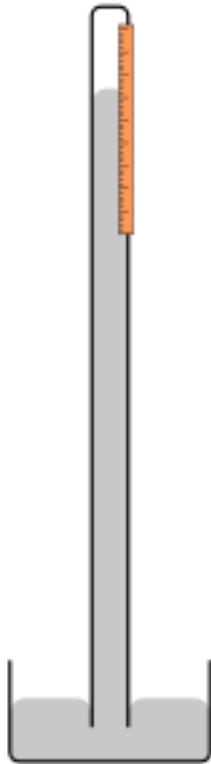
$$p_A = 98000 \text{ Pa} + (0,616 \text{ m} - 0,284 \text{ m}) \cdot 13600 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 + (0,51 \text{ m} + 0,284 \text{ m}) \cdot 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$p_A = 150083 \text{ Pa} = 150,1 \text{ kPa}$$



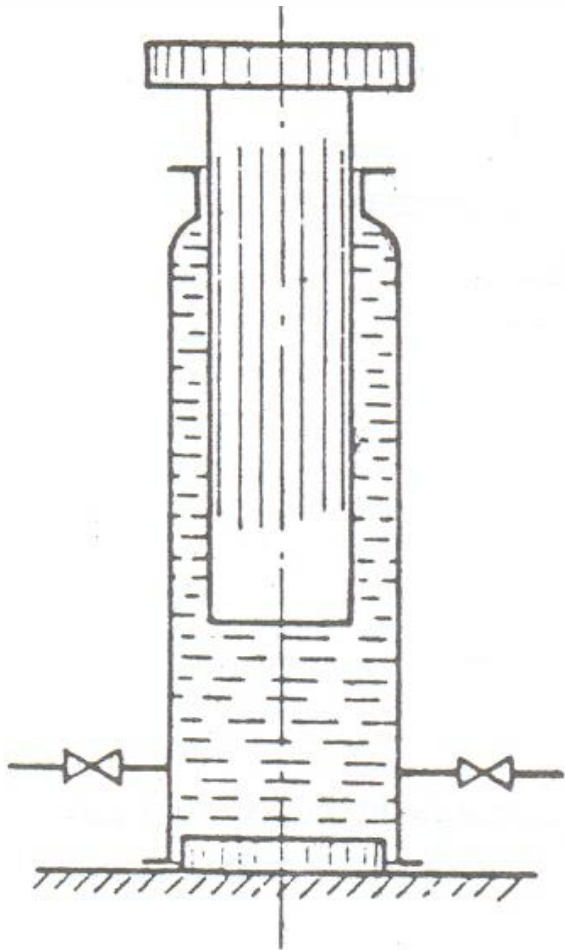
Toricelli - cső

Evangelista Torricelli
(1608-1647)



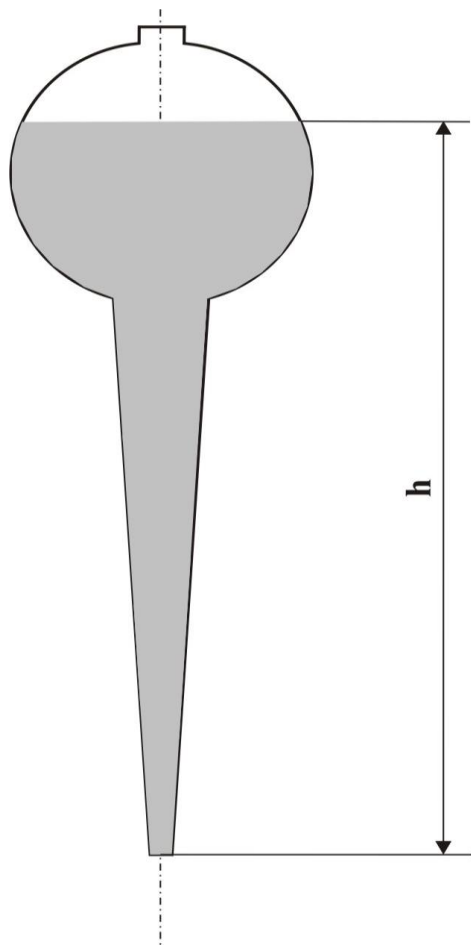


Hidraulikus emelő





Lopó





Kémény statikus huzata

- Hidrosztatika, a nagyobb hőmérséklethez kisebb sűrűség tartozik

$$\Delta p = p_l - p_f = (\rho_l - \rho_f)gh$$

$$\Delta p = p_l - p_f = \rho_l \left(1 - \frac{T_l}{T_f} \right) gh$$

Δp : nyomáskülönbség – huzat; *Pa*

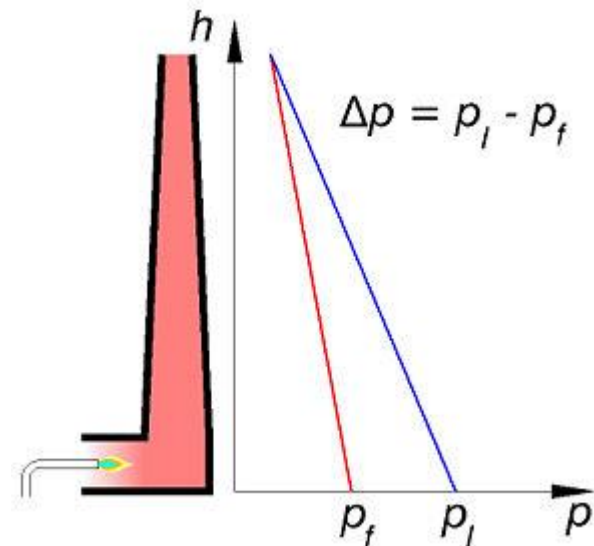
ρ_l : levegő sűrűsége; *kg/m³*

ρ_f : füstgáz sűrűsége; *kg/m³*

T_l : levegő hőmérséklete; *K*

T_f : füstgáz hőmérséklete; *K*

h : kémény magassága; *m*



Nyomásváltozás a kéményben és a szabadban

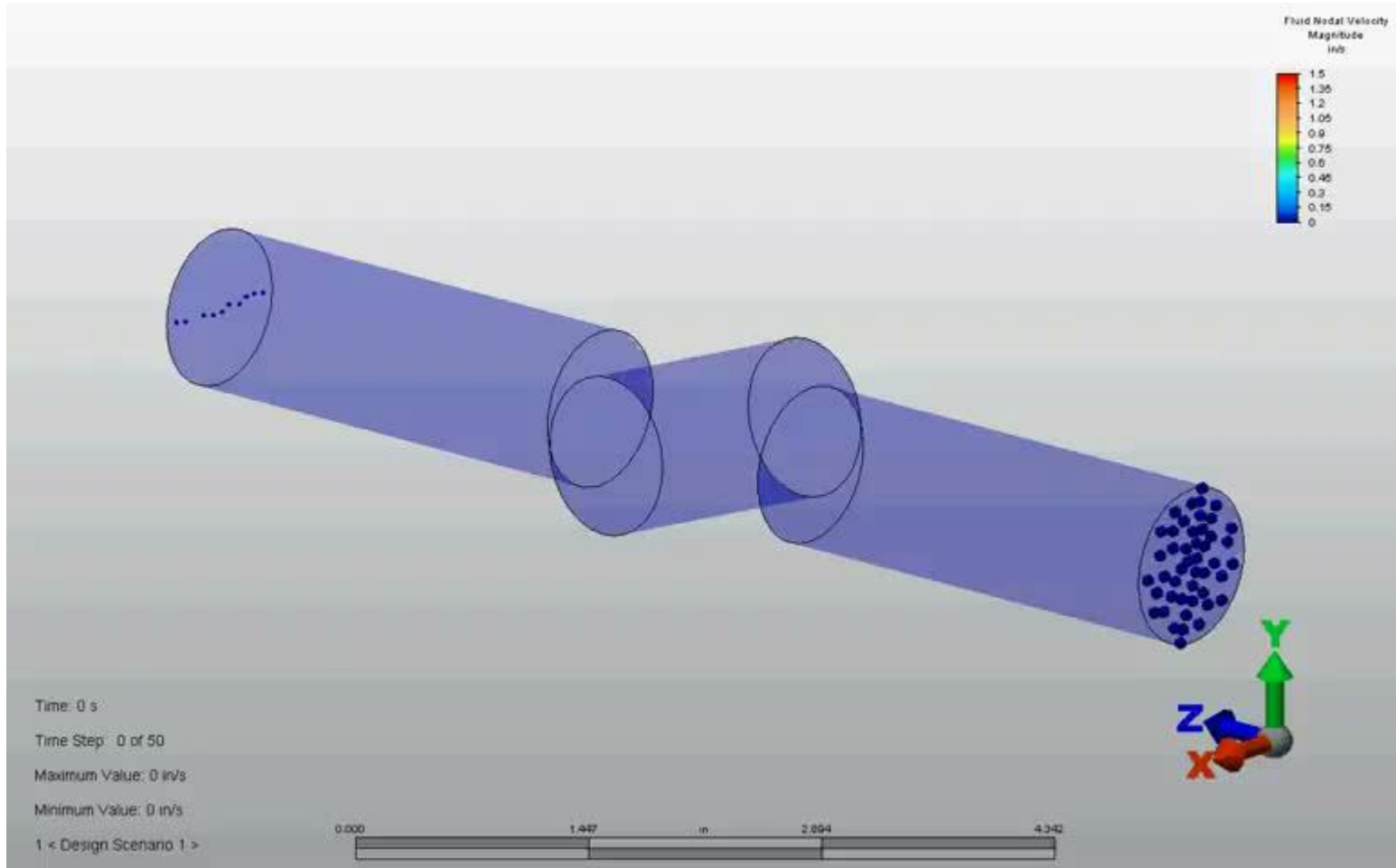


Meghatározások – Áramló közegek

- **Folyadékrész pályája:** folyadékrész egymás utáni pillanatokban elfoglalt helyzeteit összekötő görbe
- **Áramvonal:** olyan görbe, melyet a sebességvektor adott pillanatban minden pontjában érint (sebességvektorok burkológörbéje)
- **Nyomvonal:** a tér egy pontján áthaladó folyadékrészeket egy adott pillanatban összekötő görbe (szélcsatorna kísérlet füstcsík)
- **Áramfelület:** egy kijelölt vonalra illeszkedő áramvonalak alkotják (nincs átáramlás rajta)
- **Áramcső:** áramfelület zárt görbéből indítva



Nyomvonal, pálya



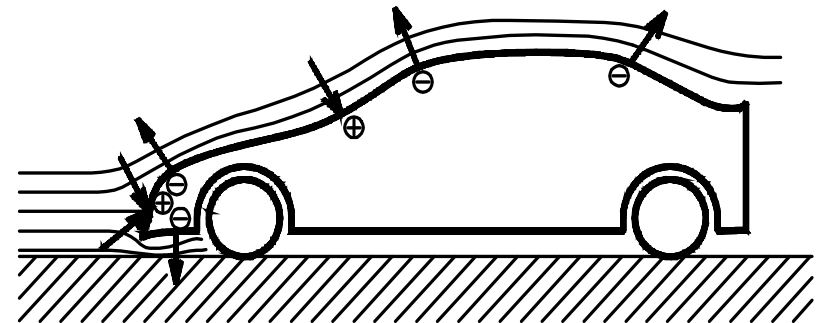
- **Állandósult**, vagy **stacionárius áramlás**:
a jellemzők (\underline{v} , p , ρ , T) nem függenek az időtől, csak helytől (adott koordinátarendszerben):

$$\underline{v} = \underline{v}(\underline{r})$$

- **Instacionárius áramlás**: a jellemzők időtől is függenek

$$\underline{v} = \underline{v}(\underline{r}, t)$$

- Egyes instac. áramlások a koordinátarendszer helyes megválasztásával stacionáriussá tehetők





- Kapcsolat a jellemzők (p , ρ , T) között

$$p = f(\rho, T) \quad E = \rho \left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_{T=\text{áll.}} \quad \beta = - \left. \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_{p=\text{áll.}}$$

- Ideális gáz:

$$p = \rho R T$$

- Valós gázok:

$$p = \frac{\rho R T}{1 - b \rho} - a \rho^2 \quad (\text{van der Waals egyenlet})$$



Áramló folyadék - kontinuitás

Áramlás áramcsőben

- Pillanatnyi folyadéktömeg az áramcsőben:

$$m(t) = \rho A dx$$

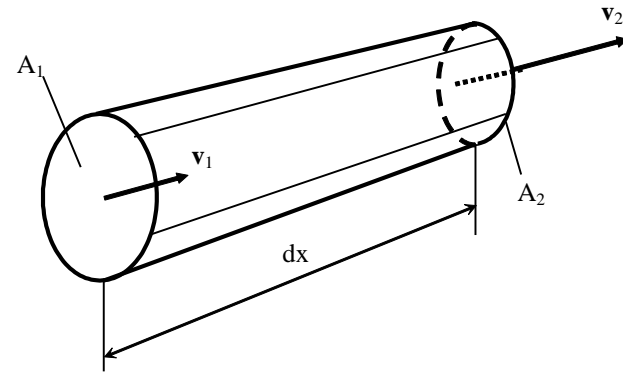
- Tömegváltozás:

$$m_{be} = \rho_1 A_1 v_1 dt$$

$$m_{ki} = \rho_2 A_2 v_2 dt = \left[\rho_1 A_1 v_1 + \frac{\partial}{\partial x} (\rho A v) dx \right] dt$$

- A tömeg megváltozása

$$\Delta m = m_{be} - m_{ki} = \frac{\partial}{\partial x} (\rho A v) dx \cdot dt$$





Áramló folyadék - kontinuitás

- Másrészt a tömegváltozás ρ , A változás miatt:

$$m(t + dt) \cong m(t) + \frac{\partial m}{\partial t} dt = m(t) + \frac{\partial}{\partial t} (\rho A dx) dt = m(t) + dx \frac{\partial}{\partial t} (\rho A) dt$$

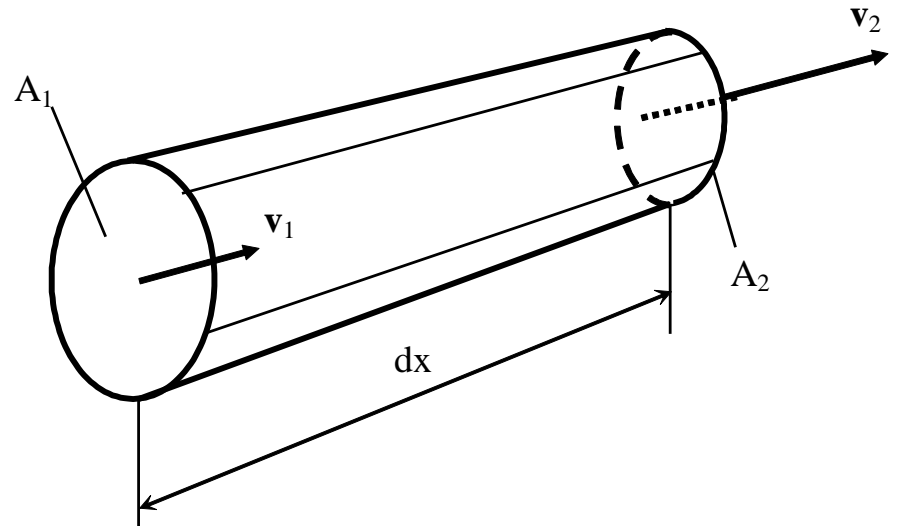
- Megegyezik:

$$dx \frac{\partial}{\partial t} (\rho A) dt \cong m(t + dt) - m(t) = - \frac{\partial}{\partial x} (\rho A v) dx dt$$

- Rendezve:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho A) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho A v) = 0$$

kontinuitás egyenlet
(tömegmegmaradás)





Áramló folyadék - kontinuitás

- Kontinuitás

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho A) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho Av) = 0$$

- Hidraulikában A állandó

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) = 0$$

- Állandó sűrűségű közeg:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial(Av)}{\partial x} = 0$$

Mindez **állandósult állapotban**

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho Av) = 0$$

- A állandó:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho v) = 0 \Rightarrow \rho_1 v_1 = \rho_2 v_2$$

- Állandó sűrűségű közeg:

$$\frac{\partial}{\partial x}(Av) = 0 \Rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2$$

- Kontinuitás egyenlet - áramcső:

$$\rho_1 \bar{v}_1 A_1 = \rho_2 \bar{v}_2 A_2$$

- Csövek esetén: $\bar{v}_2 = \bar{v}_1 \frac{\rho_1 D_1^2}{\rho_2 D_2^2}$

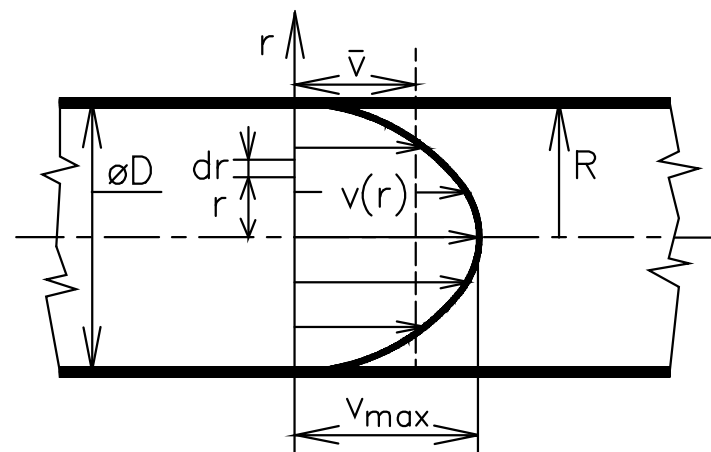
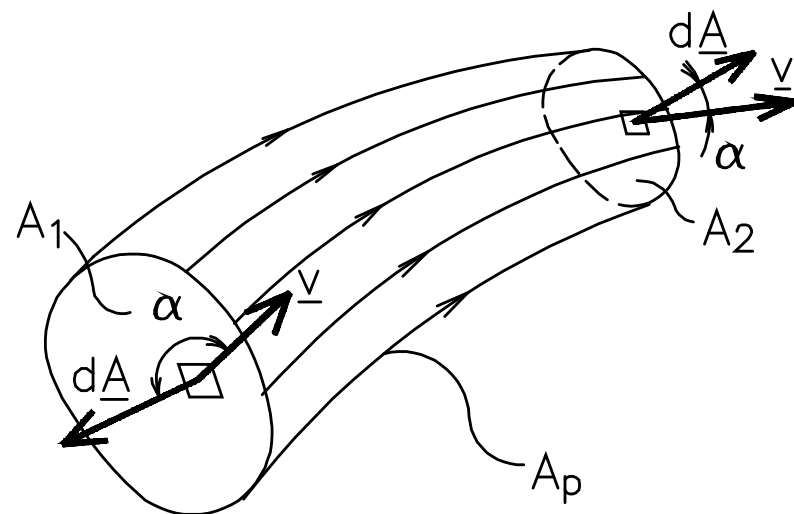
- Sebességprofil: $v(r) = v_{\max} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^n \right]$

- Átlagsebesség: $\bar{v} = \frac{4 q_v}{D^2 \pi} \quad [\text{m/s}]$

- Térfogatáram: $q_v = \int_0^R 2\pi r \cdot v_{\max} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^n \right] dr$

$$q_v = R^2 \pi v_{\max} \frac{n}{n+2}$$

- Átlagsebesség: $\bar{v} = \frac{n}{n+2} v_{\max}$





Kontinuitás – tagok jelentése

Kontinuitás egyenlet – állandó keresztmetszet: $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) = 0$

- 3D alak: $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v}) = 0$
- Szétbontva: $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{v} \text{ grad } \rho + \rho \text{ div } \mathbf{v} = 0$
- Tagok:

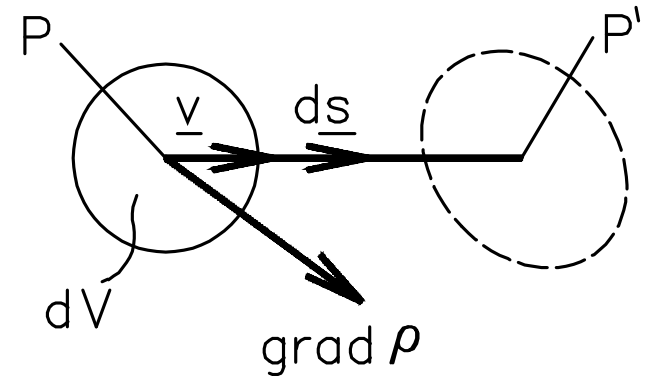
- 1. sűrűség időbeli változása P pontban

$$d\rho_1 = \frac{\partial \rho}{\partial t} dt \quad \text{lokális megváltozás}$$

- 2. sűrűség változása miközben a folyadék rész áramlik ds úton: ez a konvektív tag:

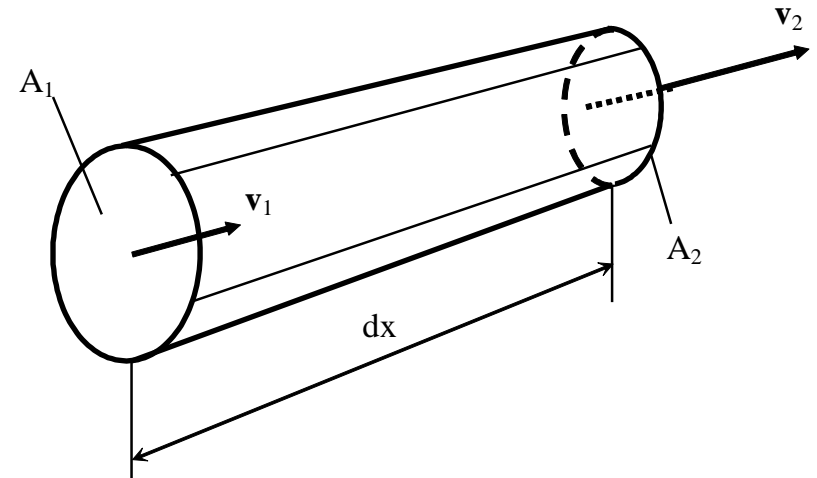
$$d\rho_k = \text{grad } \rho \underline{ds} = \text{grad } \rho \underline{v} dt \quad \text{konvektív megváltozás}$$

Teljes megváltozás = lokális megváltozás + konvektív megváltozás



Áramló folyadék - mozgásegyenlet

- Newton II. törvénye áramcsőre
(Egydimenziós eset)



- Folyadékkelem impulzusa:

$$dI = v \cdot m(t) = v \cdot (\rho A dx)$$

- Folyadékkelem impulzusának időbeli megváltozása
(belépő – kilépő folyadék impulzus különbsége és bent lévő folyadék impulzusának időbeli megváltozása) :

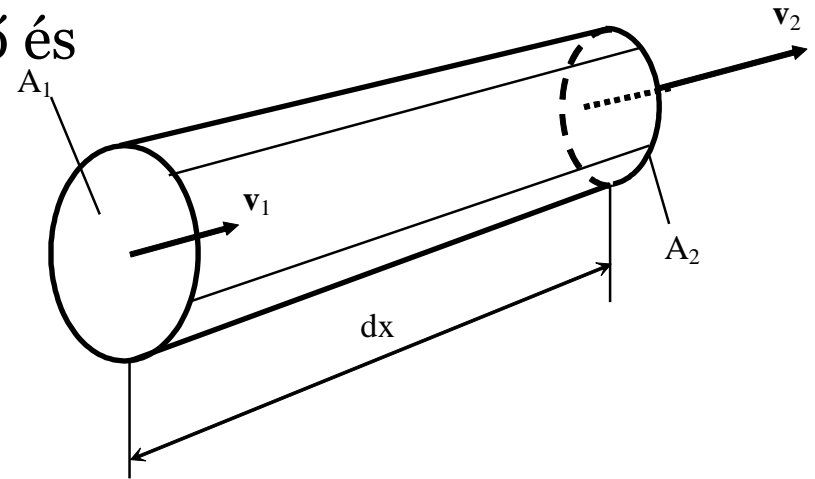
$$\frac{dI}{dt} = \frac{d(v\rho A)}{dt} dx = \left(\frac{\partial(v\rho A)}{\partial t} + \frac{\partial(v\rho v A)}{\partial x} \right) dx$$



Áramló folyadék - mozgásegyenlet

- Oka: A folyadékra ható belső és külső erők munkája:

$$\frac{dI}{dt} = F_p + F_g + F_s$$



- Mik ezek?

- Erőtér: $F_g = -g \sin \alpha \cdot dm = -g \frac{\partial z}{\partial x} \rho A dx$ α : csőtengely vízszintessel bezárt szöge

- Súrlódás (!): $F_s = -\frac{\rho}{2} |v| v A \lambda \frac{dx}{D}$

- Nyomás: $F_p = -\frac{\partial p}{\partial x} A dx$



Áramló folyadék - mozgásegyenlet

- Együtt a két felírás:
$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v A) dx + \frac{\partial}{\partial x}(v \rho v A) dx = -\frac{\partial p}{\partial x} A dx - g \frac{\partial z}{\partial x} \rho A dx - \frac{\rho}{2} |v| v \frac{\lambda}{D} A dx$$

- Átalakítva:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v A) + \frac{\partial}{\partial x}(v \rho v A) = -A \left[\frac{\partial p}{\partial x} + g \rho \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\rho}{2} |v| v \frac{\lambda}{D} \right]$$

- Bal oldal differenciálási szabály és kontinuitás alkalmazásával:

$$\begin{aligned} & v \frac{\partial}{\partial t}(\rho A) + \rho A \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x}(\rho v A) + \rho v A \frac{\partial v}{\partial x} \\ &= v \left[\frac{\partial}{\partial t}(\rho A) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v A) \right] + A \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) = A \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) \end{aligned}$$

kontinuitás miatt zérus



Áramló folyadék - mozgásegyenlet

- Mozgásegyenlet:
$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\lambda}{2D} |v| v = 0$$
- Súrlódásmentes eset – 1D Euler egyenlet
$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g \frac{\partial z}{\partial x} = 0$$
- 3D Euler:
$$\frac{d\underline{v}}{dt} = \underline{g} - \frac{1}{\rho} \text{grad } p$$
 ahol:
$$\frac{d\underline{F}_g}{dm} = \underline{g}$$

EULER, Leonhard (1707. április 15.—1783. szeptember 18.): svájci matematikus.

A XVIII. század legnagyobb és minden idők egyik legtermékenyebb matematikusa. Református lelkész fiaként született a svájci Baselben. Teológiát kezdett tanulni, de több kedvet érezve a matematikához JOHANN BERNOULLI tanítványa lett. Majd Tizennégy évig Szentpéterváron dolgozott. Ez alatt 130 művet írt meg, nevelte a tudományos utánpótlást és Oroszország térképeinek szerkesztésén is dolgozott. 1735-ben egy szembetegség és a megerőltetett munka következtében fél szemére megvakult.

1741-ben elfogadta NAGY FRIGYES porosz király meghívását a berlini akadémia élére, majd 1766-ban családotól visszaköltözött Szentpétervárra Nagy Katalin cárnő hívására.



Áramló folyadék – áttekintés

Kontinuitás egyenlet

$$1D \text{ alak: } \frac{\partial}{\partial t}(\rho A) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho A v) = 0$$

$$3D \text{ alak: } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0$$

Mozgásegyenlet

$$1D \text{ alak: } \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\lambda}{2D} |v| v = 0$$

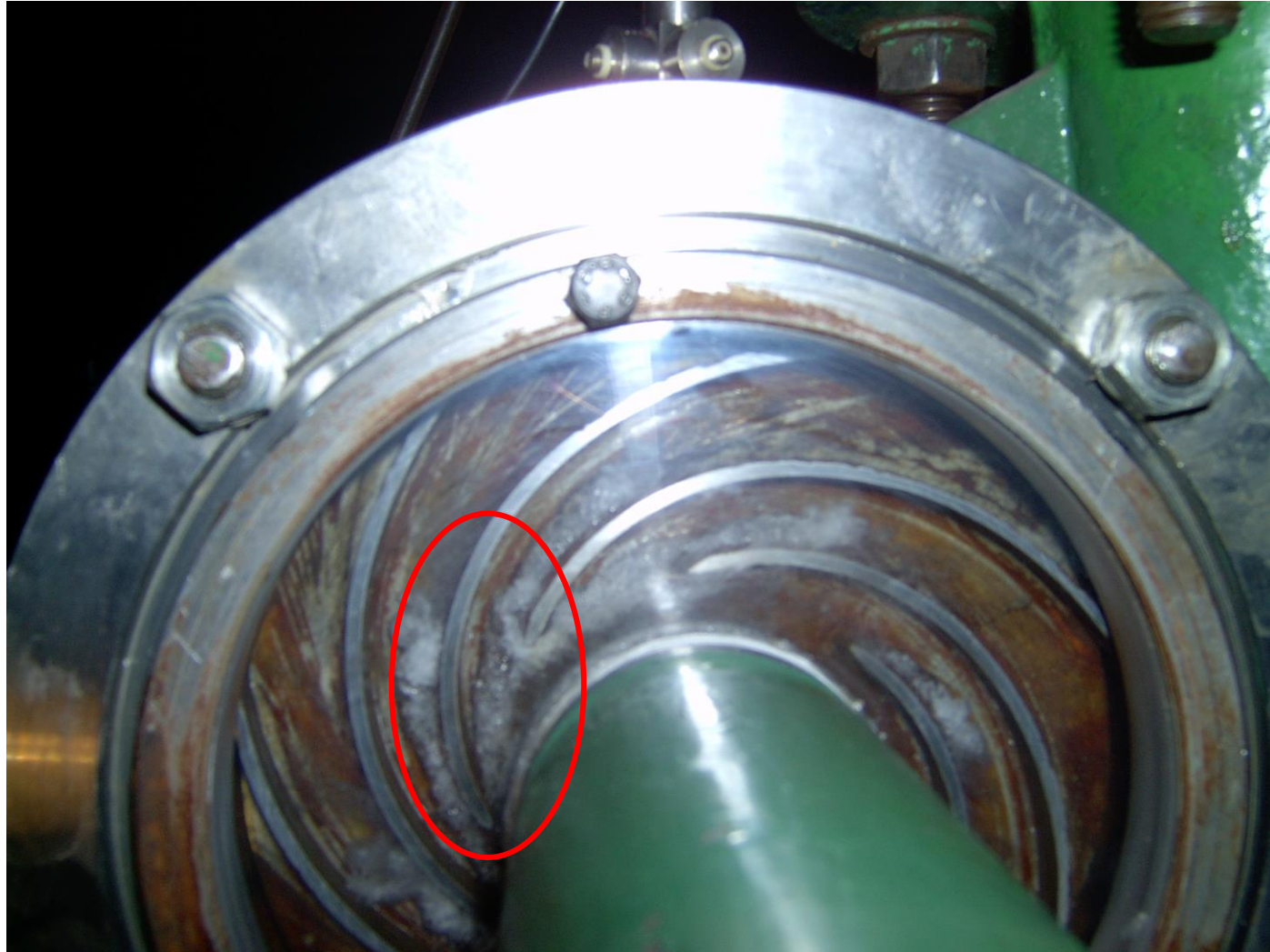
$$1D \text{ Euler egyenlet: } \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g \frac{\partial z}{\partial x} = 0$$

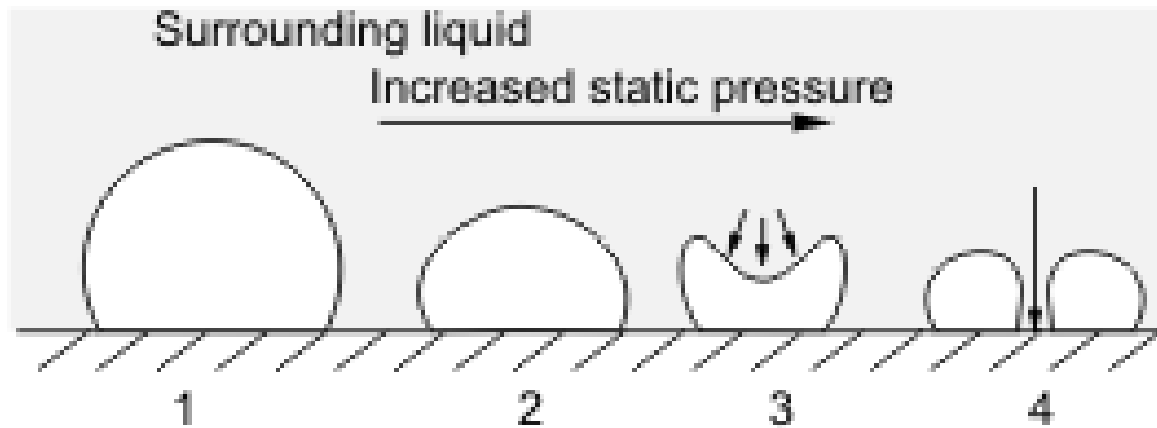
$$3D \text{ Euler egyenlet: } \frac{d \underline{\mathbf{v}}}{dt} = \underline{\mathbf{g}} - \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p$$

} veszteségmentes!



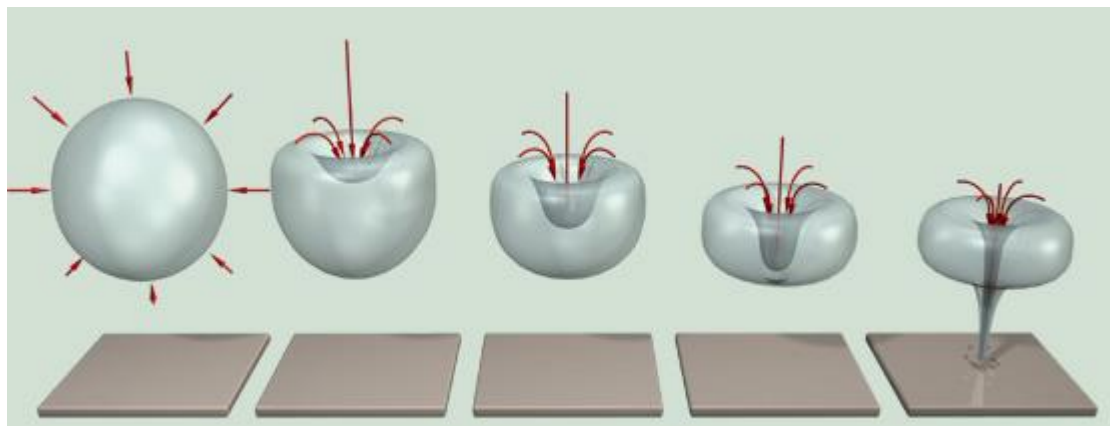
Kavitáció





Cavitation bubble imploding close to a fixed surface generating a jet (4) of the surrounding liquid.

Kavitációs buborékok – mikrojetek kialakulása





Kavitáció

- Rezgés, zaj
- Élettani hatások
- Gépek tönkremenetele
- Élővilág:
 - Pl. delfinek sebességhatár
 - Felemás ollójú garnélák (Alpheidae): vadászat
 - Mesterséges szívbillentyű
 - Vérnyomásmérés: Korotkov hang

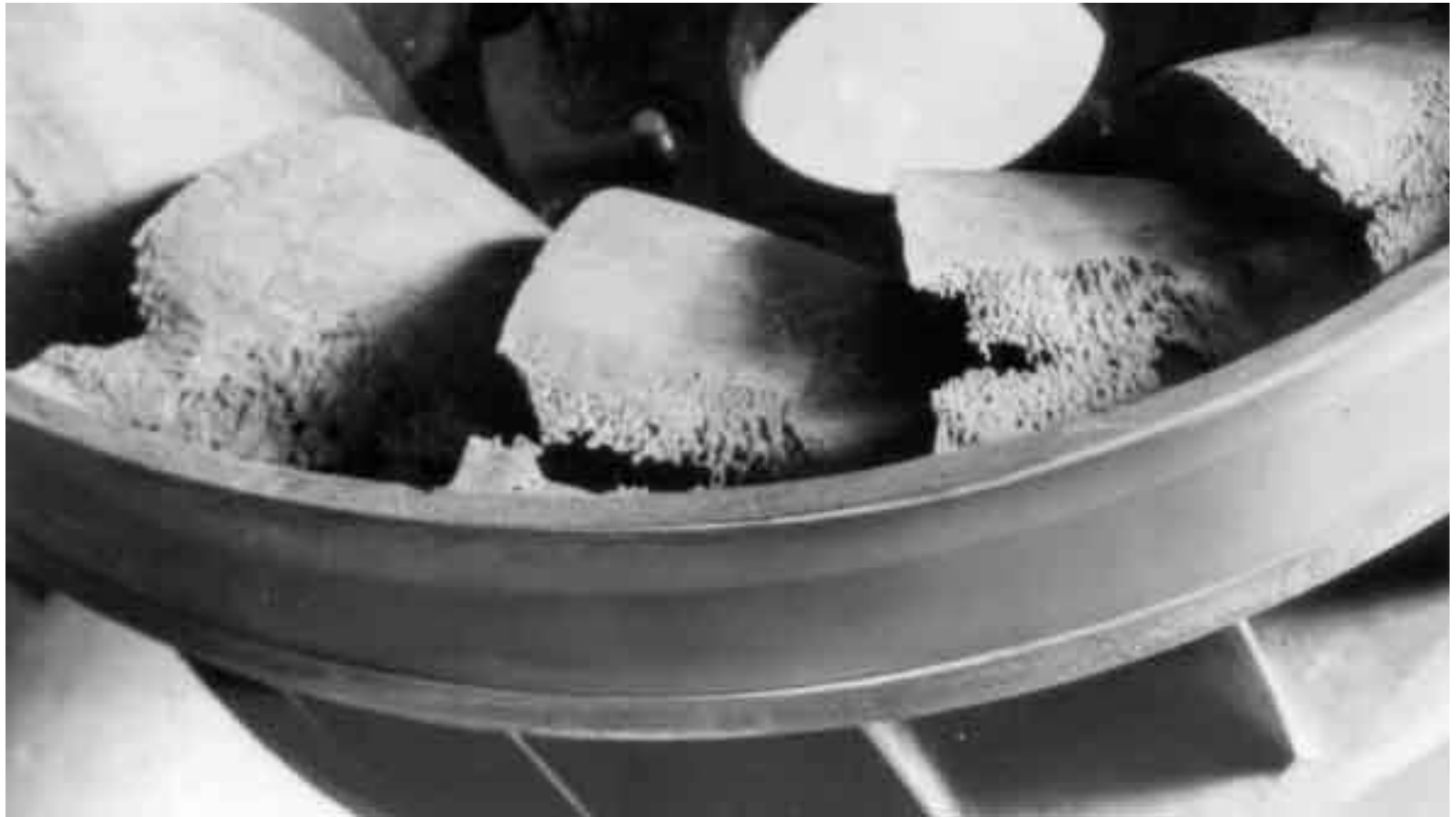


Kavitáció





Kavitáció





Kavitáció





Kavitáció propellerben



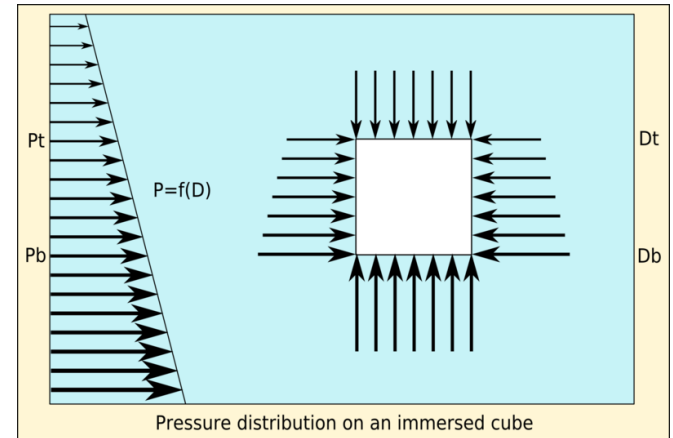


Felemás ollójú garnélák



- Felhajtóerő:

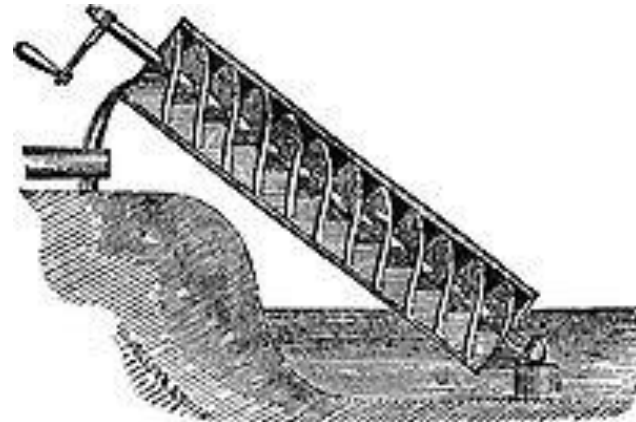
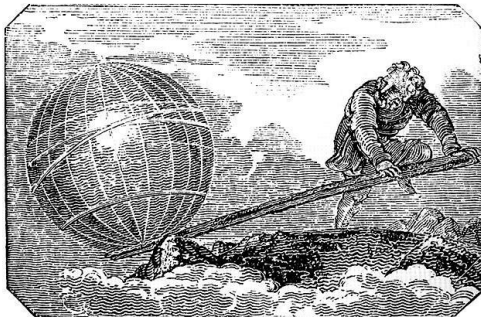
$$F_f = V \cdot \rho_{\text{foly}} \cdot g$$



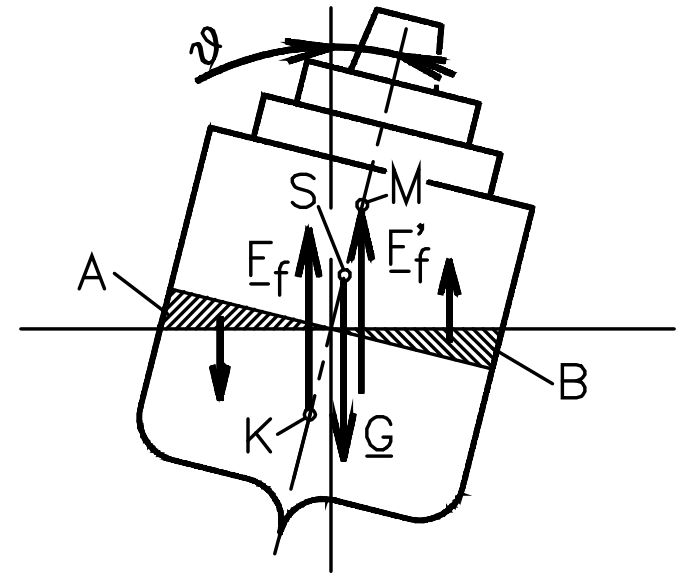
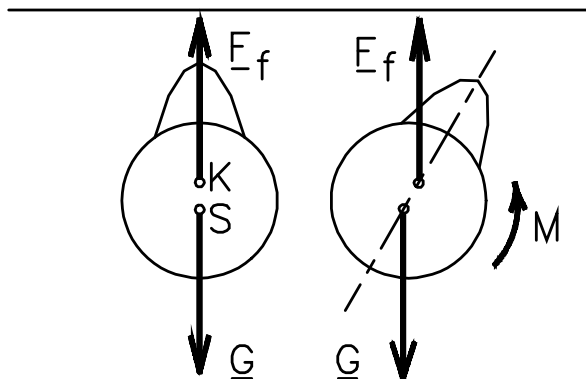
ARKHIMÉDÉSZ (Kr. e. 287?—212)

Görög matematikus, fizikus, mérnök. Az ókor legnagyobb alkotója.

A szicíliai Szirakuza városában született és élt, itt is halt meg. Egy csillagász fia volt. Egy ideig Alexandriában tartózkodott, ahol barátságot kötött ERATOSZTHENÉSZ-szel és két másik matematikussal. Velük levelezésben maradt és felfedezéseit mindig közölte velük.



- Egy test úszik, ha a sűrűsége megegyezik a folyadék sűrűségével, vagy kisebb annál (súly \leq felhajtóerő)
- **Súlystabilitás:** a közegbe merülő rész térfogatközéppontja (K) a test súlypontja (S) alatt van (pl. tőkesúlyos hajók)
- **Formastabilitás:** M metacentrum (felhajtóerő és szimmetriasík metszete). Ha az S súlypont az M metacentrum alatt van, akkor a hajó egyensúlyi helyzete bizonyos kitérítési szögig stabil.

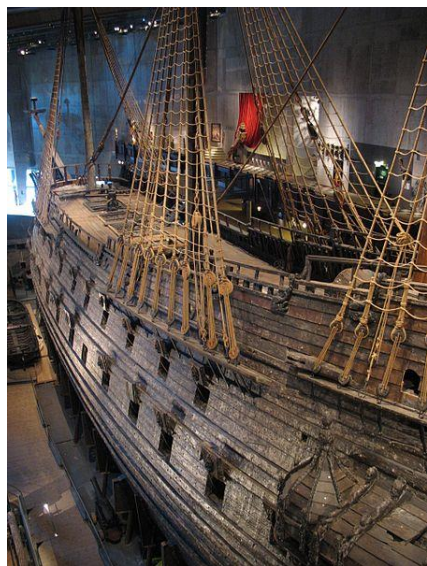




Testek úszása

A Vasa hadihajó elsüllyedése

- 1626-1628-ig épült, II. Gusztáv Adolf svéd király megrendelésére.
- Bevetés célja: Lengyelország ellen (harmincéves háború).
- A király áttervezte a hajót, harmadik ágyúfedélzetet épített be, így 64 ágyú kapott helyet. A hajó formastabilitása viszont lecsökkent.
- A Vasa első útján 1300 méterre a kikötőtől felborult, 50 matróz veszett oda





Uszály tervezése - *vizsgafeladat*

- Egy téglatest alakú önjáró uszály üresen 26 m^3 vízkiszorítással rendelkezik. A hajógyárban fejlesztésként a felhasznált anyagokat optimálják és ezzel a hajó tömegét 2.5 tonnával csökkenteni lehet.
 - a) Határozza meg a továbbfejlesztett uszály tömegét!
 - b) Mekkora tömegű áruval terhelhető a továbbfejlesztett hajó, ha az üres állapothoz képest 15 cm -t süllyedhet; a hajó alapterülete 18 m^2 . A számításnál vegye figyelembe, hogy az üres hajótestet 12000 N felszereléssel kell ellátni a vízre bocsáthatósághoz! A víz sűrűsége 1000 kg/m^3 . (10p)



Bernoulli - egyenlet

Emlékeztető:

$$1D \text{ Euler egyenlet} \quad \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g \frac{\partial z}{\partial x} = 0$$

- Integráljuk az Euler egyenlet x_1 és x_2 pontok között
- Áramcső egymástól távoli keresztmetszetei között kapunk (veszteségmentes) összefüggést

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial v}{\partial t} dx + \int_{x_1}^{x_2} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v^2}{2} \right) + g \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \right] dx = 0$$

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial v}{\partial t} dx + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} dx = 0$$



Bernoulli - egyenlet

- Folyadék ($\rho = \text{áll}$): $v = \frac{Q}{A}$

$$\frac{v_1^2}{2} + gz_1 + \frac{p_1}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + gz_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{dQ}{dt} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{A(x)}$$

- Állandósult áramlás:

$$\frac{v_1^2}{2} + gz_1 + \frac{p_1}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + gz_2 + \frac{p_2}{\rho}$$

BERNOULLI, Daniel (1700. február 8.—1782. március 17.)
svájci matematikus és fizikus.

Johann BERNOULLI (1667. augusztus 6.—1748. január 1.) fia, a neves svájci Bernoulli család tagja.

1725-ben a NAGY PÉTER cár által akkor alapított szentpétervári akadémiára került, az akadémia első számú matematikusa lett, majd Baselben dolgozott.



Veszteséges Bernoulli - egyenlet

- Veszteséges áramlás - stacioner

$$\frac{v_1^2}{2} + gz_1 + \frac{p_1}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + gz_2 + \frac{p_2}{\rho} + gh'$$

- Veszteségmagasság

$$h' = \frac{8Q^2}{g \cdot \pi^2} \left(\sum_i \lambda_i \frac{l_i}{D_i^5} + \sum_j \frac{\zeta_j}{D_j^4} \right)$$

ζ_i : veszteségtényező

λ_i : csősúrlódási tényező

Nem kör keresztmetszet esetén:

$$d_e = \frac{4A}{K} \quad \text{egyenértékű átmérő}$$



Lamináris és turbulens áramlások

- Reynolds-féle kísérlet
- Példa lamináris-turbulens átmenetre:

(forrás: BME Áramlástan Tanszék)

- Reynolds – szám:

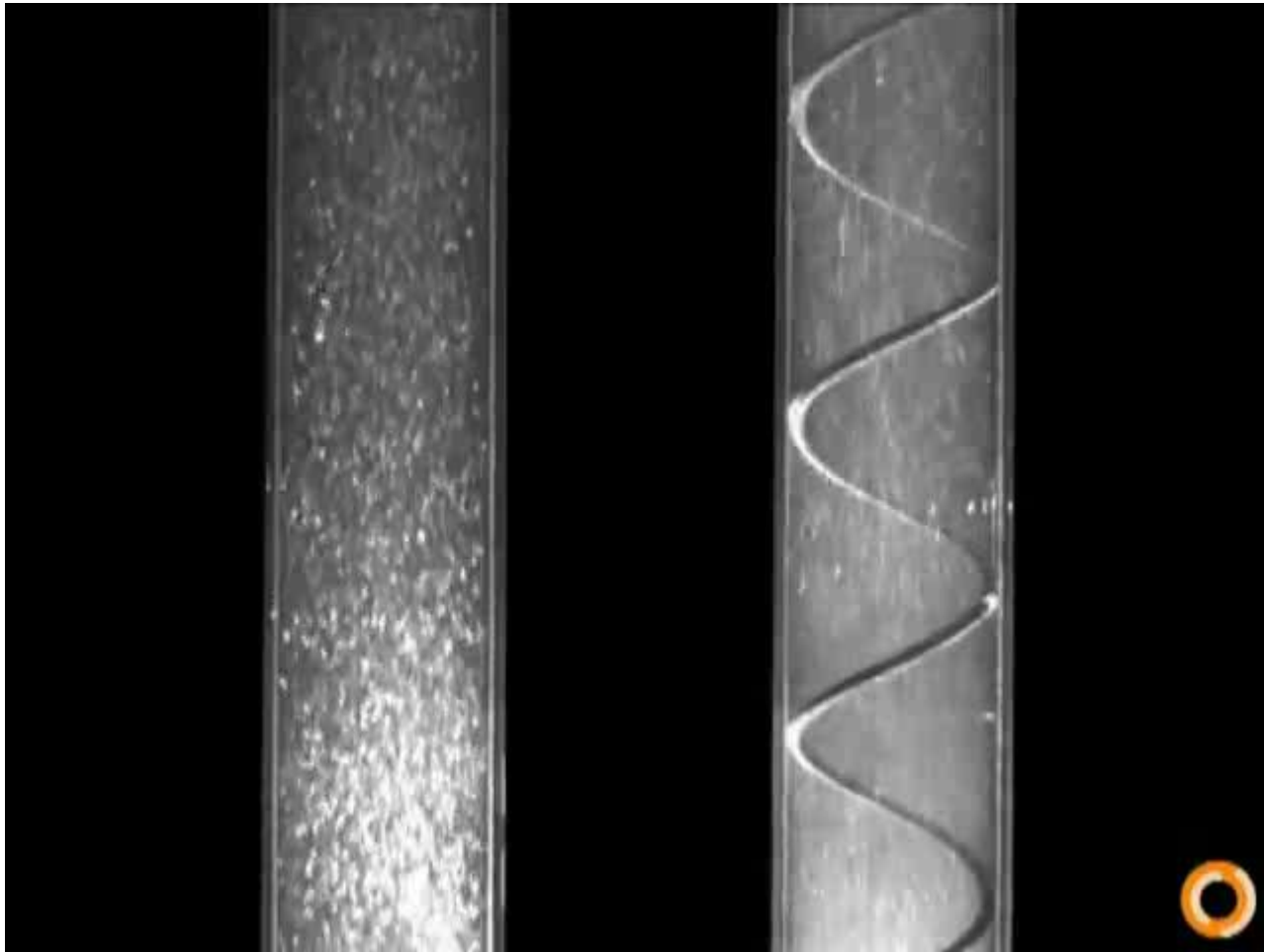
$$Re = \frac{c \cdot D}{\nu} = \frac{c \cdot D \rho}{\mu}$$

ahol: c: áramlási sebesség; m/s
D: jellemző méret; m
ν: kinematikai viszkozitás; m²/s

- Turbulens áramlás, ha $Re > \sim 2300$ (csőben)
- A Reynolds szám egy áramlásra jellemző dimenziótlan hasonlósági szám



Lamináris és turbulens áramlás





Csősúrlódás

- Folyadék és a fal között lép fel
- Nagysága a Reynolds számtól és a fal felületének érdességétől függ
- Lamináris áramlásra: $\lambda_{lam} = \frac{64}{Re}$

- Turbulens áramlás, sima falú cső:

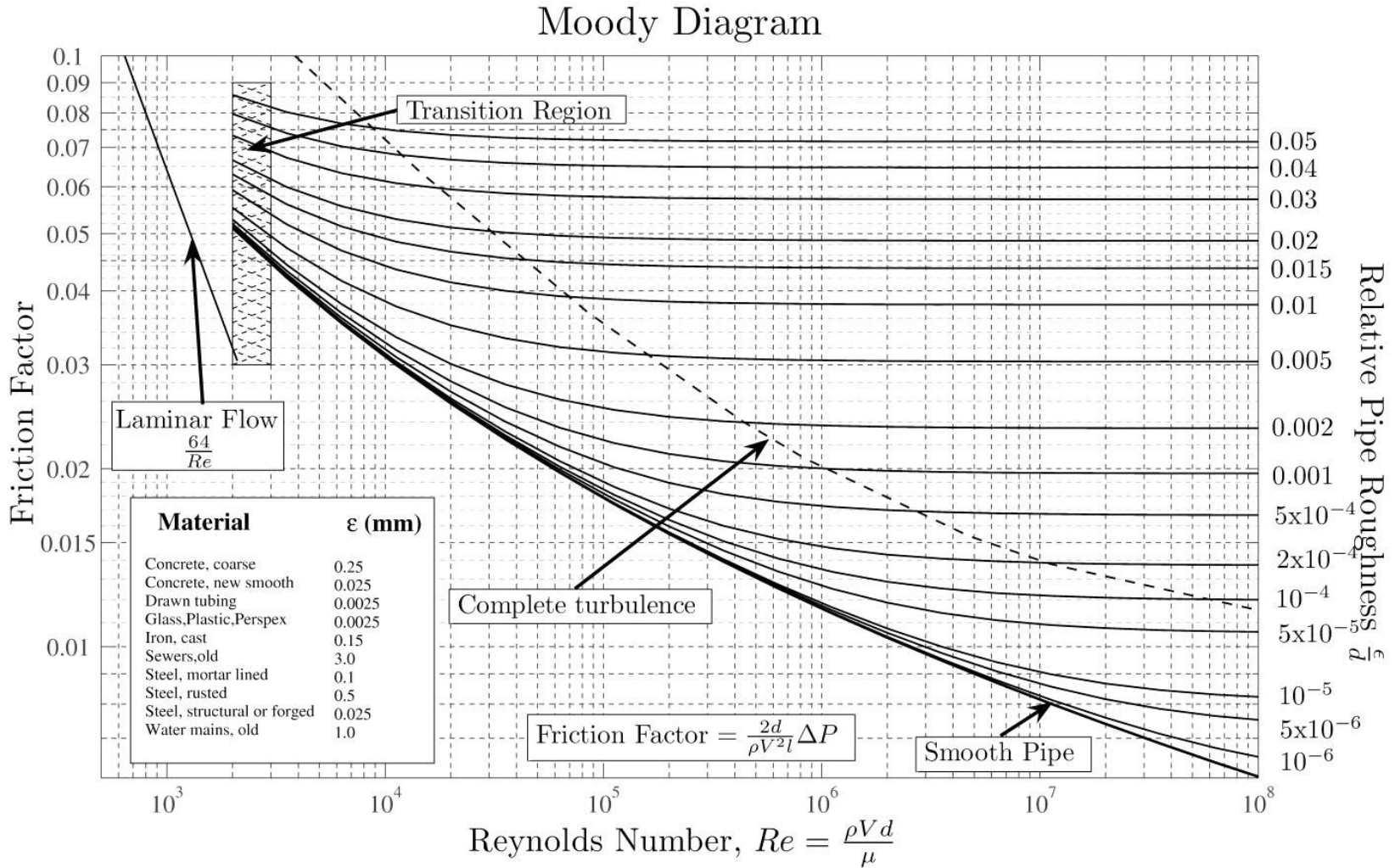
$$\lambda_{turb} = \frac{0.316}{\sqrt[4]{Re}} \quad \text{Blasius formula}$$

- Turbulens áramlás, érdes falú cső:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left(\frac{k/D}{3.71} + \frac{2.51}{Re \sqrt{\lambda}} \right) \quad \text{Colebrook-White formula (közelítés)}$$



Moody diagram



Csővezetékek veszteségek

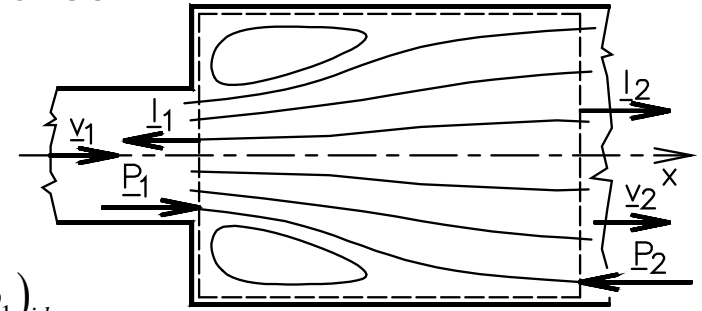
- Borda-Carnot veszteség – hirtelen bővülés
(levezetés később)

Ideális esetben:

$$(p_2 - p_1)_{id} = \frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_2^2)$$

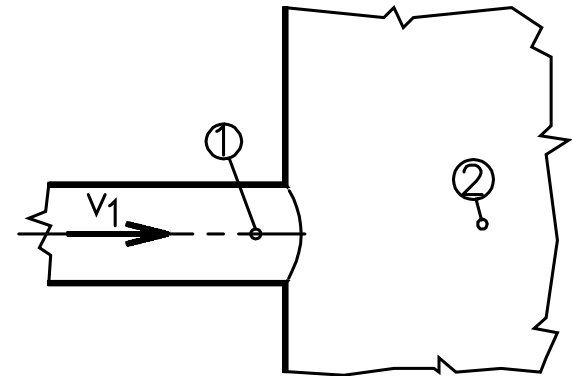
A Borda-Carnot veszteség: $\Delta p_{BC} = (p_2 - p_1)_{BC} - (p_2 - p_1)_{id}$

$$\Delta p_{BC} = \frac{\rho}{2} (v_1 - v_2)^2$$



- Kilépési veszteség ($v_2=0$)

$$\Delta p'_{ki} = \frac{\rho}{2} (v_1 - v_2)^2 = \frac{\rho}{2} v_1^2$$

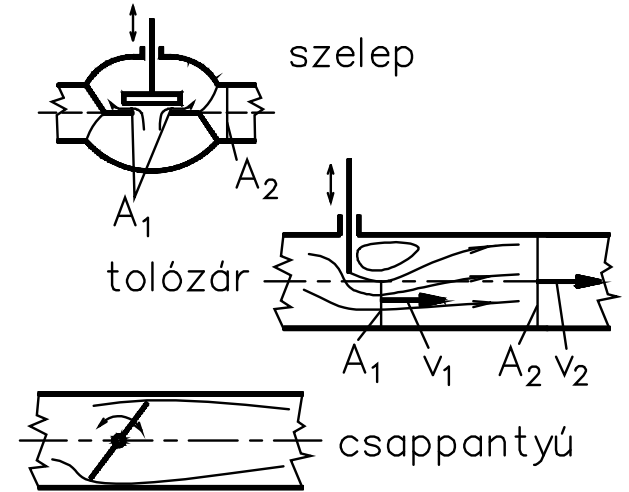


Csővezetékek veszteségek

- Szelepek, tolózárak, csapok:

$$\Delta p'_{sz} \cong \frac{\rho}{2} v_2^2 \left(\frac{v_1}{v_2} - 1 \right)^2$$

$$\zeta_{sz} \cong \left(\frac{A_2}{A_1} - 1 \right)^2$$

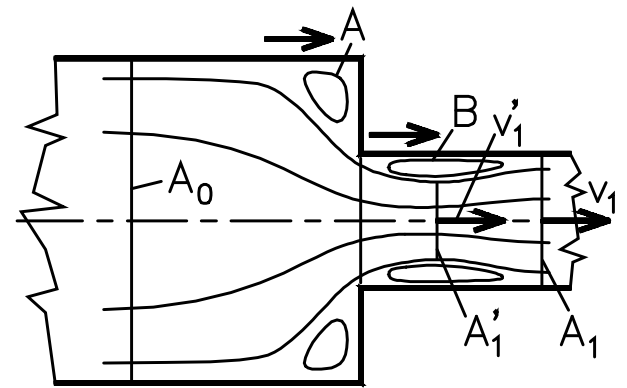


- Hirtelen keresztmetszet csökkenés:

Kontrakciós tényező: $\alpha = \frac{A_1'}{A_1} \cong 0.6 + 0.4 \left(\frac{A_1}{A_0} \right)^2$

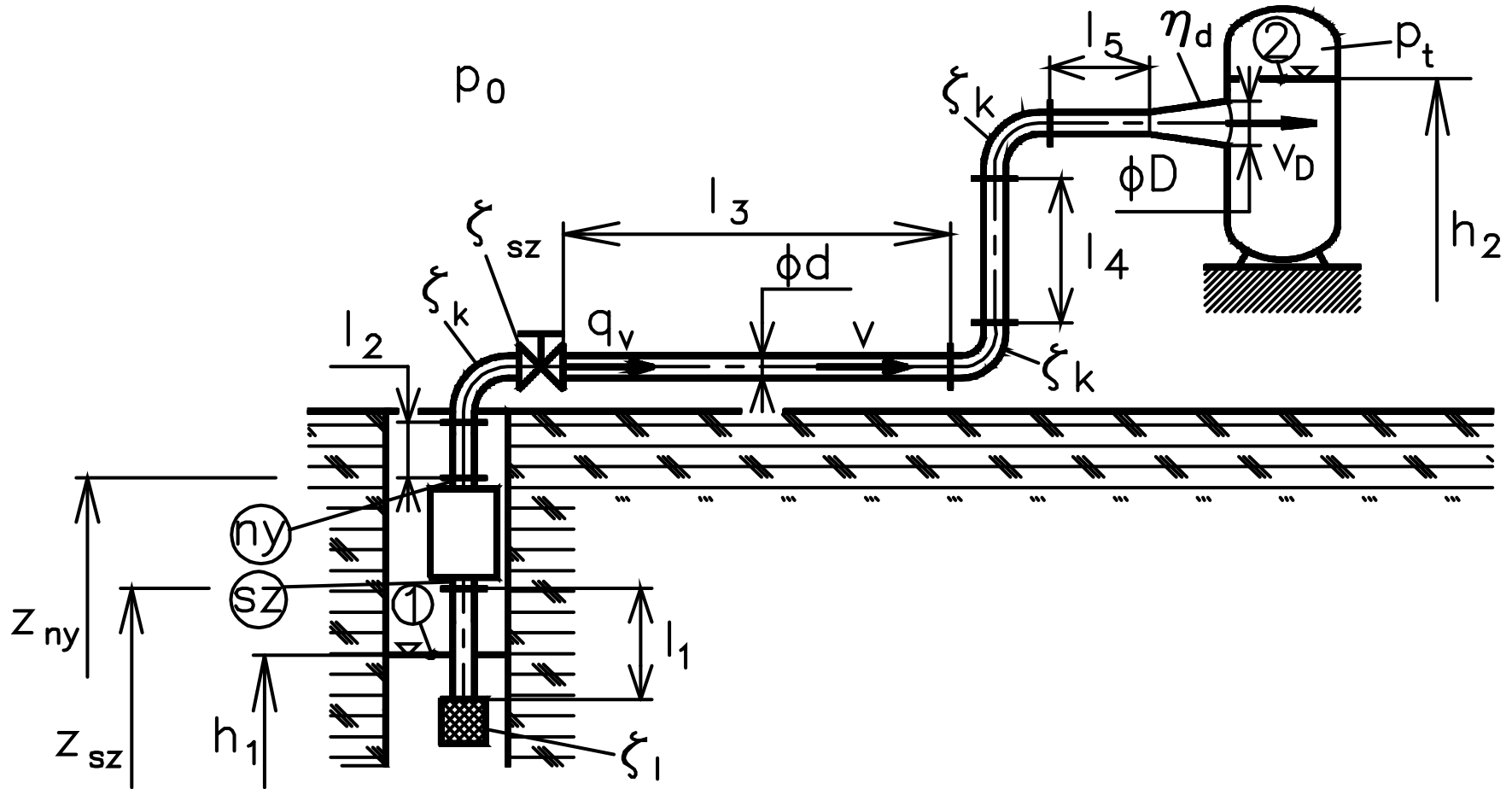
Veszteség: $\Delta p'_{hk} \cong \frac{\rho}{2} (v_1' - v_1)^2 = \frac{\rho}{2} v_1^2 \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right)^2$

Veszt. tényező: $\zeta_{sz} \cong \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right)^2$





Csővezetékek veszteségek

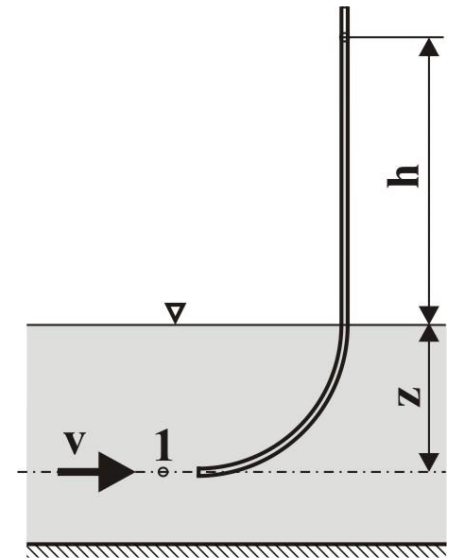




Torlócső

Egy $v=5\text{m/s}$ sebességű vízáramlásba az ábra szerint előregörbített torlócsövet helyezünk.

- Milyen magasságra fog a víz felemelkedni a cső függőleges szárában?
- Mennyi a túlnyomás a torlópontban, ha $z=0.5\text{m}$?





Nyomás

- Statikus nyomás p_{st}
 - Cső oldalán tudom mérni
 - Meddig megy fel a vízszint egy állócsőben

- Dinamikus nyomás p_{din}
 - Sebességgel négyzetesen arányos tag
 - Mérése *Prandtl* csővel

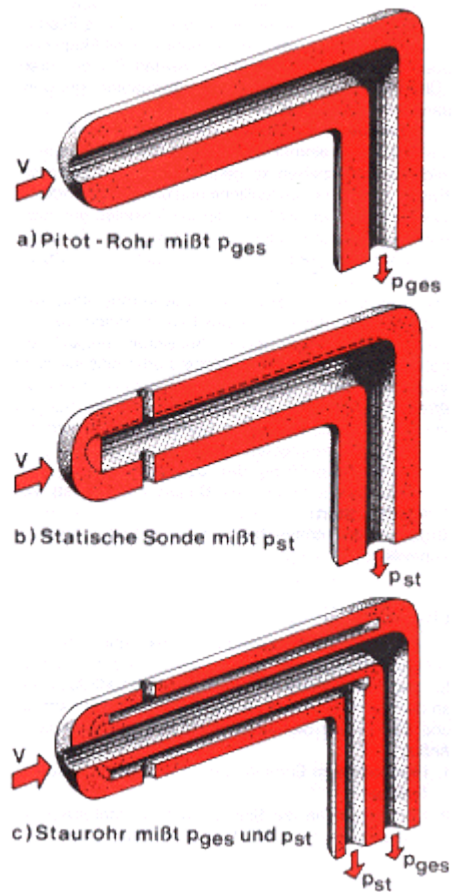
$$p_d = \frac{1}{2} \rho \cdot v^2$$

- Össznyomás
 - Áramlással szembe fordított csővel mérhető (*Pitot* cső)

$$p_{\ddot{o}} = p_{st} + p_d = p_{st} + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2$$



Pitot cső



Működési elv



Prandtl cső



Nyomás



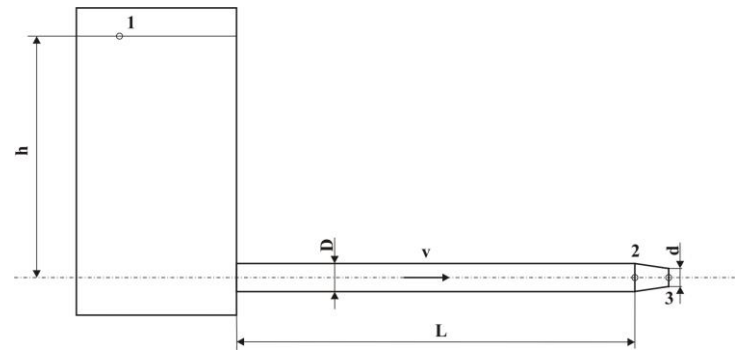
Prandtl cső alkalmazása



Kiömlés tartályból

Egy nagy átmérőjű, vízzel töltött edény oldalához a víz felszíne alatt 6 m -rel 15 m hosszú és 200 mm átmérőjű vízszintes kifolyócső csatlakozik. A csőből a víz a szabadba ömlik.

- Mekkora a kiömlő folyadéksugár sebessége, ha az áramlás veszteségeitől eltekintünk?
- Mennyi a kiömlési sebesség, ha a csősúrlódási tényező 0.03 ?
- Mekkora a kiömlési sebesség, ha a cső végén a keresztmetszetet egy konfúzorral a felére csökkentjük?
- Milyen sebességgel áramlik a víz ekkor a csőben?

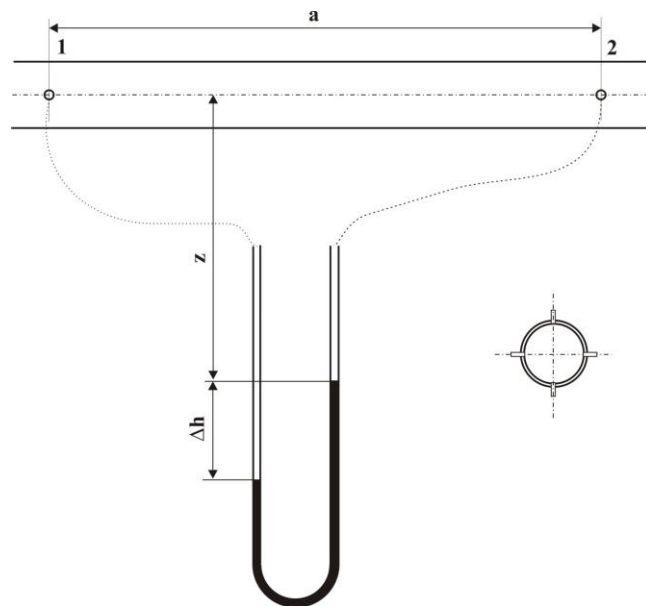




Csővezeték veszteség

Az ábrán látható vízszintes csővezetékbe U-csöves higanyos manométert kötöttünk, $a=1800\text{mm}$. A csővezetékben $1.35\text{ dm}^3/\text{s}$ víz áramlik balról jobbra. A cső belső átmérője 32.8 mm . A manométer kitérése 13 mm .

- Mennyi a nyomáskülönbség az 1 és 2 jelű hely között?
- Mekkora a csősúrlódási tényező?

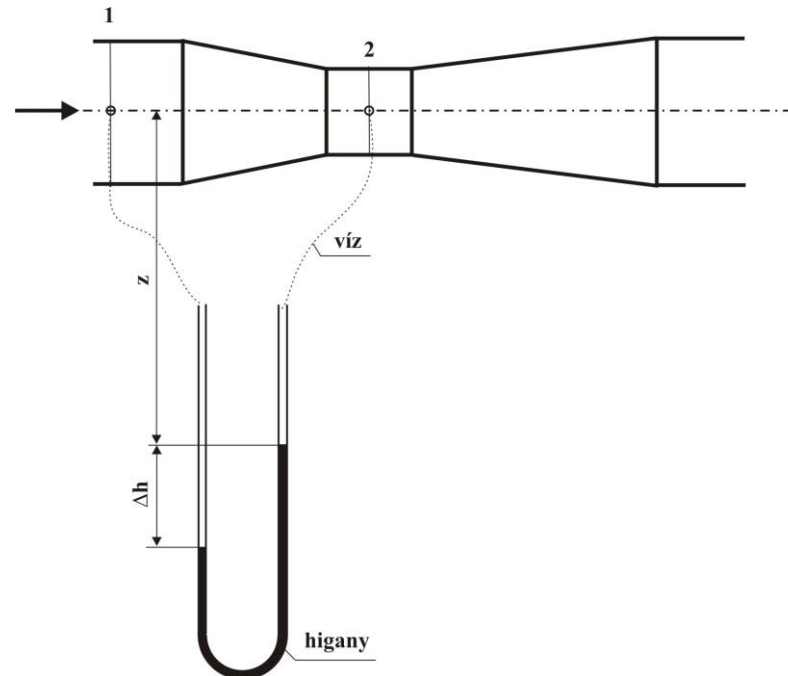




Venturi-mérő

Egy 200 mm átmérőjű vízszintes csőbe épített Venturi-mérőn a torok átmérője 150 mm . A konfúzor végeire kapcsolt U-csöves higanyos manométer kitérése 240 mm .

- Milyen sebességgel áramlik a víz a torokban?
- Mekkora a Venturi-mérőn átáramló vízmennyiség?





Tartályból áramlás másik tartályba

- Veszteséges Bernoulli egyenlet:
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{v_1^2}{2} + gz_1 + \frac{p_1}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + gz_2 + \frac{p_2}{\rho} + gh' \\ \frac{\rho}{2}v_1^2 + \rho U_1 + p_1 = \frac{\rho}{2}v_2^2 + \rho U_2 + p_2 + \sum \Delta p' \end{array} \right.$$
- Tagok: $p_1 = p_t; \quad p_2 = p_0; \quad v_1 = v_2 = 0$
 $U = gz; \quad z_1 = H; \quad z_2 = 0$

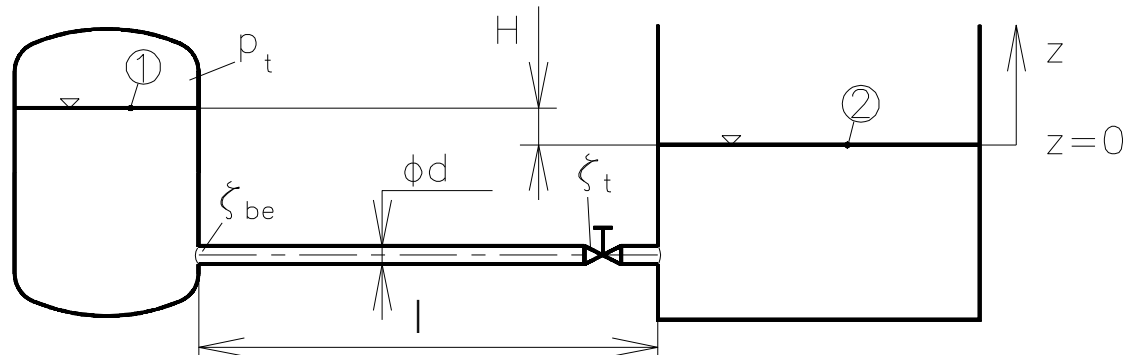
- Veszteség:
$$\sum \Delta p' = \frac{\rho}{2}v^2 \left(\zeta_{be} + \zeta_t + \lambda \frac{l}{d} + 1 \right) \quad \sum \Delta h' = \frac{v^2}{2g} \left(\zeta_{be} + \zeta_t + \lambda \frac{l}{d} + 1 \right)$$

- Egyenlet:

$$p_t - p_0 + \rho gH = \frac{\rho}{2}v^2 \left(\zeta_{be} + \zeta_t + \lambda \frac{l}{d} + 1 \right)$$

$$v = \sqrt{\frac{2}{\rho} \left(\frac{p_t - p_0 + \rho gH}{\zeta_{be} + \zeta_t + \lambda \frac{l}{d} + 1} \right)}$$

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} v$$





Impulzustétel

- Mozgásegyenlet, amely a folyadékokra ható erők és a folyadék mozgásállapota között teremt kapcsolatot

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \underline{\mathbf{v}} dV + \int_A \underline{\mathbf{v}} \rho \underline{\mathbf{v}} d\mathbf{A} = \int_V \rho \underline{\mathbf{g}} dV - \int_A p d\mathbf{A} - \underline{\mathbf{R}} - \underline{\mathbf{S}}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \underline{\mathbf{v}} dV : \quad \text{mozgásmennyiség lokális megváltozása a V térfogatban}$$

$$\int_A \underline{\mathbf{v}} \rho \underline{\mathbf{v}} d\mathbf{A} : \quad \text{a felületen át egységnyi idő alatt be- és kilépő tömeg mozgásmennyiségének (vektoriális) különbsége}$$

$$\int_V \rho \underline{\mathbf{g}} dV : \quad \text{tömegre ható térerősség}$$

$$\int_A p d\mathbf{A} : \quad \text{az A felületre ható, nyomásból származó erő}$$

R: szilárd testre ható erő;

S: súrlódásból származó erő

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \underline{\mathbf{v}} dV + \int_A \underline{\mathbf{v}} \rho \underline{\mathbf{v}} d\mathbf{A} = \int_V \rho \underline{\mathbf{g}} dV - \int_A p d\mathbf{A} - \underline{\mathbf{R}} - \underline{\mathbf{S}}$$

- Borda-Carnot átmenet – hirtelen bővülés

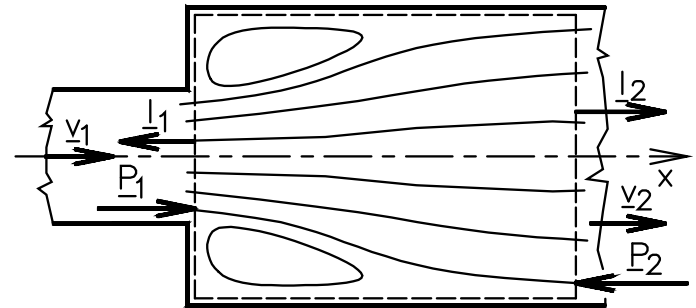
Ellenőrző felületre az impulzustétel: $-\rho v_1^2 A_1 + \rho v_2^2 A_2 = -p_2 A_2 + p_1 A_2$

Kontinuitás: $\rho A_1 v_1 = \rho A_2 v_2$

Ezzel: $\frac{A_1}{A_2} = \frac{v_2}{v_1}$

$$-\rho v_1^2 \frac{A_1}{A_2} + \rho v_2^2 = -p_2 + p_1$$

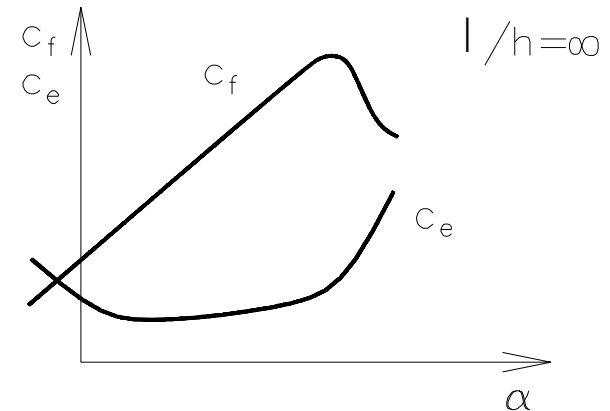
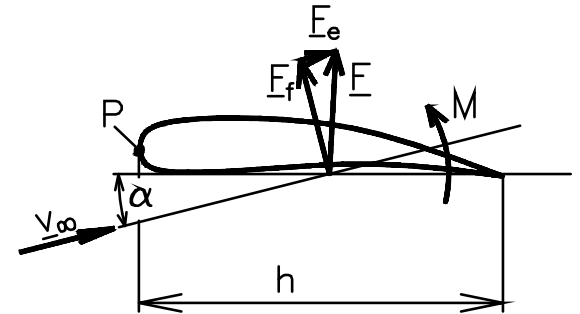
$$(p_2 - p_1)_{BC} = \rho v_2 (v_1 - v_2)$$



Szárnyakra ható erő

- Felhajtóerő tényező: $c_f = \frac{F_f}{\frac{\rho}{2} v_\infty^2 A}$
- Ellenállás tényező: $c_e = \frac{F_e}{\frac{\rho}{2} v_\infty^2 A}$
(c_w vagy $c_{w'}$ érték)
- Nyomatéki tényező: $c_M = \frac{M}{\frac{\rho}{2} v_\infty^2 A h}$
- Siklós szám: $\frac{c_f}{c_e}$

(Vitorlázó repülő 1 m süllyedés alatt hány métert tesz meg)



Ellenállás erő:

$$F_e = c_w \cdot \rho \frac{v^2}{2} A$$

Ahol:

A: gépkocsi homlokfelülete

v: gépkocsi sebessége

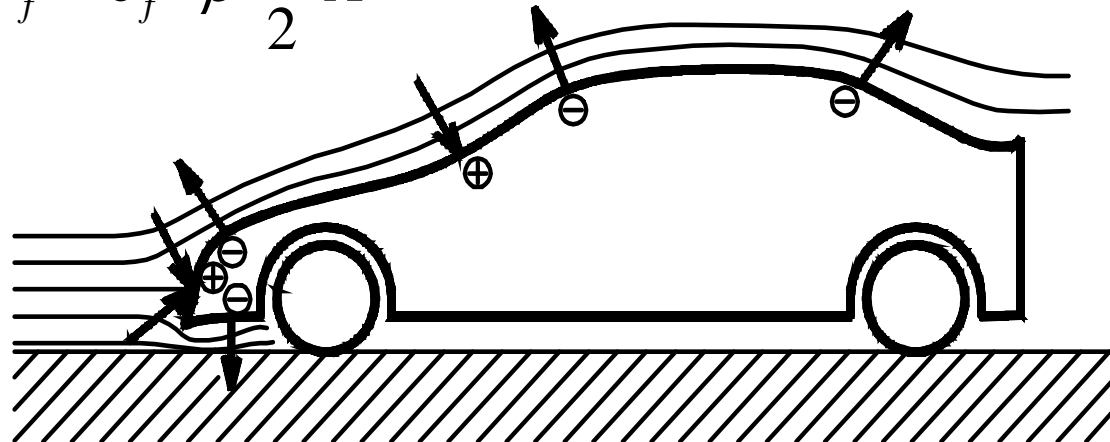
c_w : ellenállás tényező

Veszteség teljesítmény:

$$P_e = F_e \cdot v = c_w \cdot \rho \frac{v^3}{2} A$$

Felhajtóerő:

$$F_f = c_f \cdot \rho \frac{v^2}{2} A$$





Ajtóra ható erő

- Az ajtót nyomáskülönbségből származó erő csapja be
- Nyomaték

$$\Delta p = \frac{\rho}{2} v^2 = \frac{1.2 \text{ kg/m}^3}{2} \cdot \left(\frac{100 \text{ km/h}}{3.6} \right)^2 = 463 \text{ Pa}$$

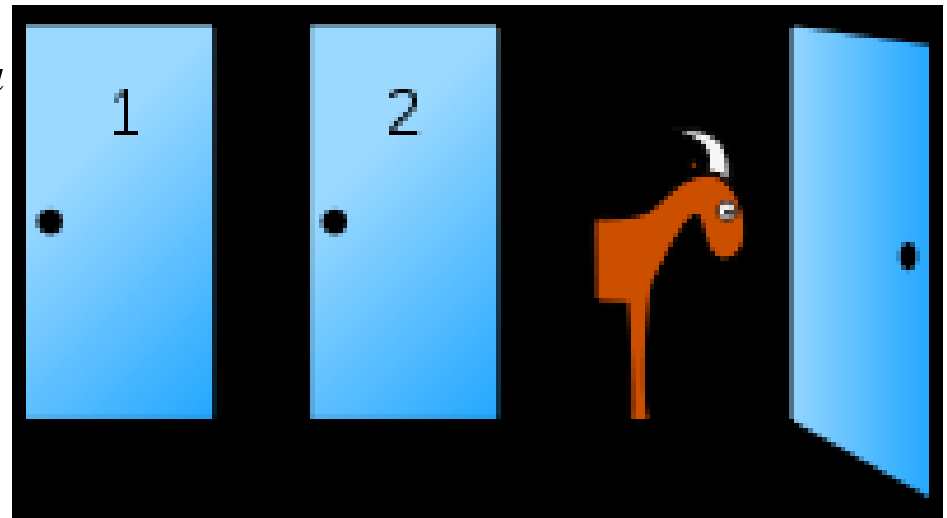
$$F = \Delta p \cdot A = 463 \text{ Pa} \cdot 2 \text{ m}^2 = 926 \text{ N}$$

Ez kb. 95 kg tömegre ható súlyerő

Nyomatéki egyensúly:

$$F_{\text{nyomó}} \cdot a = F \cdot \frac{a}{2}$$

$$F_{\text{nyomó}} = \frac{1}{2} F \approx 463 \text{ N}$$





Energia egyenlet

- Folyadék fajlagos belső energiája: e
- Összenergia megváltozása

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\left(e + \frac{v^2}{2} \right) dm \right) = \frac{d}{dt} \left(\left(e + \frac{v^2}{2} \right) \rho A dx \right)$$

- A megváltozást a különböző erők teljesítménye és a hőáram idézi elő

Súlyerő teljesítménye: $P_g = -g \frac{\partial z}{\partial x} \rho v A dx$

Nyomóerő teljesítménye: $P_p = -\frac{\partial (pvA)}{\partial x} dx$



Energiaegyenlet

- Folyadékkelem teljes energiájának időbeli megváltozása (belépő – kilépő folyadék energia különbsége és bent lévő folyadék energiájának időbeli megváltozása) :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\left(e + \frac{v^2}{2} \right) \rho A dx \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\left(e + \frac{v^2}{2} \right) \rho A \right) dx + \frac{\partial}{\partial x} \left(v \left(e + \frac{v^2}{2} \right) \rho A \right) dx$$

- A külső erők teljesítményével írható:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\left(e + \frac{v^2}{2} \right) \rho A \right) dx + \frac{\partial}{\partial x} \left(v \left(e + \frac{v^2}{2} \right) \rho A \right) dx = -g \frac{\partial z}{\partial x} \rho v A dx - \frac{\partial}{\partial x} (p v A) dx - P_s$$

- Átalakítva:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\left(e + \frac{v^2}{2} \right) \rho A \right) dx + \frac{\partial}{\partial x} \left(v \left(e + \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} \right) \rho A \right) dx = -\frac{\partial}{\partial x} (g z \rho v A) dx - P_s$$



Energia egyenlet

- Entalpia:
$$h = (i) = e + \frac{p}{\rho}$$

- Torlóentalpia (összentalpia):
$$h_o = h + \frac{v^2}{2}$$

- Stacionárius esetben:

$$v\rho(h_o + gz)A|_2 - v\rho(h_o + gz)A|_1 = -P_s$$

- Súrlódásmentes eset:

Felhasználjuk, hogy $(v\rho A)|_2 = (v\rho A)|_1 = \dot{m} = \text{áll}$

$$(h_o + gz)|_1 = (h_o + gz)|_2 = \text{konst}$$



Termodinamika I. főtétele

- Nyugvó közeg, térerő elhanyagolása, dq elemi hőbevezetés:

$$dq = de + pdv = de + pd\left(\frac{1}{\rho}\right)$$

- Belső energia átírható:

$$de = d\left(h - \frac{p}{\rho}\right) = dh - d\left(\frac{p}{\rho}\right) = dh - \frac{dp}{\rho} - pd\left(\frac{1}{\rho}\right)$$

- Behelyettesítve:

$$dq = de + pd\left(\frac{1}{\rho}\right) = dh - \frac{dp}{\rho} - pd\left(\frac{1}{\rho}\right) + pd\left(\frac{1}{\rho}\right) = dh - \frac{dp}{\rho}$$



Termodinamika I. főtétele

- Hőbevezetés v. disszipáció által növekszik az entrópia:

$$ds \geq \frac{dq}{T}$$

- Egyenlőséget feltételezve ($dq = Tds$):

$$Tds = dh - \frac{dp}{\rho}$$

- Adiabatikus esetben csak disszipáció (áramlási veszteség) okoz entrópia növekedést:

$$Tds = -\frac{dp}{\rho}$$



Alapegyenletek összefoglalása

	<i>1D alak:</i>	<i>3D alak:</i>
Kontinuitás egyenlet	$\frac{\partial}{\partial t}(\rho A) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho Av) = 0$	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0$
Euler egyenlet	$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g \frac{\partial z}{\partial x} = 0$	$\frac{d \underline{v}}{dt} = \underline{g} - \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p$
Mozgásegyenlet	$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\lambda}{2D} v v = 0$	
Hidrosztatika alapegyenlete:		$\operatorname{grad} p = \rho \underline{g}$



Alapegyenletek összefoglalása

Veszteséges Bernoulli egyenlet

$$\frac{v_1^2}{2} + gz_1 + \frac{p_1}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + gz_2 + \frac{p_2}{\rho} + gh'$$

Impulzustétel

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \underline{\mathbf{v}} dV + \int_A \underline{\mathbf{v}} \rho \underline{\mathbf{v}} d\mathbf{A} = \int_V \rho \underline{\mathbf{g}} dV - \int_A p d\mathbf{A} - \underline{\mathbf{R}} - \underline{\mathbf{S}}$$

Energiaegyenlet

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\left(e + \frac{v^2}{2} \right) \rho A \right) dx + \frac{\partial}{\partial x} \left(v \left(e + \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} \right) \rho A \right) dx = - \frac{\partial}{\partial x} (gz \rho v A) dx - P_s$$



Állapotegyenlet

Barotróp közeg:

$$\rho = \rho(p)$$

- Összenyomhatatlan közeg:

$$\rho = konst.$$

- Kis mértékben összenyomható közeg:

$$m = \rho V = konst.$$

Hooke törvény:

$$\sigma = E\varepsilon; \quad \frac{\sigma}{E} = \varepsilon \quad \longrightarrow \quad \left. \begin{array}{l} 0 = dm = Vd\rho + \rho dV = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dV}{V} \\ \frac{-dp}{E_f} = \varepsilon = \frac{dV}{V} \end{array} \right\} \frac{dp}{d\rho} = \frac{E_f}{\rho}$$

E_f : folyadék rugalmassági modulusz; MPa



Állapotegyenlet

Ideális gázt vizsgálunk:

$$\frac{p}{\rho} = RT$$

Izotermikus állapotváltozás

$$\frac{p}{\rho} = \text{áll.} \quad \frac{dp}{d\rho} = \frac{p}{\rho} = RT$$

Izentrópikus állapotváltozás

$$\frac{p}{\rho^\kappa} = \text{áll.} \quad \frac{dp}{d\rho} = \kappa RT$$

κ : izentrópikus kitevő

Politrópikus állapotváltozás

$$\frac{p}{\rho^n} = \text{áll.} \quad \frac{dp}{d\rho} = nRT$$

n : politrópikus kitevő



Áramlás rugalmas falú csövekben

- Cső keresztmetszete a nyomás függvénye: $A(p)$
- dp nyomás hatására a csőfali húzófeszültség megváltozása:

$$d\sigma = \frac{Ddp}{2\delta}$$

- Hooke-törvény: $d\sigma = \varepsilon E_{cső} = \frac{d(D\pi)}{D\pi} E_{cső}$

$$\frac{Ddp}{2\delta} = d\sigma = \frac{E_{cső} \pi dD}{D\pi} = \frac{E_{cső} \pi dD D}{D^2 \pi} = \frac{E_{cső} dA}{D^2 \pi}$$

- Rendezve:

$$\frac{dA}{dp} = A \frac{D}{\delta E_{cső}}$$

δ : csőfal vastagság
 $E_{cső}$: cső rugalmassági modulusz; MPa



Áramlás rugalmas falú csövekben

- Kontinuitás egyenlet átírása:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho A) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho A v) = \frac{\partial}{\partial t}(\rho A) + v \frac{\partial}{\partial x}(\rho A) + \rho A \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{d(\rho A)}{dt} + \rho A \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

- Kis mértékben összenyomható vékonyfalú cső:

$$\frac{d(\rho A)}{dt} = \frac{d(\rho A)}{dp} \frac{dp}{dt} = \left(A \frac{d\rho}{dp} + \rho \frac{dA}{dp} \right) \frac{dp}{dt}$$

Beláttuk: $A \frac{d\rho}{dp} = A \frac{\rho}{E_f}; \quad \rho \frac{dA}{dp} = \rho A \frac{D}{\delta E_{cső}}$

(ld. 88. dia) (ld. 90. dia)

- Behelyettesítés: $\left(A \frac{\rho}{E_f} + \rho A \frac{D}{\delta E_{cső}} \right) \frac{dp}{dt} = A \rho \left(\frac{1}{E_f} + \frac{D}{\delta E_{cső}} \right) \left(\frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x} \right)$



Áramlás rugalmas falú csövekben

- Kontinuitás egyenletbe behelyettesítve:

$$A\rho\left(\frac{1}{E_f} + \frac{D}{\delta E_{cső}}\right)\left(\frac{\partial p}{\partial t} + v\frac{\partial p}{\partial x}\right) + A\rho\frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

- Redukált rugalmassági modulusz:

$$\frac{1}{E_r} = \frac{1}{E_f} + \frac{D}{\delta E_{cső}}$$

- Módosított kontinuitás egyenlet:

$$\frac{\rho}{E_r}\left(\frac{\partial p}{\partial t} + v\frac{\partial p}{\partial x}\right) + \rho\frac{\partial v}{\partial x} = 0$$



Hullámsebesség

- Módosított kontinuitás:

$$\frac{\rho}{E_r} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \rho \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

- Mozgásegyenlet:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\lambda}{2D} |v|v = 0$$

$$\text{Jelölés: } \frac{1}{a^2} = \frac{\rho}{E_r}$$

Differenciálegyenlet rendszer:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x} + \rho a^2 \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = -g \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\lambda}{2D} |v|v = S$$



Hullámsebesség

- S forrástag zérus (vízszintes, súrlódásmentes cső); $\rho A = \text{áll}$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x} + a \rho a \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{dp}{dt} + a \rho a \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

$$\frac{dp}{dt} + a \frac{\partial(\rho a v)}{\partial x} = 0$$



$$\rho a \frac{\partial v}{\partial t} + \rho a v \frac{\partial v}{\partial x} + a \frac{\partial p}{\partial x} = \rho a \frac{dv}{dt} + a \frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

$$\frac{d}{dt}(\rho a v) + a \frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

- **Összeadva** a differenciálegyenlet:

$$\frac{d}{dt}(p + \rho a v) + a \frac{\partial}{\partial x}(p + \rho a v) = 0$$



Hullámsebesség

- Első tag átalakítva (lokális + konvektív megváltozás):

$$\frac{\partial}{\partial t}(p + \rho av) + (v + a) \frac{\partial}{\partial x}(p + \rho av) = 0$$

$$\text{Jelölés: } \pi_1 = (p + \rho av)$$

- A differenciálegyenlet egyszerűbb alakban:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial t} + (v + a) \frac{\partial \pi_1}{\partial x} = 0$$

- d'Alembert-féle megoldás: $\pi_1 = \pi_1(x - (v + a)t)$



Hullámsebesség

$$\pi_1 = \pi_1(\xi) = \pi_1(x - (v + a)t)$$

- Tetszőleges π_1 hullámfüggvény $(v+a)$ sebességű terjedése $\xi = \text{áll.}$ mentén (v sebességű folyadékhoz képest $+a$ sebességgel terjed)
- $t=0$ pillanatban $t>0$ értékre pozitív x irányban mozdul el $(v+a)$ abszolút sebességgel
- Két egyenlet **kivonása** (94. dián, összeadás helyett):

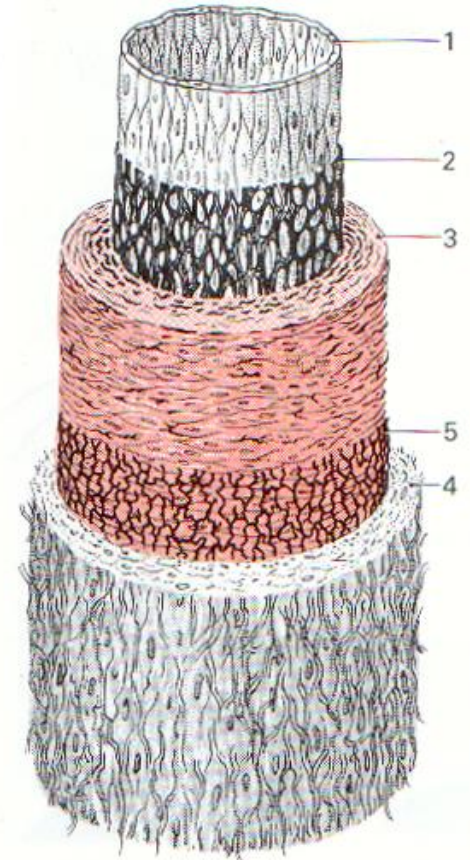
$$\pi_2 = (p - \rho av) = \pi_2(x + (v - a)t)$$

- Negatív x tengely irányába haladó hullámfront, $v>0$ sebességű folyadékhoz képest $-a$ sebességgel terjed



Hullámsebesség

- „a” definíció szerint: $\frac{1}{a^2} = \frac{\rho}{E_r} \quad a = \sqrt{\frac{E_r}{\rho}}$
- Vékonyfalú csőre:
$$a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} \quad \frac{dp}{d\rho} = \frac{E_r}{\rho}$$
- Ez a ***hullámfront terjedési sebessége***
- Értéke eltérő gázban, folyadékokban
- Függ a csőfal anyagától (*érfal felépítése!*)



Érfal szerkezete



Allievi elmélete

- Egy csőben Δv sebességváltozás hatására mekkora lesz a nyomásváltozás Δp ?

$v \frac{\partial p}{\partial x}$ tag elhanyagolása: $\frac{\partial p}{\partial t} + \rho a^2 \frac{\partial v}{\partial x} = 0$ (ld. 93. dia)

- Cső végén stacionárius kifolyási sebesség: v_0
- Zárással csökkentjük a sebességet: $v = v_0 - \Delta v$
- Az információ Δt idő alatt Δx távolsága jut: $\Delta x = a \Delta t$

- Nyomásváltozás: $\frac{\partial p}{\partial t} \cong \frac{\Delta p}{\Delta t}$
- második tag: $\rho a^2 \frac{\partial v}{\partial x} \cong \rho a^2 \frac{v_0 - \Delta v - v_0}{\Delta x} = \frac{-\rho a^2 \Delta v}{a \Delta t} = -\frac{\rho a \Delta v}{\Delta t}$



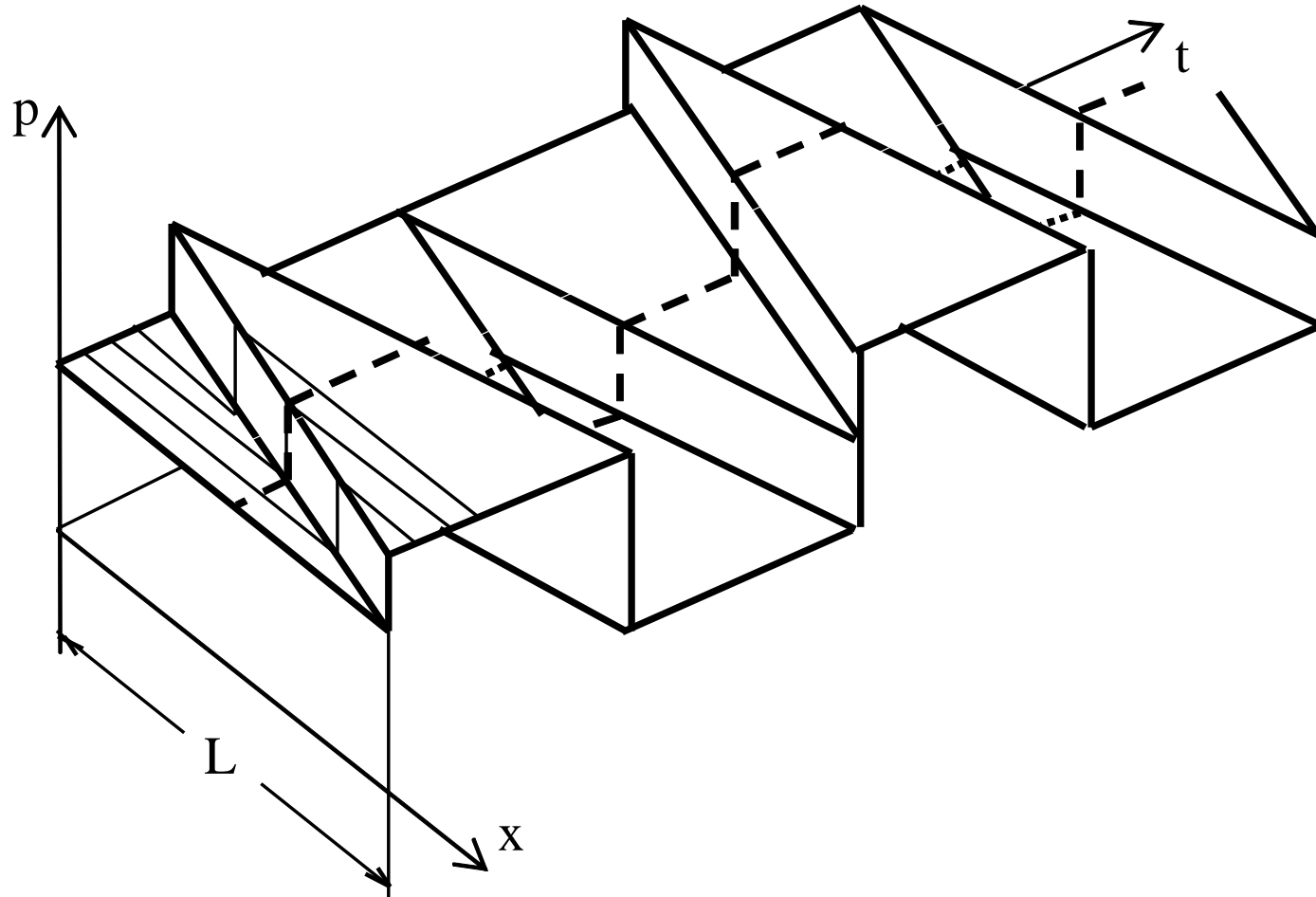
Allievi elmélete

- Behelyettesítve az eredeti egyenletbe:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} - \frac{\rho a \Delta v}{\Delta t} = 0$$

- ebből a nyomásváltozás: $\Delta p = \rho a \Delta v$
- Nyomáshullám terjedési sebessége: a
- Rendszer főideje: (L hosszú cső esetén)

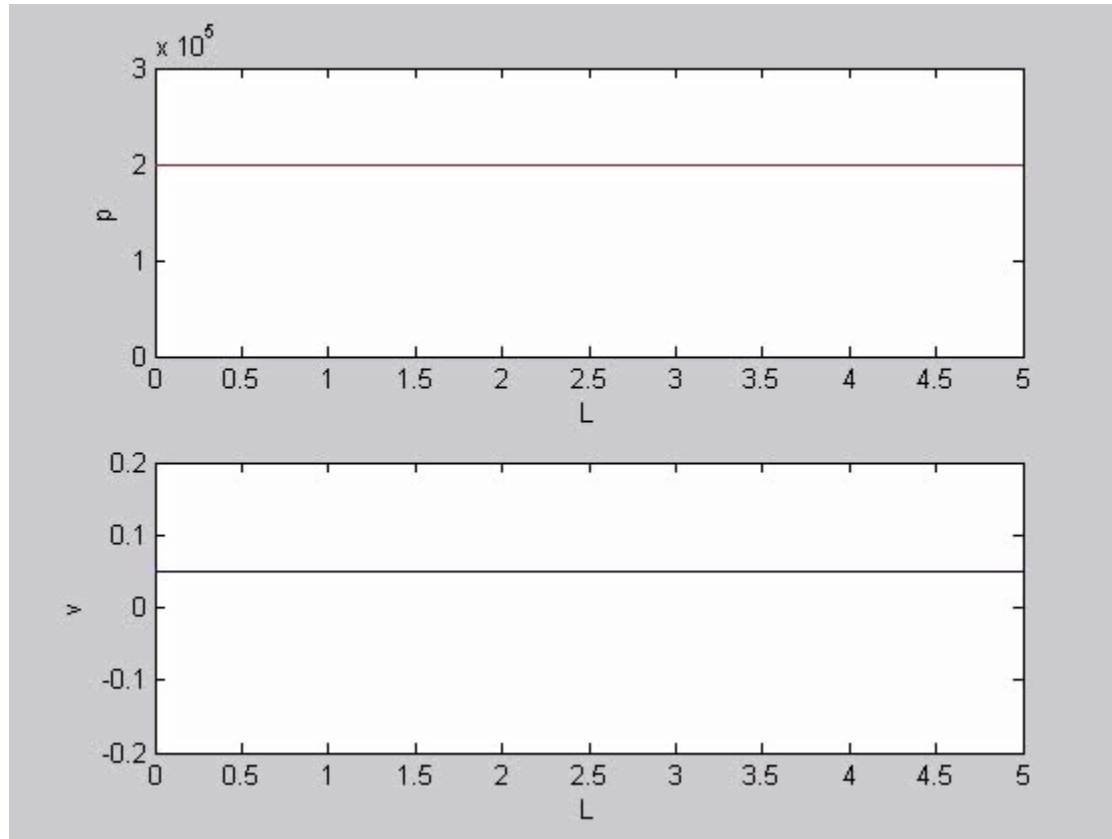
$$T_f = \frac{2L}{a}$$



Nyomáshullám alakja csővégi hirtelen zárás esetén



Allievi elmélete





Allievi elmélete - példa

- Redukált rugalmassági modulusz

$$\frac{1}{E_r} = \frac{1}{E_f} + \frac{D}{\delta E_{cső}} \qquad E_r = \frac{1}{\frac{1}{E_f} + \frac{D}{\delta E_{cső}}}$$

- Hullámsebesség:

$$a = \sqrt{\frac{E_r}{\rho}} = \sqrt{\frac{1}{\rho \left(\frac{1}{E_f} + \frac{D}{\delta E_{cső}} \right)}}$$

- Nyomáshullám nagysága:

$$\Delta p = \rho a \Delta v$$

- Csővezeték főideje:

$$T_f = \frac{2L}{a}$$

- Megengedett max. seb. vált.

$$\Delta v = \frac{\Delta p}{\rho a}$$



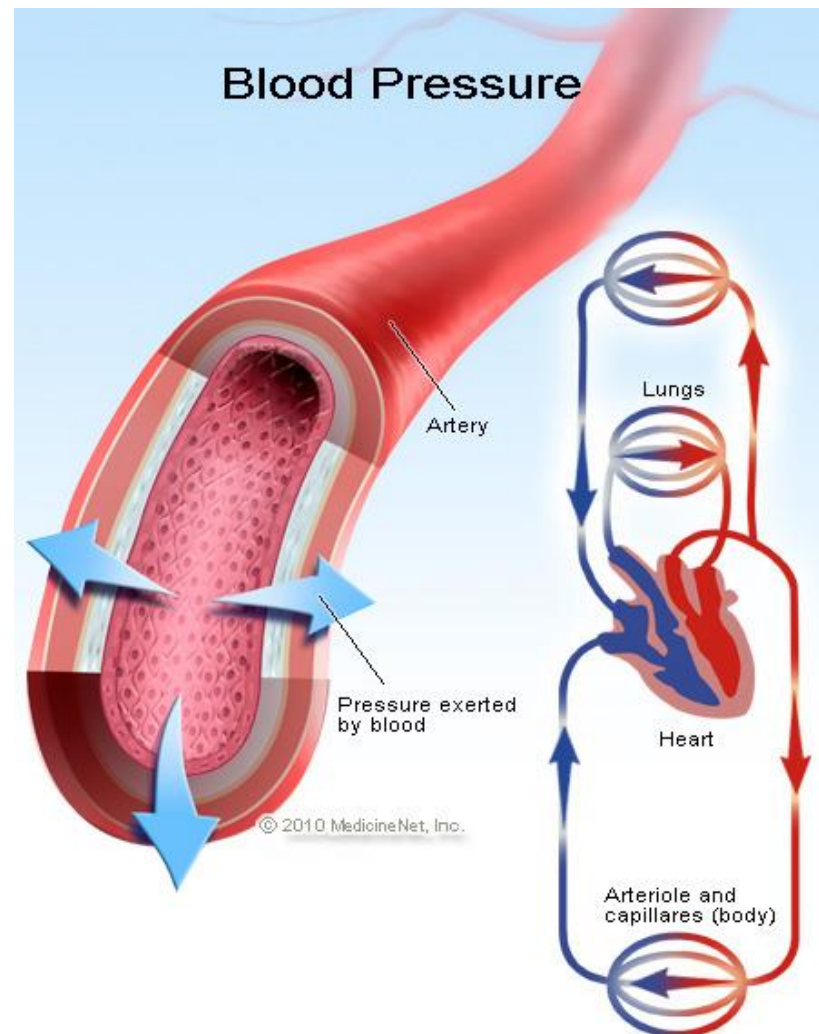
2. VÉRÁRAMLÁS, VÉRNYOMÁSMÉRÉS



Vérnyomás

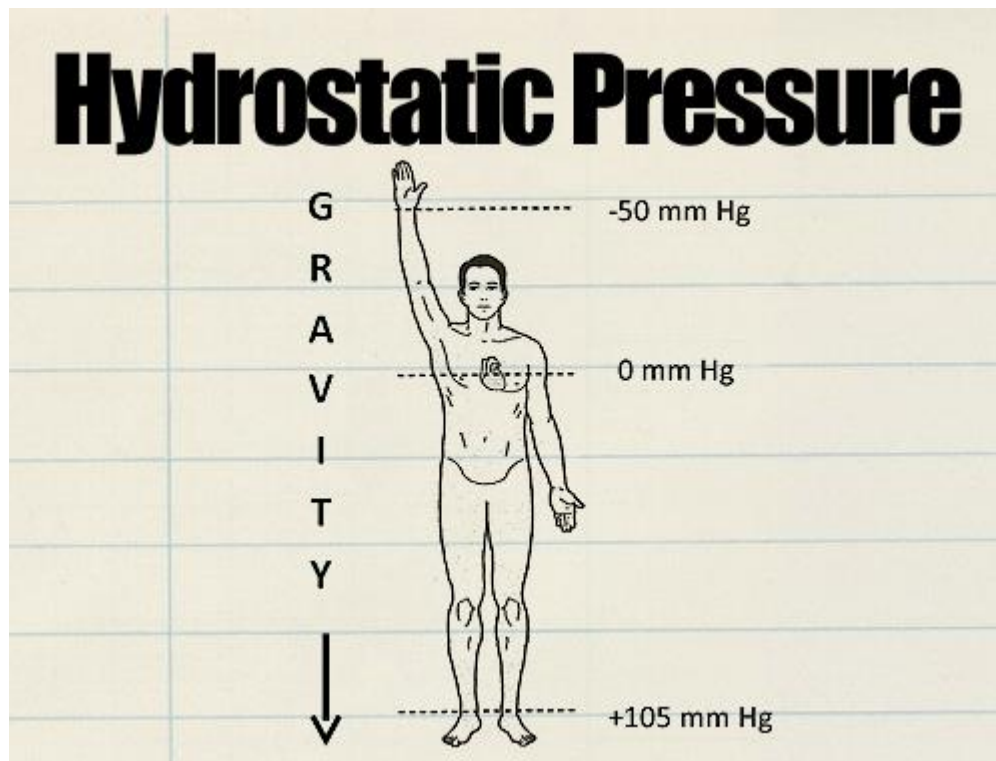
Vérnyomás: „a vérnek az erek falára kifejtett nyomása”

Mai napig az egyik legelterjedtebb kardiovaszkuláris diagnosztikai paraméter



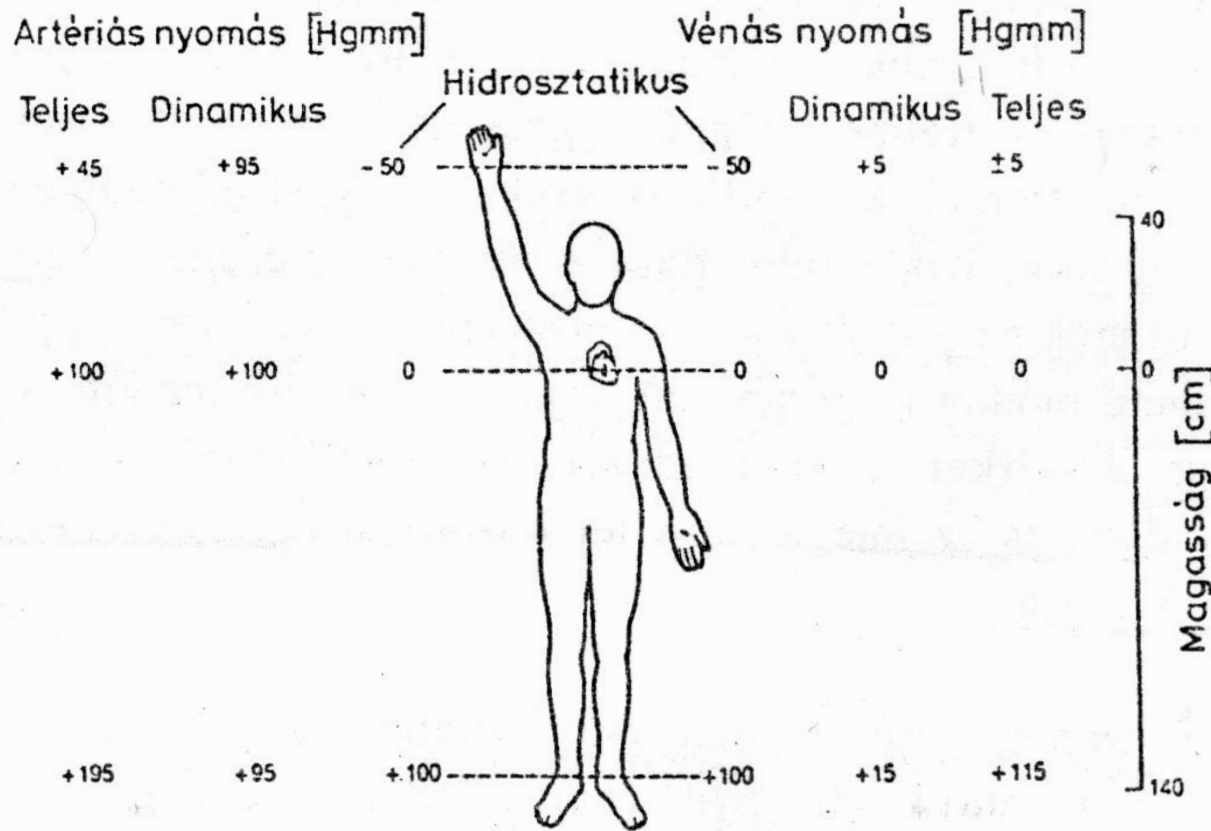


Vérnyomás





Vérnyomás



Félrevezető szóhasználat!

Áramlástanban eltérő a dinamikus és hidrosztatikus nyomás

$$p_t = p_h + p_d$$

$$p_h = \rho_{\text{vér}} g \Delta h$$

$$p_d = KQ^2$$

Vérkör modellezése

- Ellenállás a körön belül:

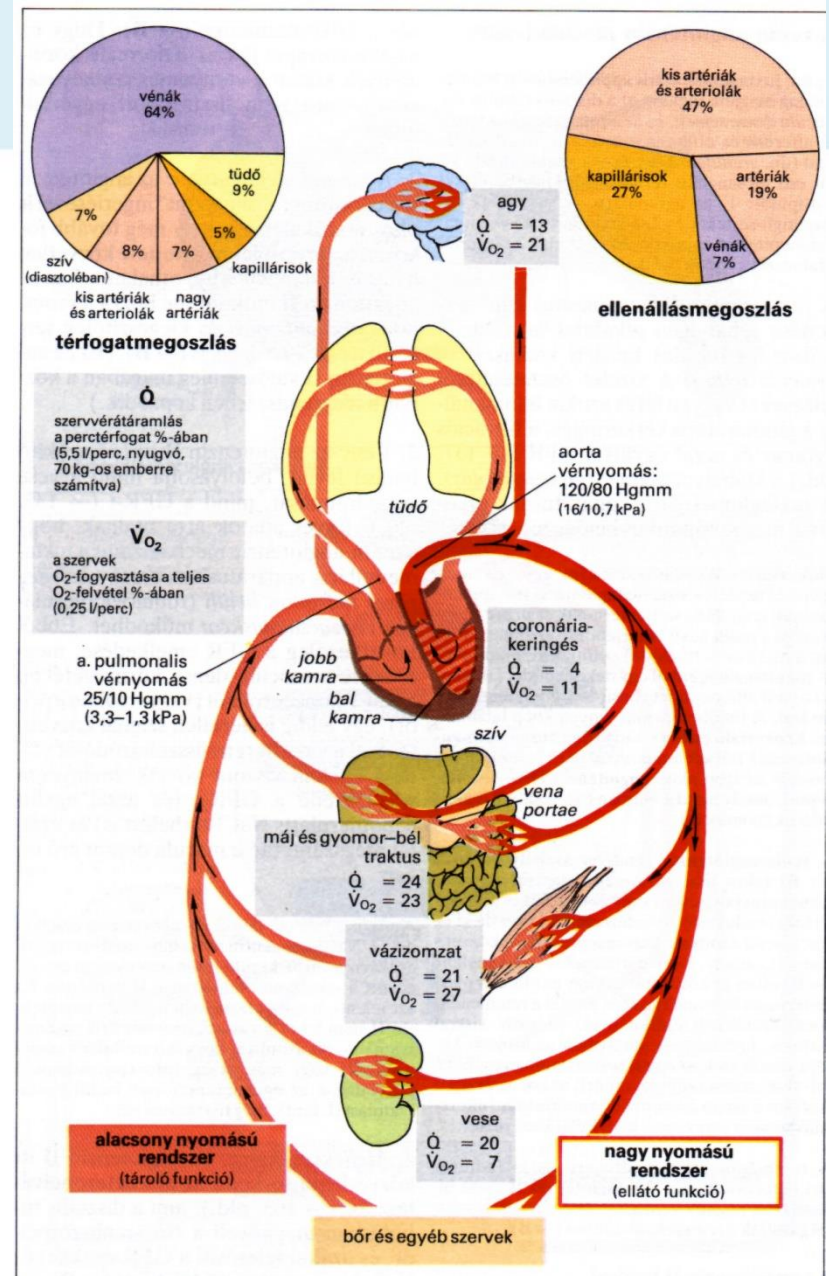
$$\Delta p = \Delta p_{hydr.} + KQ^2$$

- Hidrosztatikus különbség:

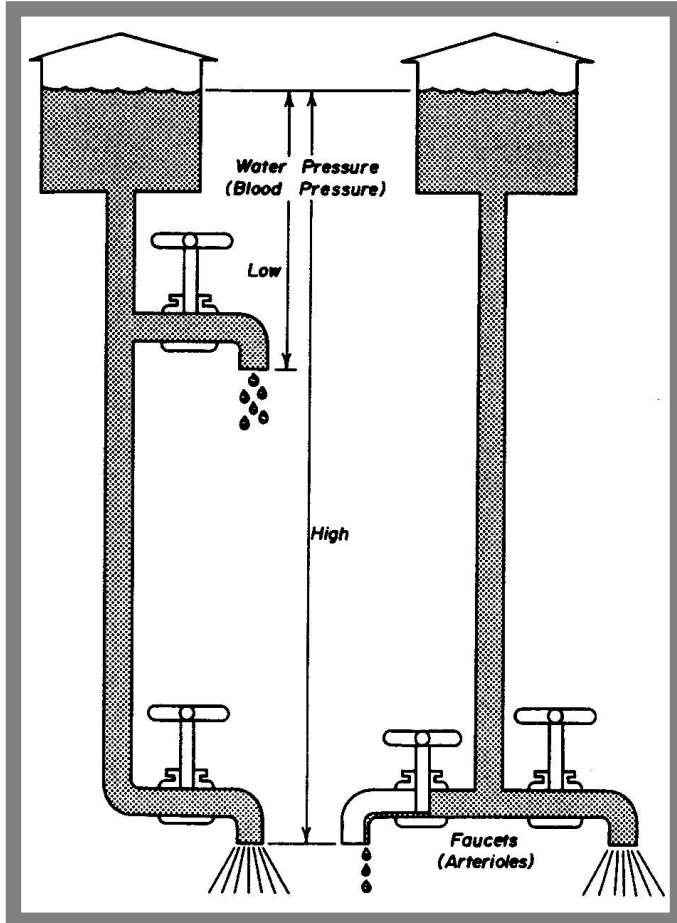
$$\Delta p_{hydr.} = \rho g \Delta h = \underline{\underline{0}}$$

- Hidraulikus ellenállás:

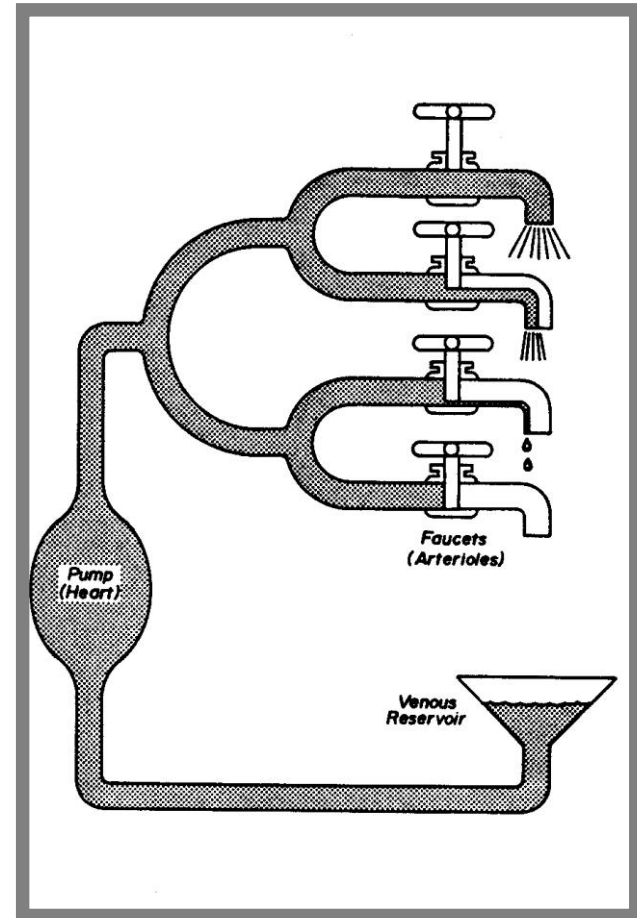
$$[R =] K = \frac{\Delta p}{Q^2}$$



Vérkör – csővezeték analógia



Kifolyás tartályból



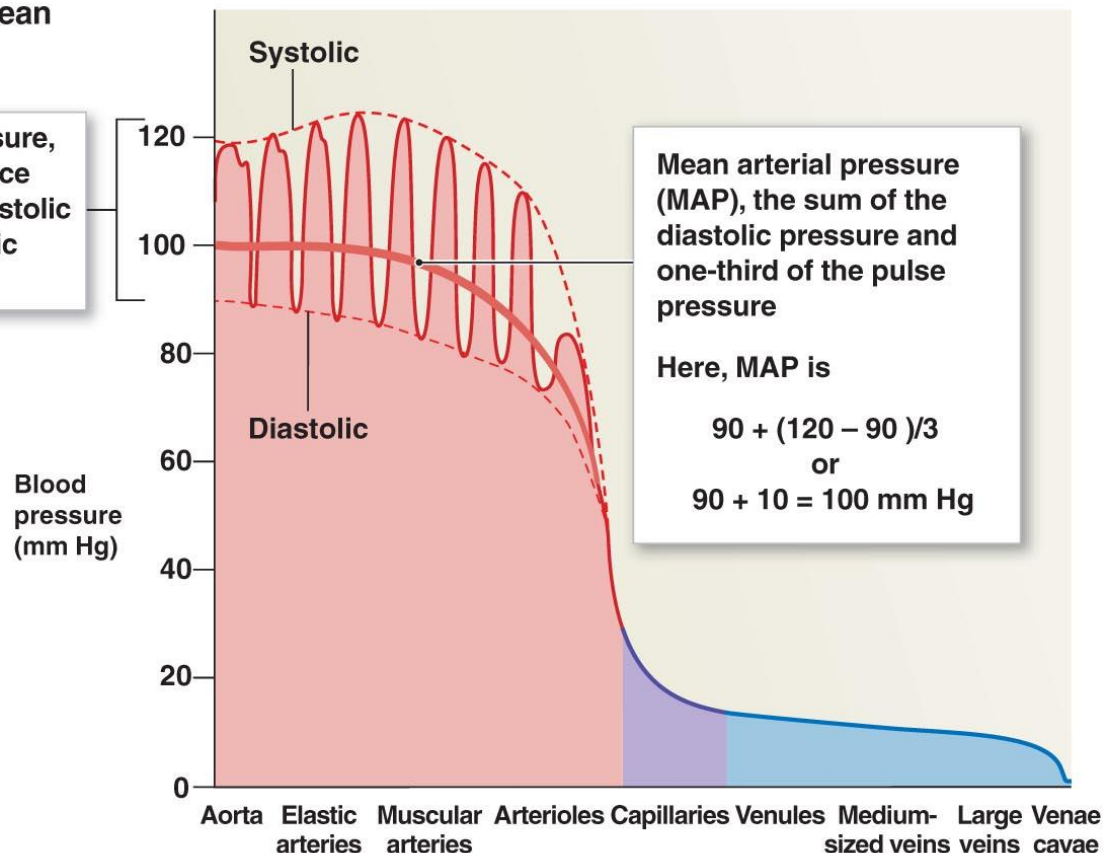
Vérkör modellje



Vérnyomás változása a nagy vérkörben

The calculation of mean arterial pressure

Pulse pressure, the difference between systolic and diastolic pressures



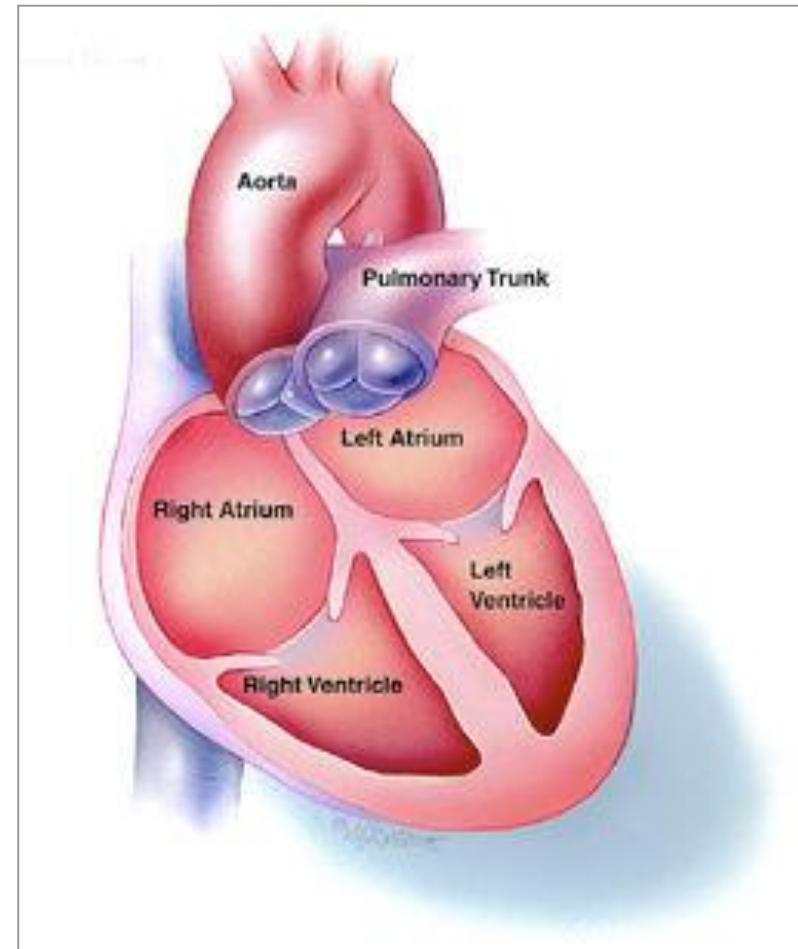
© 2011 Pearson Education, Inc.

Vérnyomás változás az érrendszer egyes szakaszaiban



A szív felépítése

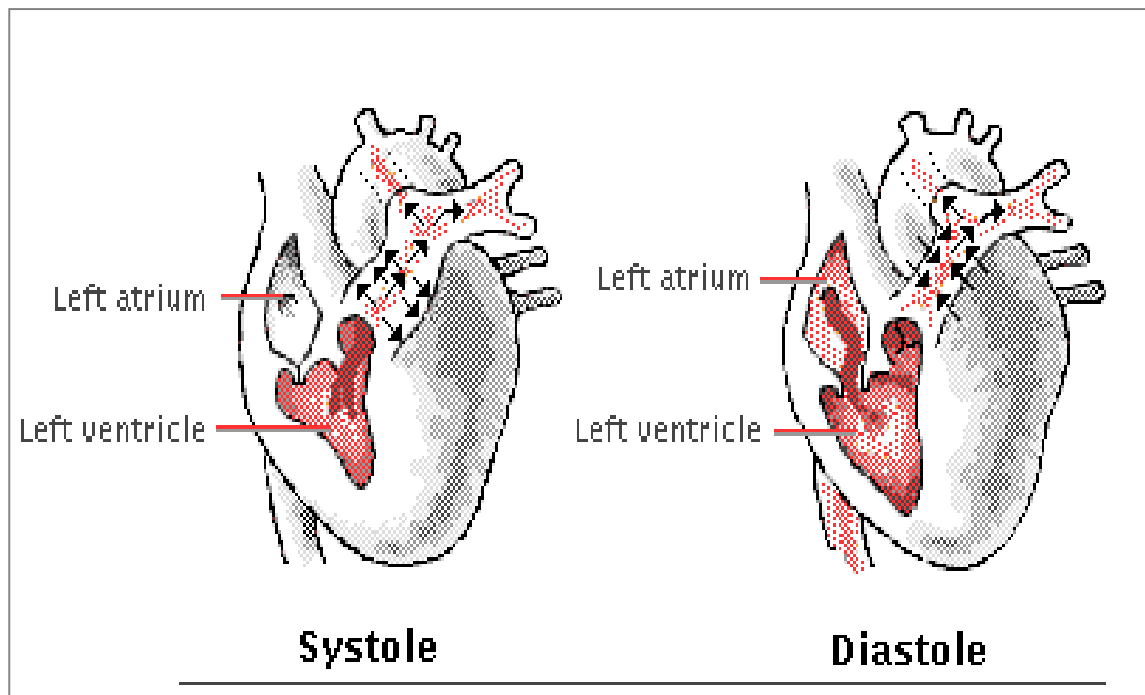
- Bal kamra – nagyvérkör
- Jobb kamra – kisvérkör (tüdő)
- Pulzus kb. 70/perc
- Összehúzódás – tágulás ciklus
- Térfogat kiszorítás elve
- Visszafolyás ellen szívbillentyűk
- Nem folyamatos szállítás – instacionárius folyamat



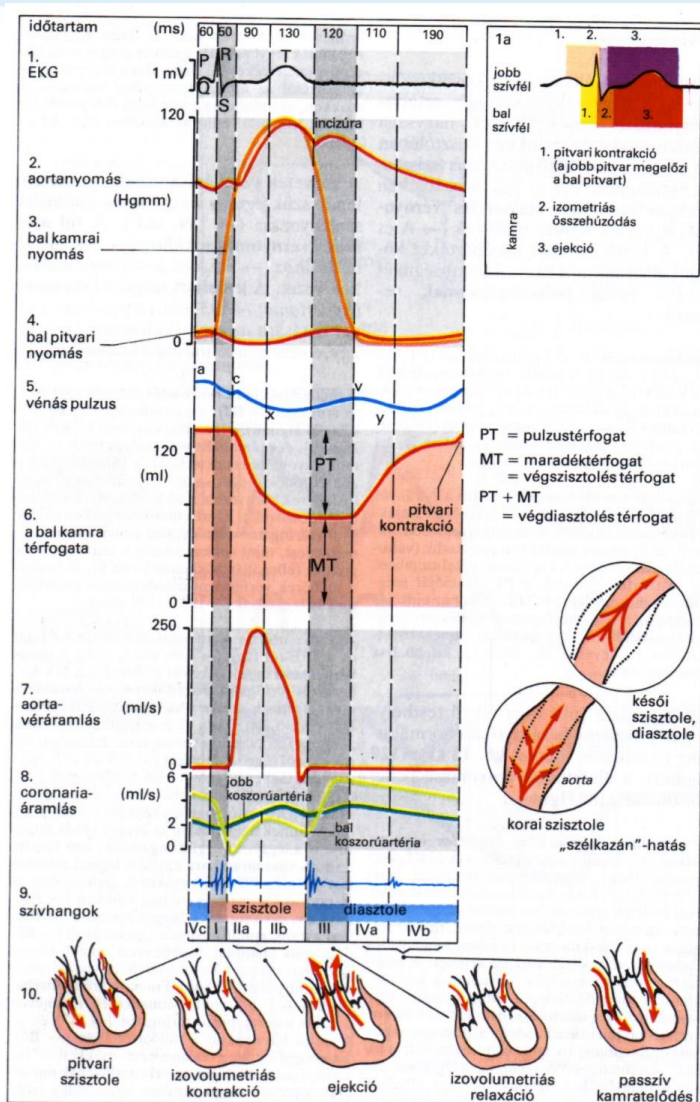


A szív működés fázisai

- Szisztolé: kiáramlás a kamrákból az aortába
- Diasztolé: kamra feltöltése a pitvarból
- A két folyamat ciklikusan ismétlődik



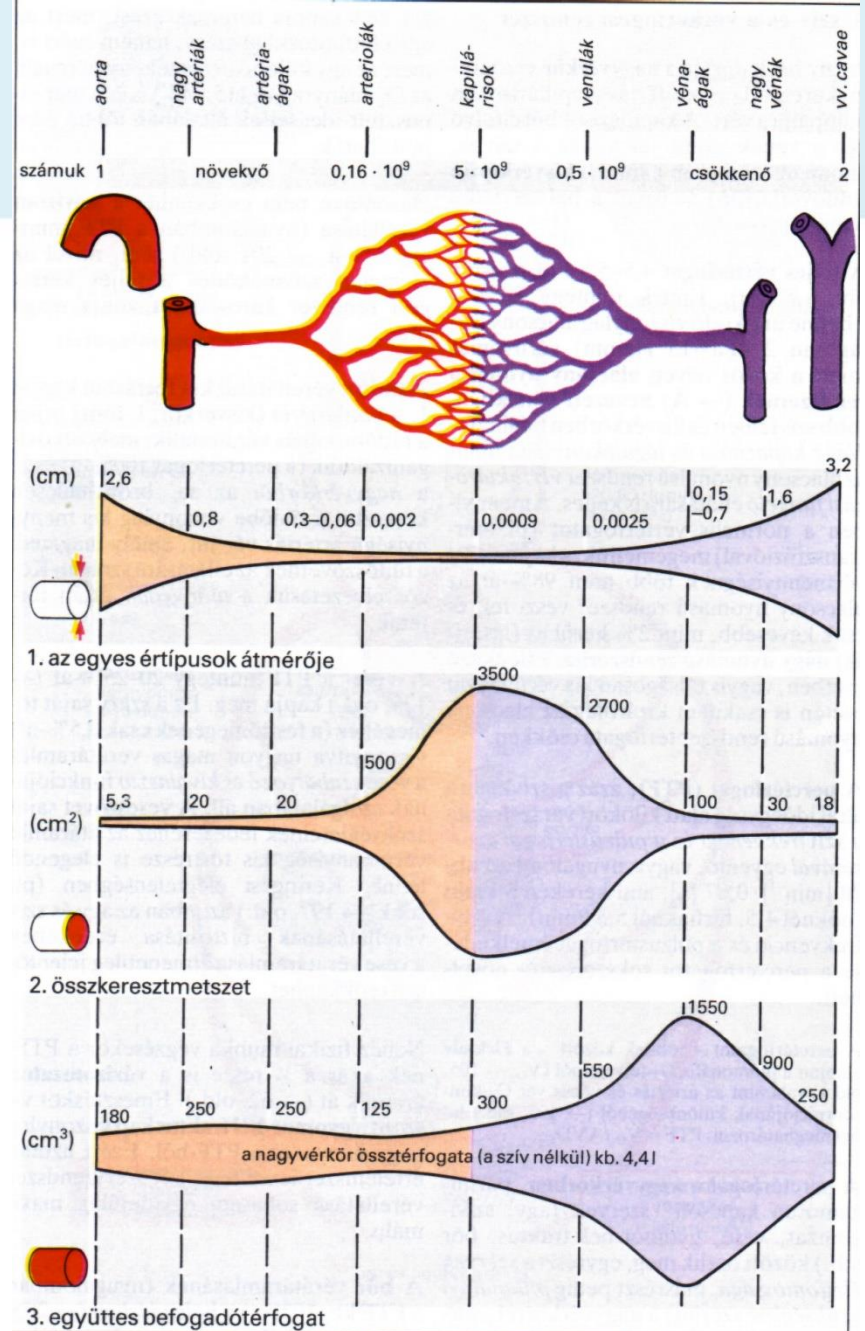
A szív működés fázisai





Érhálózat felépítése

- Perctérfogat kb. 5 l/perc
(térfogatáram)
- Sebességek:
 - Aorta: ~20 cm/s
 - Artéria: 5-10 cm/s
 - Kapilláris: 0,03 cm/s





Erek ellenállása

- Hagen-Poiseuille törvény:
(lamináris áramlás csőben)

$$\text{Nyomáresés: } \Delta p = \frac{8l\mu}{\pi \cdot r^4} \cdot Q = R \cdot Q$$

$$\text{Ellenállás: } R = \frac{8l\mu}{\pi \cdot r^4}$$

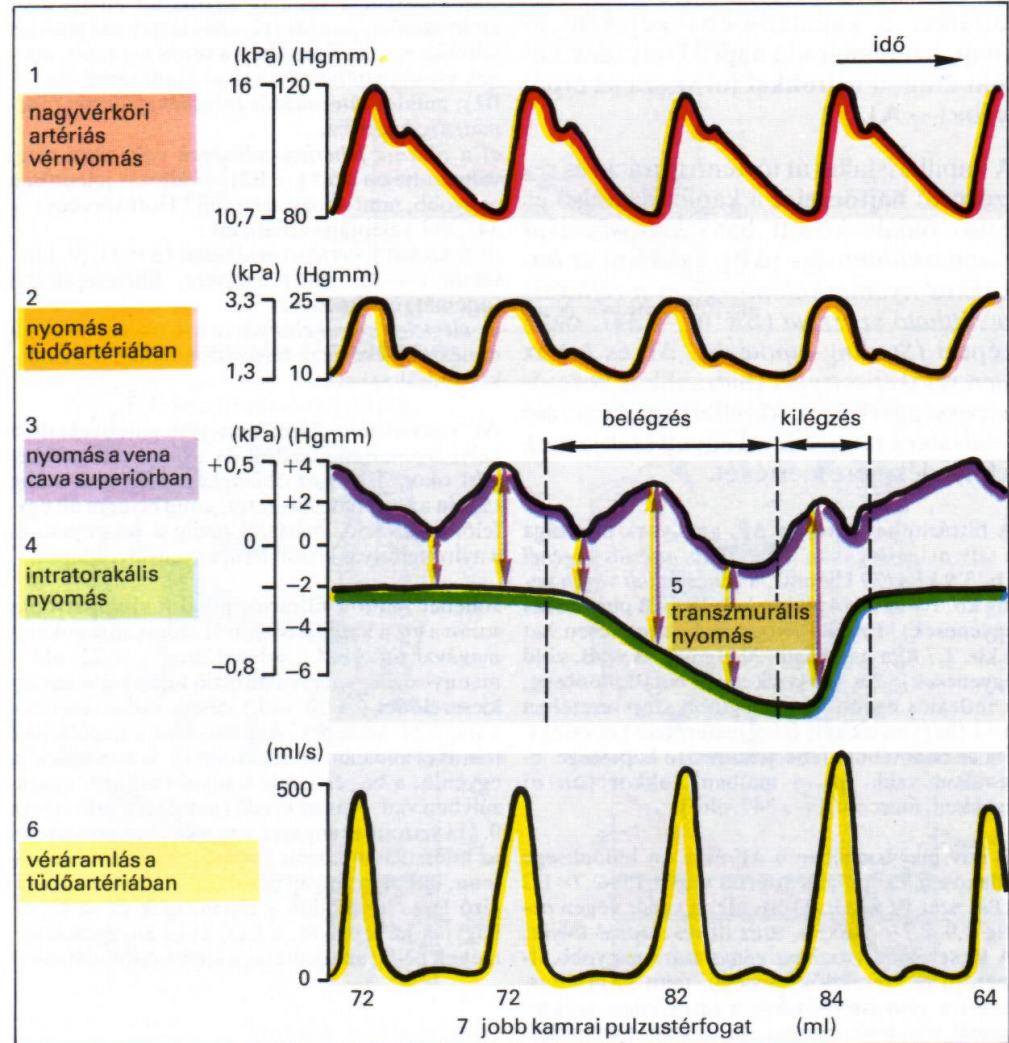
- Áramló vér viszkozitása:

$$\mu = 3 - 4 \text{ mPa} \cdot \text{s} \quad (\sim \text{víz négyszerese})$$

- Csőátmérő 16%-os csökkenése kétszerezi az ellenállást:

$$R^* = R \frac{1}{0.84^4} \approx 2R$$

- Befolyásolja a vérnyomásjelet
- Intratorakális/intrapleurális nyomás: a mellhártyánál mérhető nyomás
- Az intratorakális nyomás szuperponálódik a vérnyomásra





Vérnyomásmérés

- Vérnyomás
 - Mit mérünk? (Mit jelent a 120/80?)
- Non-invazív vérnyomásmérési módszerek
 - Mandzsettás vérnyomásmérés
 - Auszkultációs - Korotkov hang
 - Oszcillometriás
 - Tonometriás módszer
- (Nyomásmérési módszerek – általában)
- Invazív vérnyomásmérési módszerek



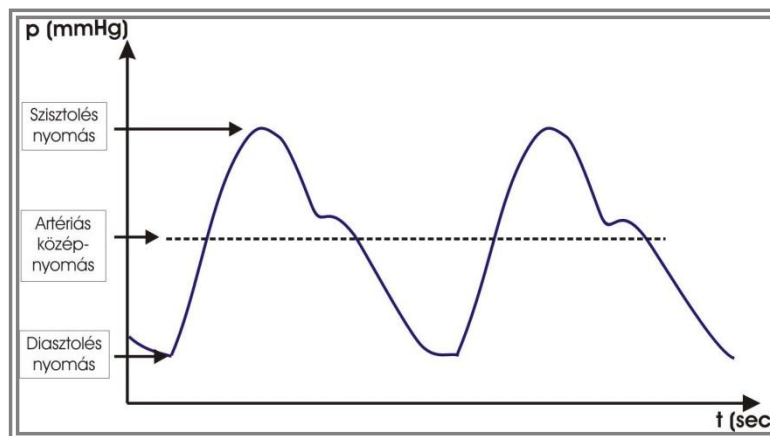
Vérnyomás mérése

- Bernoulli entalpia:
$$i_B = \frac{p_{statikus}}{\rho} + \frac{v^2}{2} + gh$$
- Össznyomás:
$$p_{\ddot{o}} = p_{statikus} + \frac{\rho}{2}v^2$$
- Pontosan mit mérünk?
- Vérnyomás: „a vérnek az erek falára kifejtett nyomása”
- Időben periodikusan változó mennyiség



Vérnyomás mérése

- SBP- systole – szisztolés vérnyomás: a nyomásgörbe maximuma Hgmm-ben
- DBP- diastole – diasztolés vérnyomás : a nyomásgörbe minimuma



Vérnyomás a ló nyaki ütőerében



Stephen Hales (1677 - 1761)



Vérnyomásmérés üvegcsővel

Emberi vérnyomás

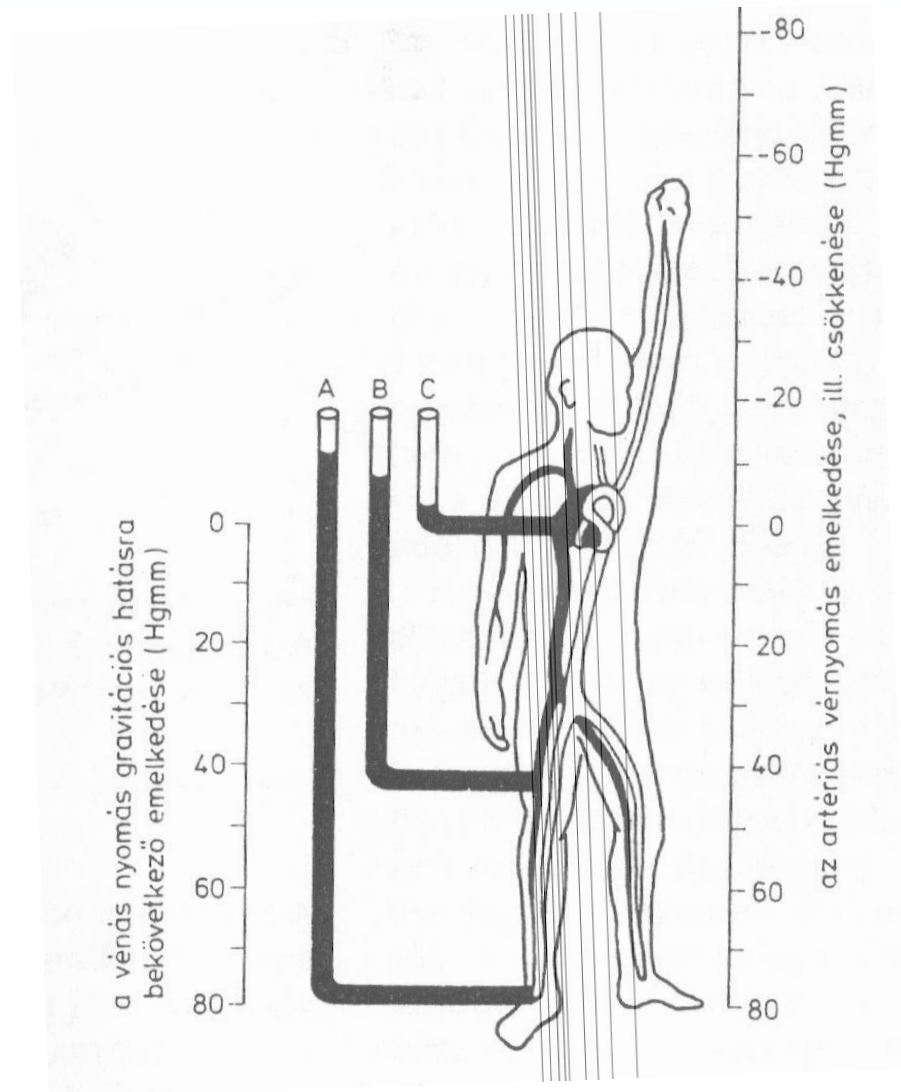
- Veszteségmentes esetben a Bernoulli entalpia állandó

$$i_B = \frac{v^2}{2} + gz + \frac{p}{\rho}$$

- Változik, ha veszteséges az áramlás

$$\frac{v_a^2}{2} + gz_a + \frac{p_a}{\rho} = \frac{v_b^2}{2} + gz_b + \frac{p_b}{\rho} + gh'_{ab}$$

$$\frac{v_b^2}{2} + gz_b + \frac{p_b}{\rho} = \frac{v_c^2}{2} + gz_c + \frac{p_c}{\rho} + gh'_{bc}$$





Ember vérnyomása – jelölések élettanban

- Hidrosztatikus:

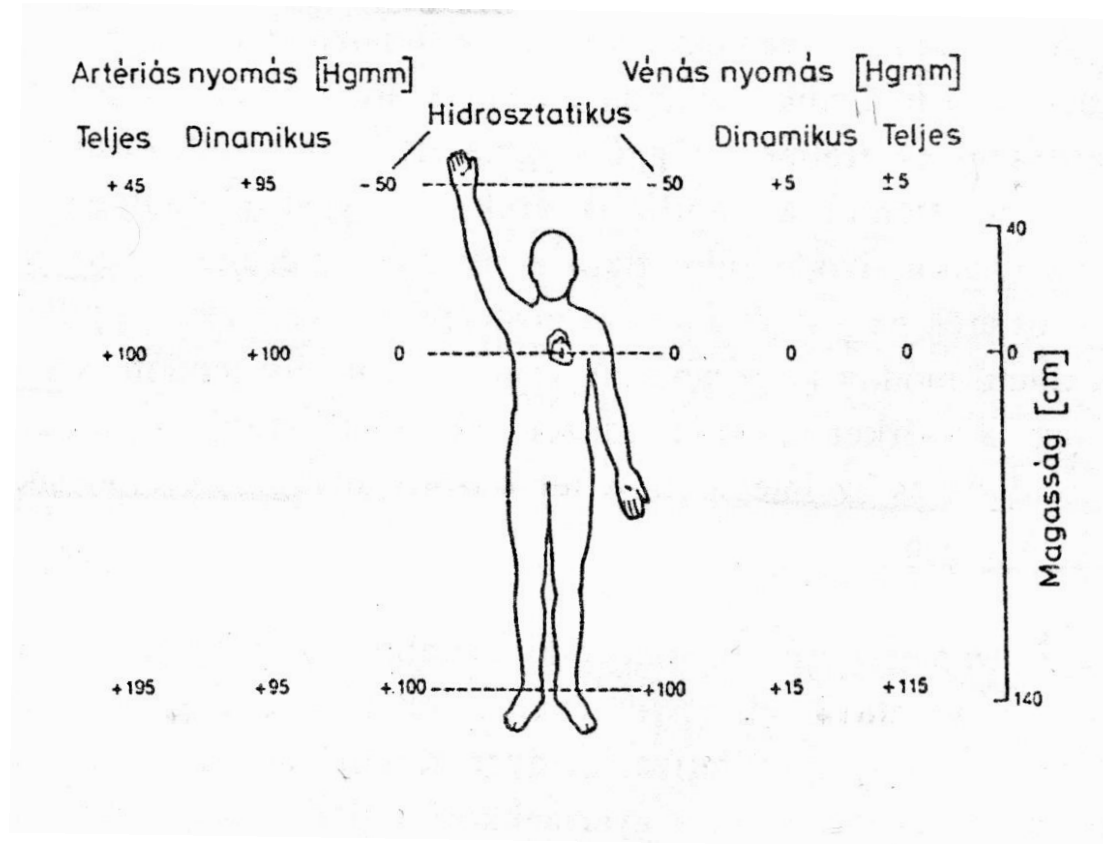
$$i_B = \frac{v^2}{2} + gz + \frac{p}{\rho}$$

- Teljes:

$$i_B = \frac{v^2}{2} + gz + \frac{p}{\rho}$$

- Dinamikus:

vizsgált pont utáni erek ellenállásának legyőzésére fordítandó nyomás



$$p_t = p_h + p_d$$

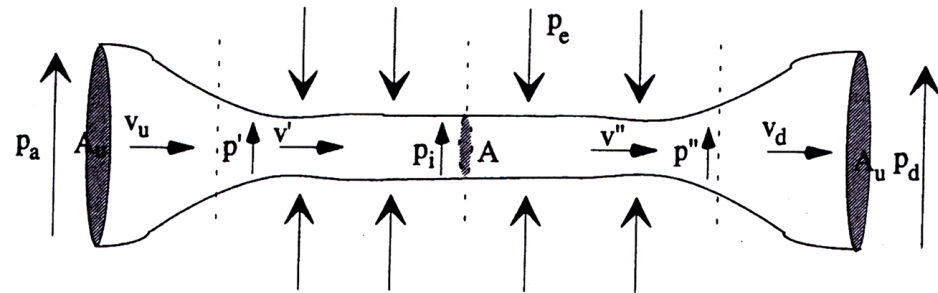
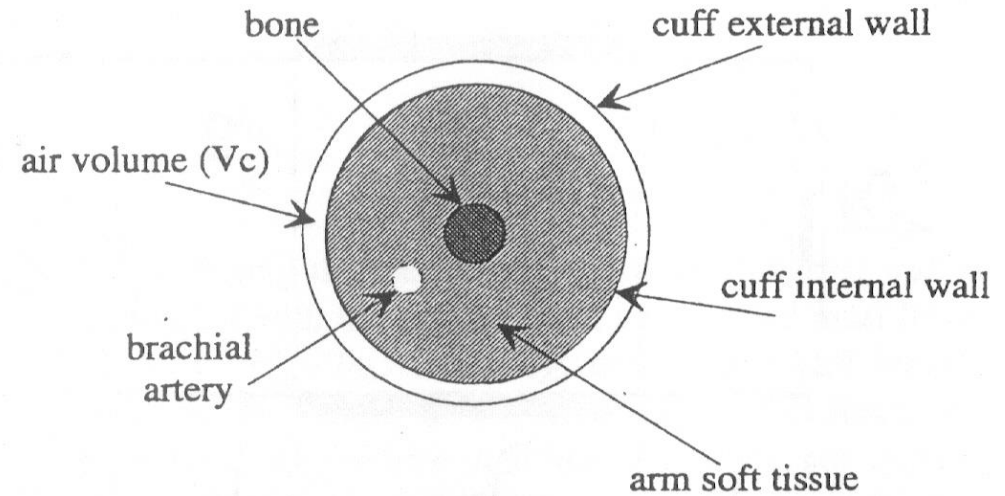
$$p_h = \rho_{vér} g \Delta h$$

$$p_d = \left(\sum R \right) Q^2$$



Mandzsetta

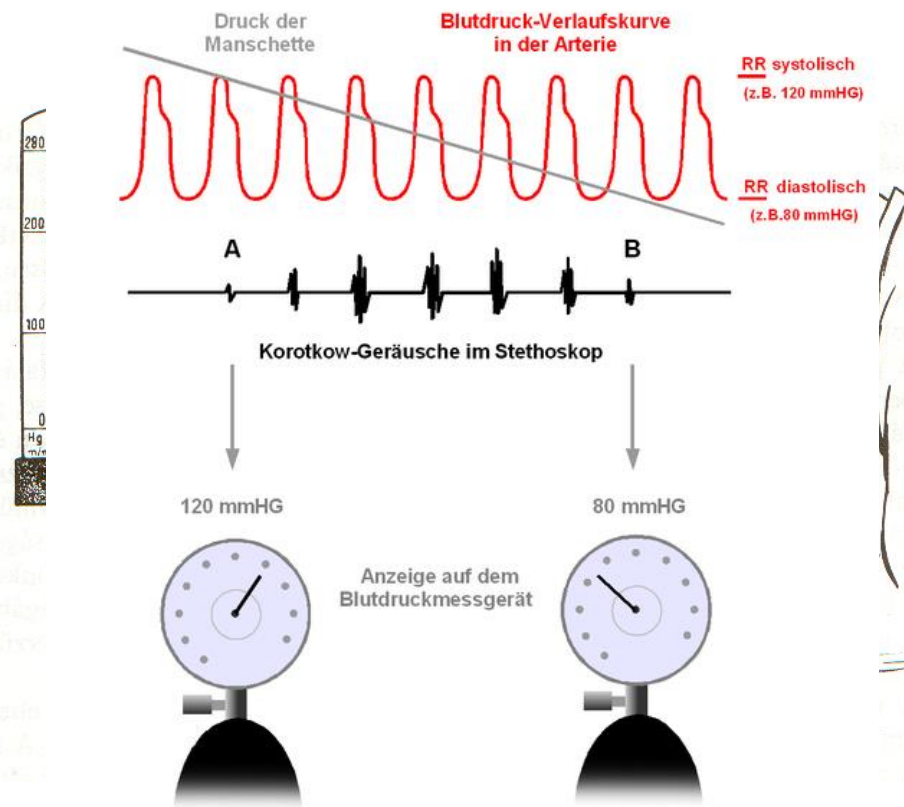
- A mandzsettanyomást mérjük
- Hogyan viszonyul egymáshoz a mandzsetta nyomása és a vérnyomás?
- Részben szövetet deformálunk!





Manométeres vérnyomásmérés

- Riva-Rocci féle módszer (1896)
- Elszorítjuk a felkari artériát. A mandzsettanyomás meghaladja a vérnyomást, az ér elzáródik.
- Lassan leeresztjük a mandzsettát (~2-3 Hgmm/s)
- A vérnyomás meghaladja a mandzsettanyomást, átáramlás jön létre (*Korotkov hangok*)
 - *szisztolés vérnyomás*
- Megszűnik a hanghatás
 - *diasztolés vérnyomás*

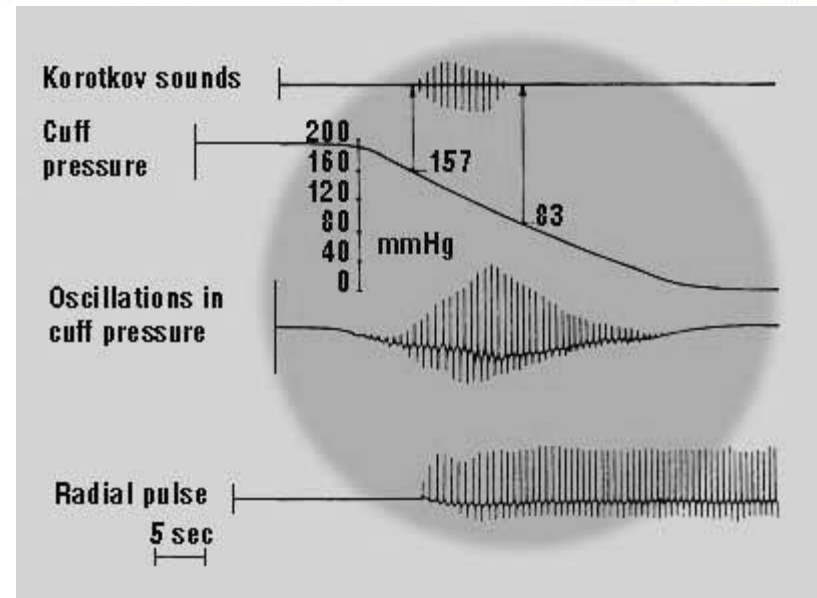
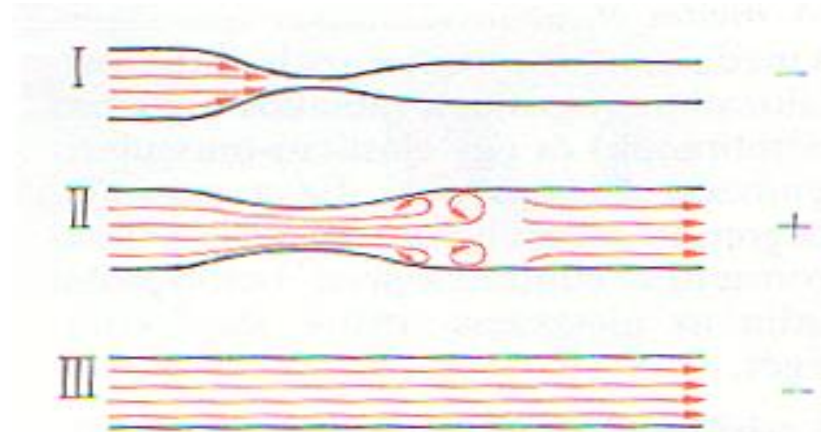


Auszkultációs technika



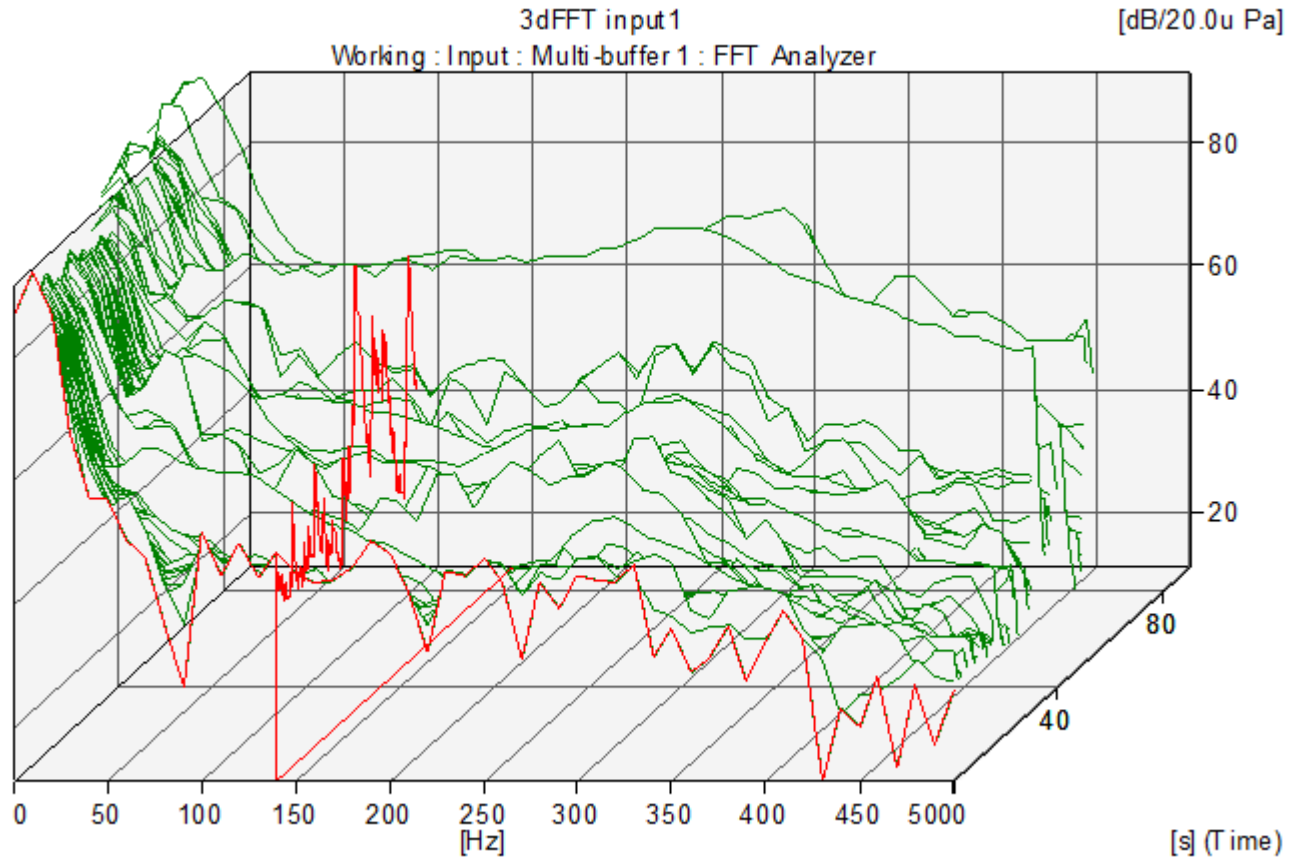
Korotkov hangok

- Érfal összenyomódik
- Nyomás csökkenésével megindul az áramlás
- Keresztmetszet szűkülés, aztán bővülés
- Leválási zóna alakul ki, ami zajhatást okoz
- Ez a zajhatás hallható mérés közben





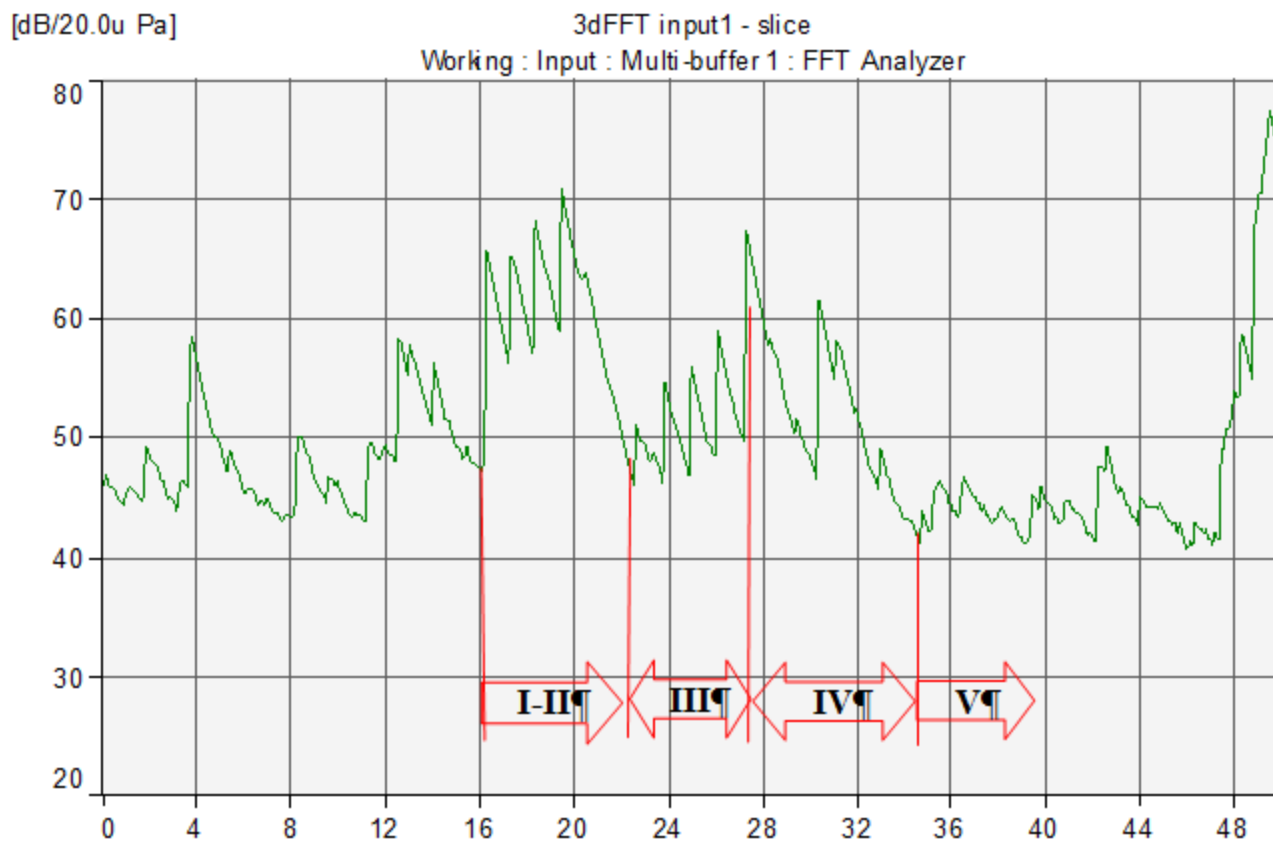
Korotkov hangok



Nyomásspektrum változása az idő függvényében



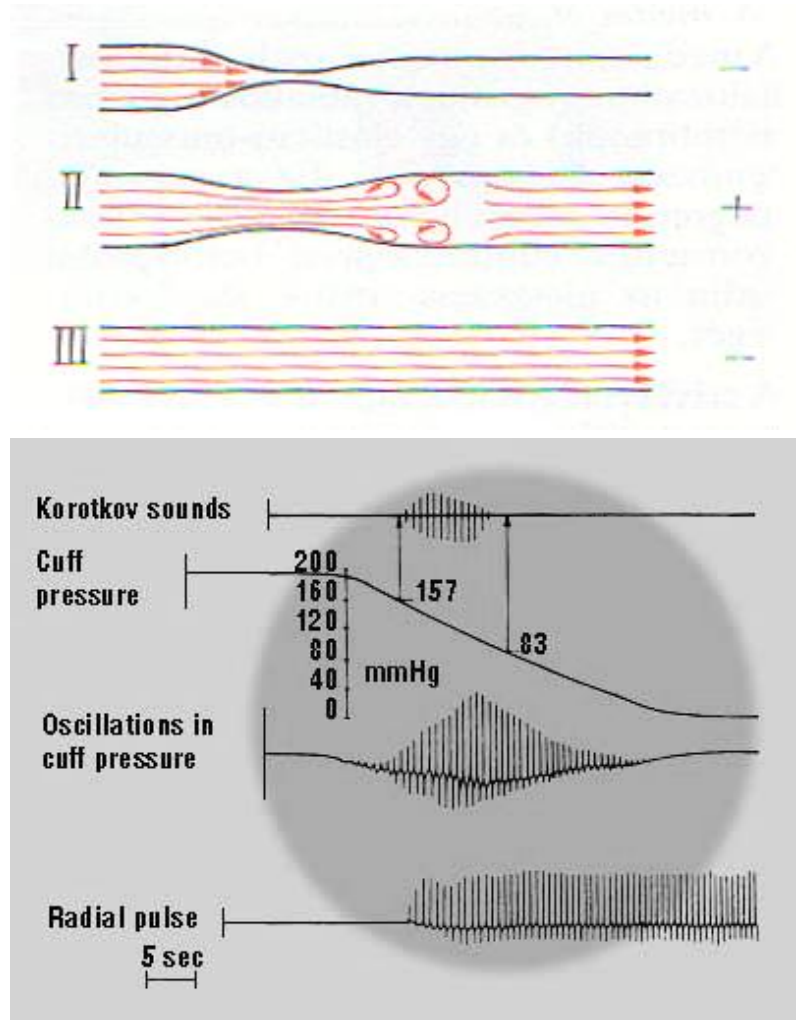
Korotkov hangok





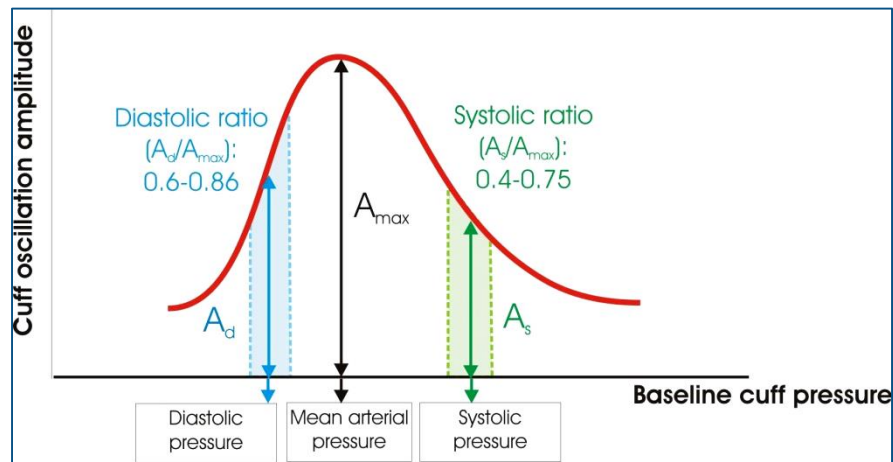
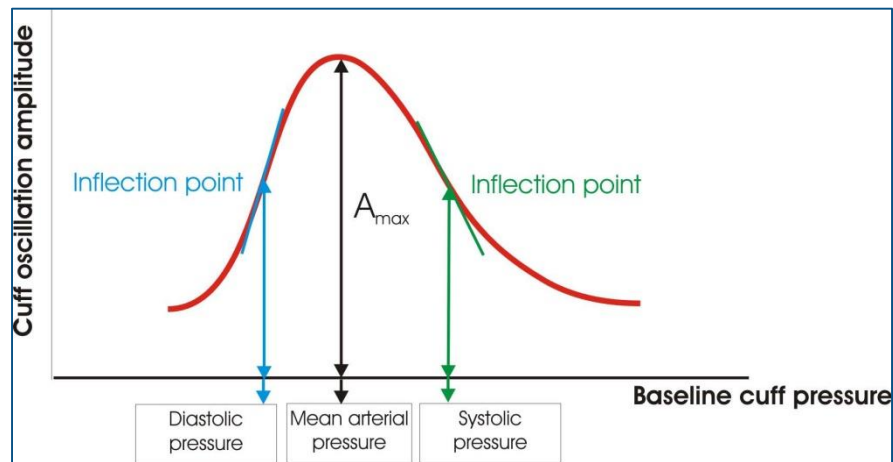
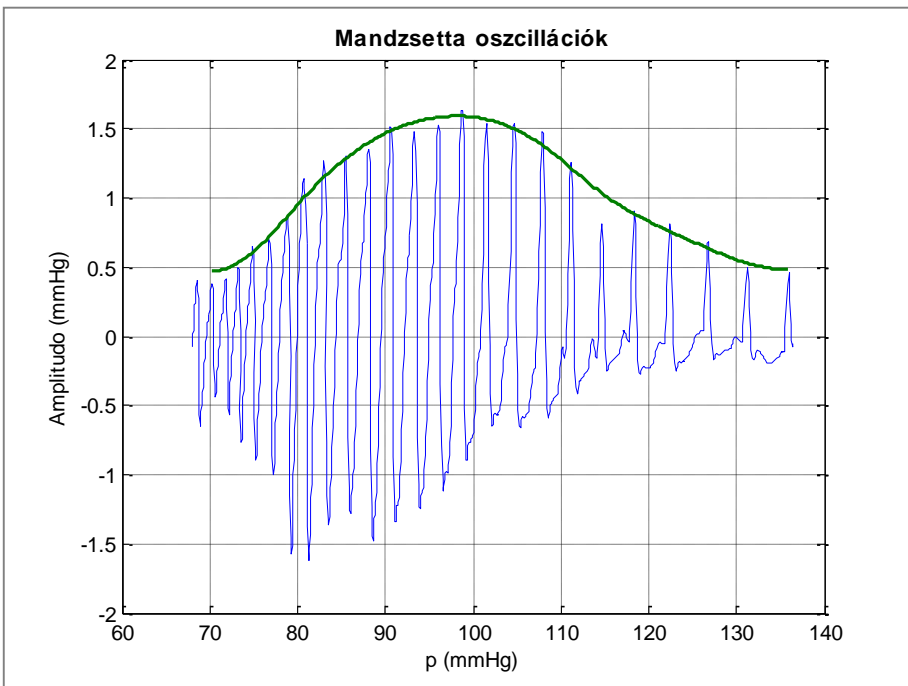
Oszcillometriás vérnyomásmérés

- A mandzsettában fellépő nyomáslengéseket (oszcilláció) vizsgálják.
- A legnagyobb amplitúdójú oszcillációhoz tartozik a közepes nyomás:
$$p_{\text{közép}} = (p_{\text{szisztolé}} + 2p_{\text{diasztolé}}) / 3$$
- Szisztolé és diasztolé meghatározása konstansokkal (tapasztalati tényezők)





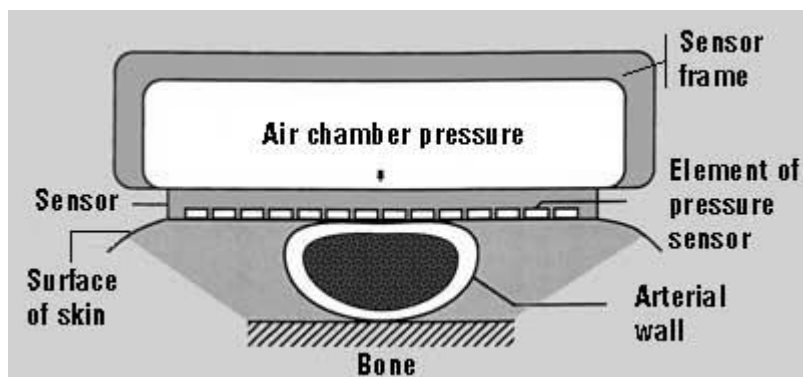
Oszcillometriás vérnyomásmérés





Tonometriás vérnyomásmérés

- Nyomásszenzort helyezünk az artéria fölötti bőrfelületre
- Mérés általában a radiális artérián (csuklónál)
- Kalibráció nehézkes





Nyomás mérése általában

- Manométerek (*egycsöves, U-csöves*)
- Dobozos manométerek (*Bourdon csöves*)
- Nyomás távadók (*kapacitív, rezisztív*)



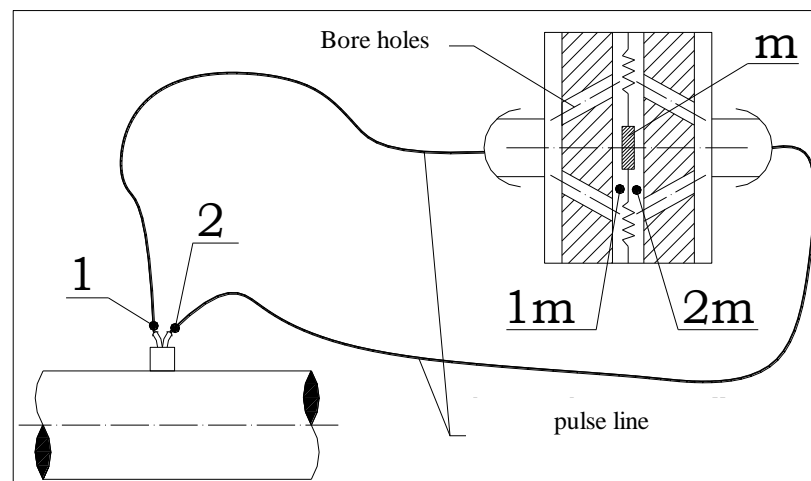
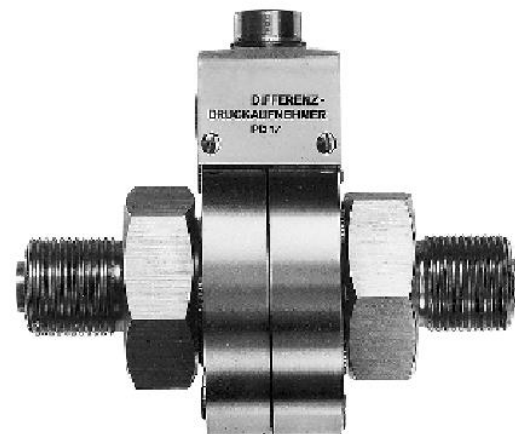
Dobozos manométer





Nyomástávadó

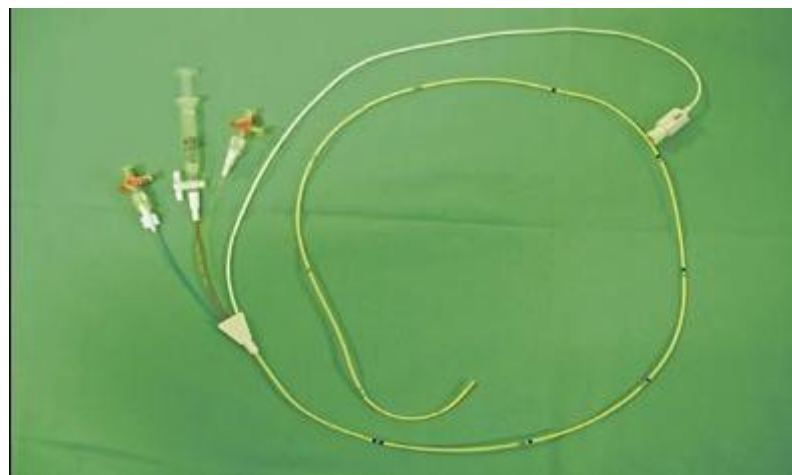
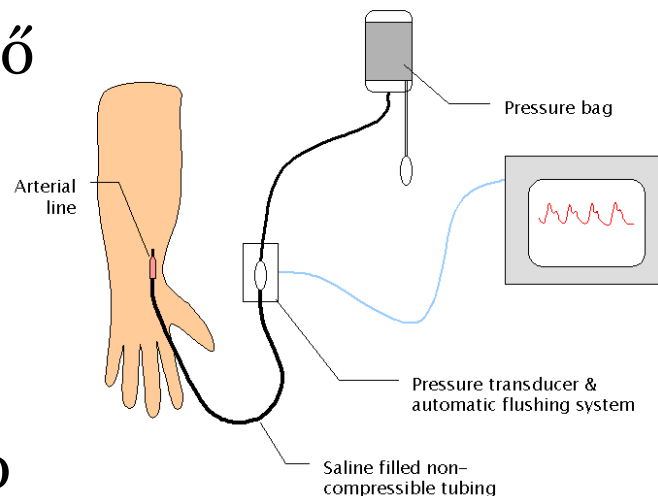
- Nyomással arányos villamos mennyiséget mérünk
- Oszcillometriás eszközök „lelke”
- Kalibrálás: mért érték és fizikai mennyiség közötti kapcsolat
- Jellemzők:
 - méréshatár (pl. 1 bar)
 - mintavételezési frekvencia (pl. 1 kHz)





Invazív vérnyomásmérés

- Szervezetbe vezetett nyomásmérő szonda a cső végén
- A nyomás időbeli lefutása is mérhető vele, nem csak a két jellemző nyomásérték
- Intenzív ellátás alatt használható csak





Vér áramlási sebességének mérése

- Áramlási sebesség
 - Stacionárius és instacionárius állapot
- Vér áramlási sebességének mérési módszerei
 - Pletizmográfia
 - Ultrahangos módszer
 - Indikátoros módszerek
- Sebességmérési módszerek – általában
 - Köbözés
 - Szűkítőelemes mérés
 - Venturi mérő
 - Mérőperem
 - Elektromágneses indukció
 - LDA



Áramlási sebesség mérése

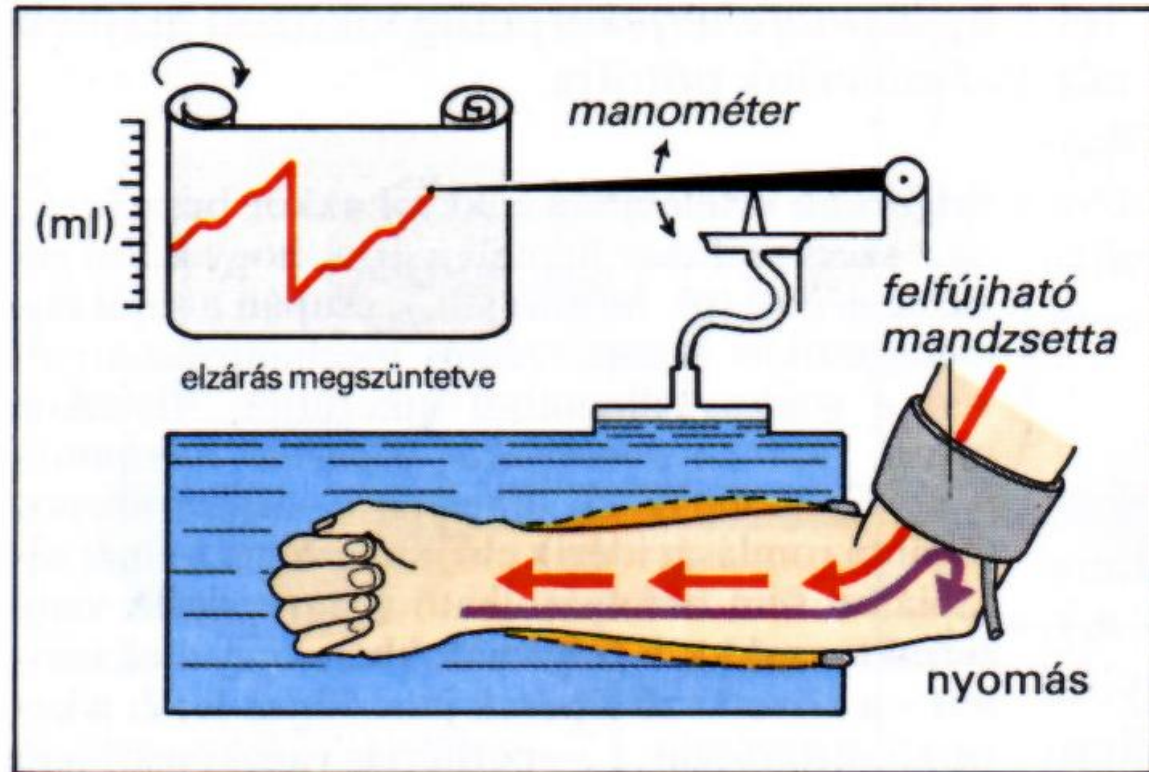
- Körülmenyesebb, mint a nyomásmérés
- Módszerek főleg állandósult állapot mérésére léteznek
- Instacionárius áramlásoknál
 - Átlagos térfogatáram meghatározása
 - Pillanatnyi térfogatáram
(elektromos úton, legtöbbször nyomásmérés alapon)



Pletizmográfia

- Térfogatváltozást mérünk, ΔV (alkar)
- Vénás elfolyás elzárva
- MÉRJÜK az eltelt időt, Δt

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$



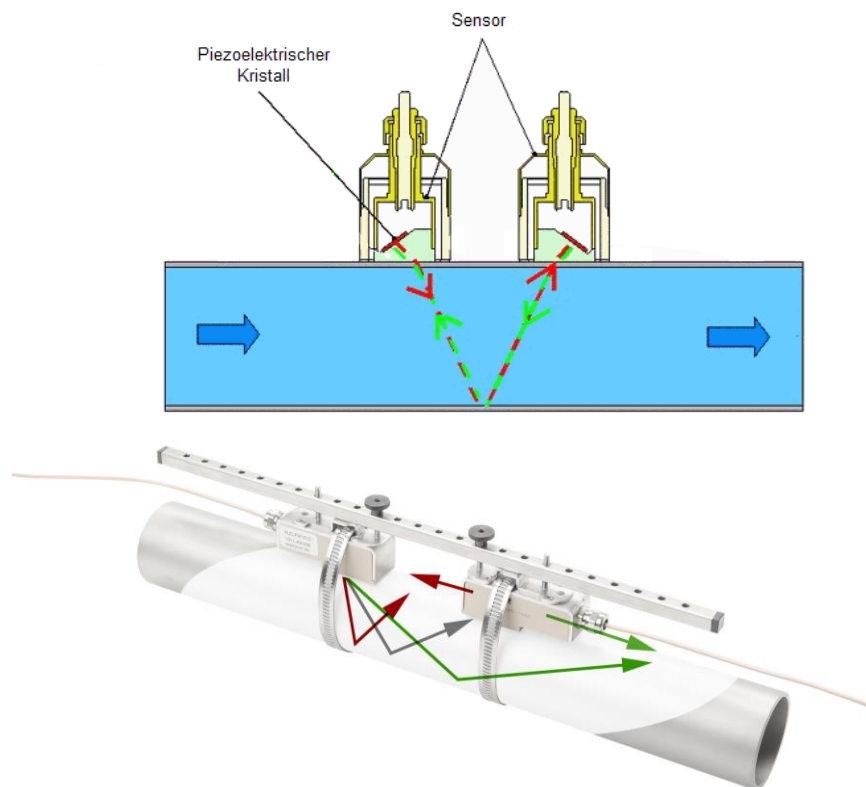
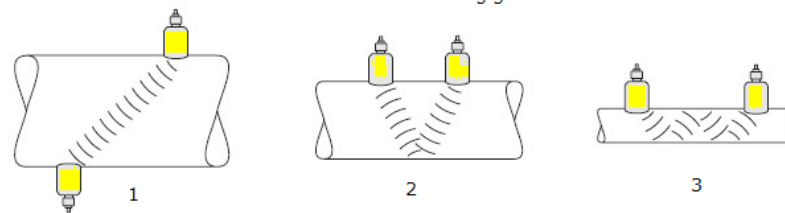


Ultraszagos áramlásmérés

- Non-invazív módszer
- Széles méréstartomány
- Az ultrahang hullámok terjedésének idejét mérjük
- Pillanatnyi sebesség számolható

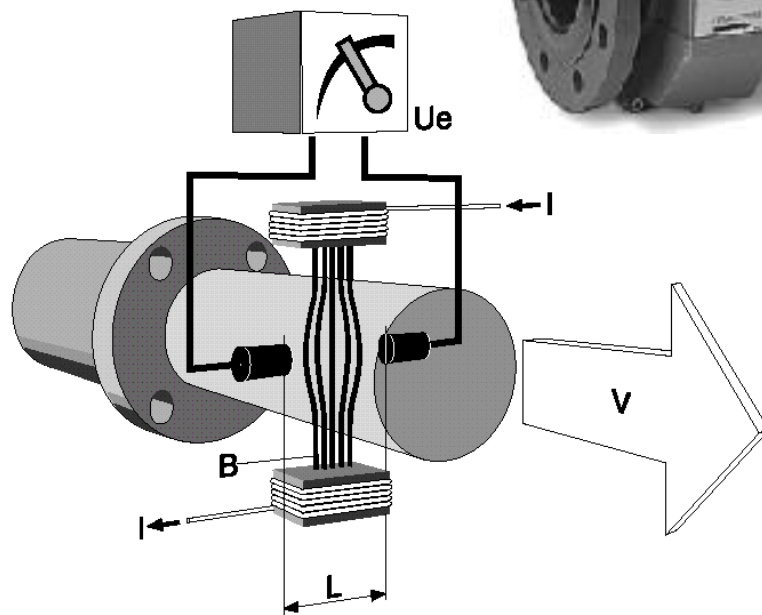
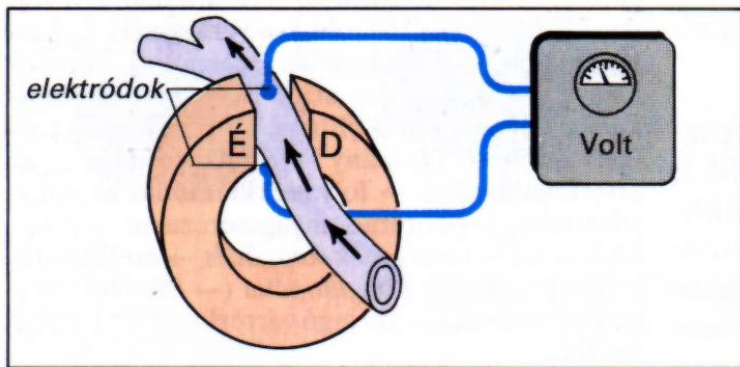


Sensor – Anordnung
Nennweiten abhängig



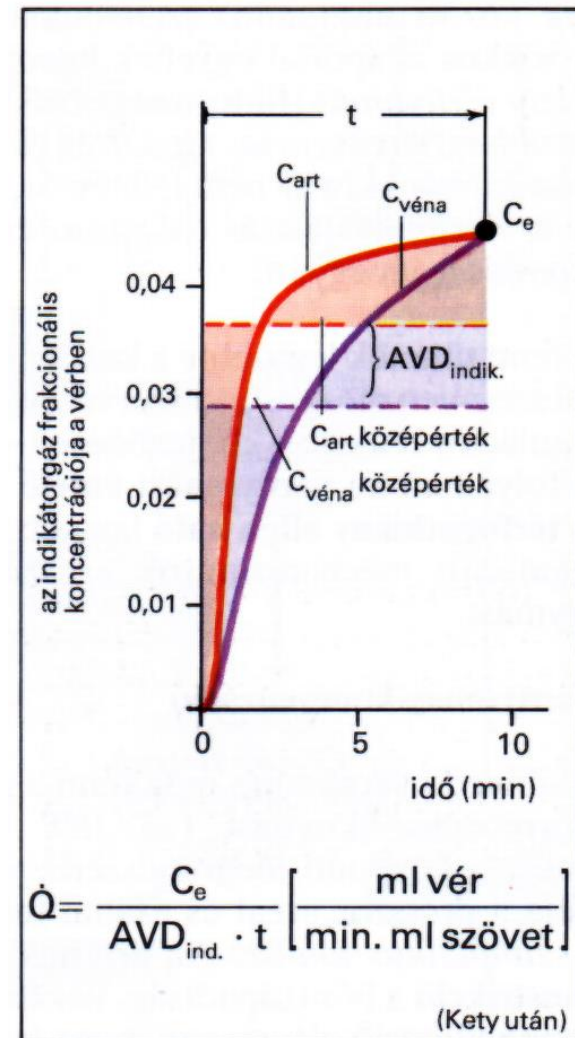
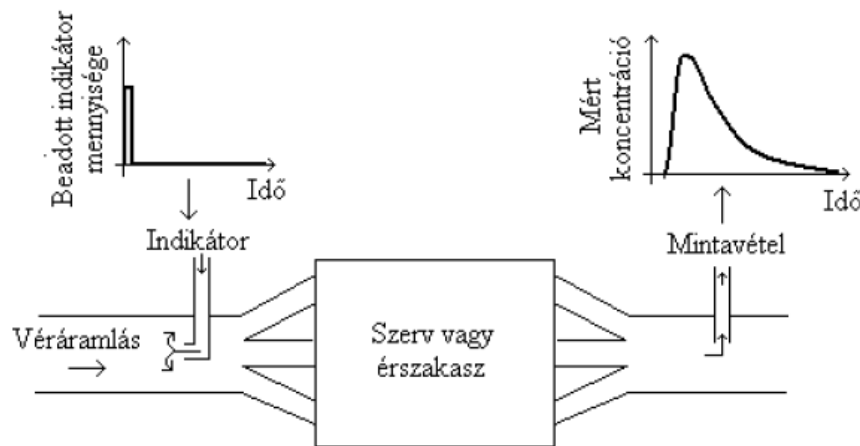
Elektromágneses indukció

- Folyadékban levő töltött részecskék mágneses mezőben haladnak
- Mozgási indukció: $U_e = B \cdot L \cdot v$
- Invazív technika *(hozzá kell férfni a csőhöz)*



Indikátoros módszerek

- Festék dilúció
- Termodilúció
- Inert gáz belégzése (pl. Argon)
- Vérmintákból a gáz koncentrációjának változása





Köbözés

- Edény töltése
- Szintváltozás és idő mérése
- α tartályállandó

• Átlagos térfogatáram: $Q = \alpha \frac{\Delta h}{\Delta t}$



Nyomáskülönbség mérése (statikus nyomás)

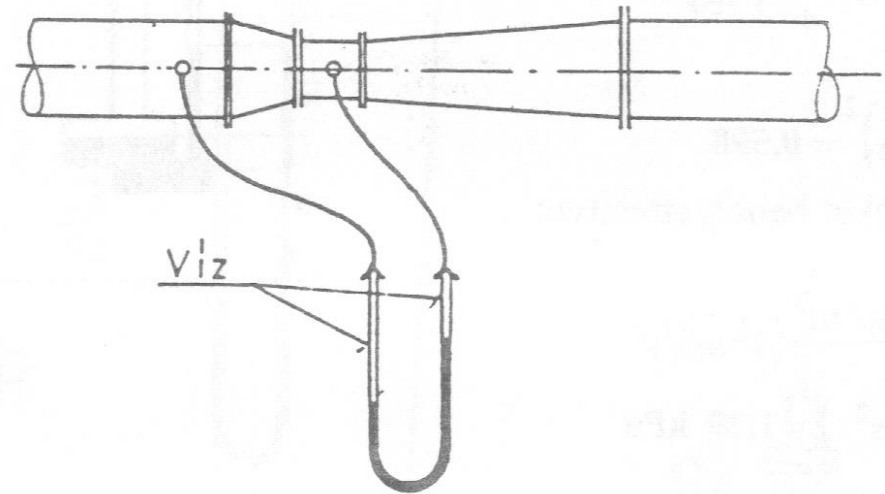
- Kontinuitásból: $A_1 v_1 = A_2 v_2 \rightarrow v_2 = v_1 \frac{d_1^2}{d_2^2}$

- Bernoulli egyenlet: $p_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 = p_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2$

- Mért nyomáskülönbség:

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} (v_2^2 - v_1^2)$$

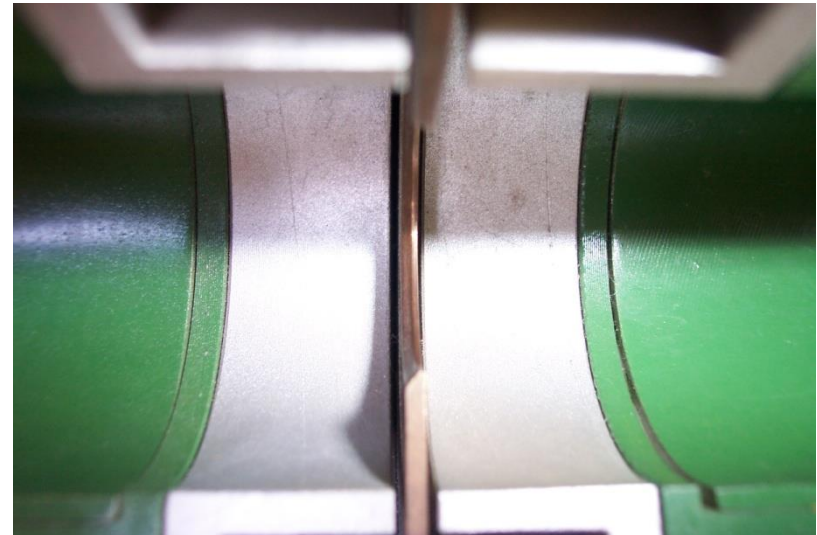
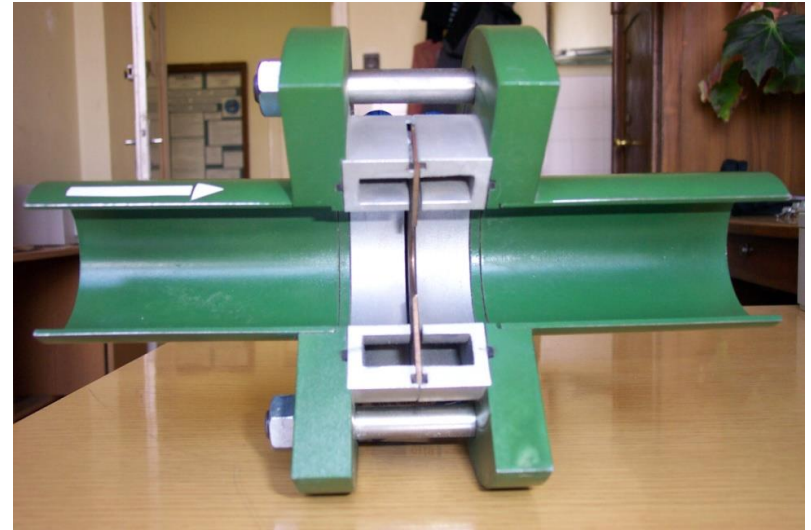
$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} v_1^2 \left(\frac{d_2^2}{d_1^2} - 1 \right)$$





Szűkítőelemes - Mérőperem

- Kis helyigény
- Utólagosan is beépíthető
- Hosszú egyenes csőszakaszt kell biztosítani
- Szabvány előírásainak figyelembe vétele
- Nyomásveszteséggel jár

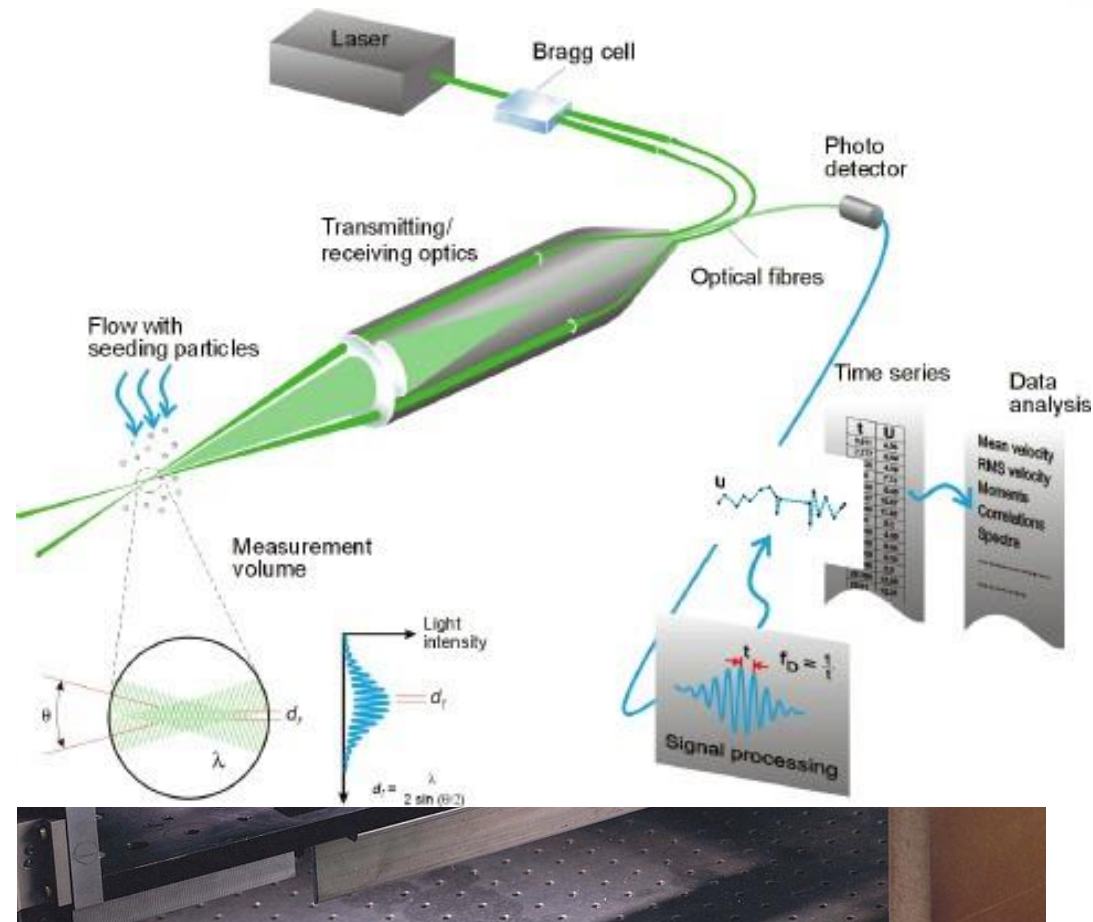


Lézer-Doppler anemométer (LDA)

- Non-invazív módszer
- Kettéosztunk egy lézersugarat
- Interferencia csíkok jönnek létre
- A csíkokon fényvisszaverő részecskék haladnak át
- A visszavert sugár frekvenciája (f_D) arányos a mérőleges sebességkomponenssel (v_x)
- Nem kell kalibrálni

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2 \sin \Phi}$$

$$f_D = v_x \frac{2 \sin \Phi}{\lambda}$$





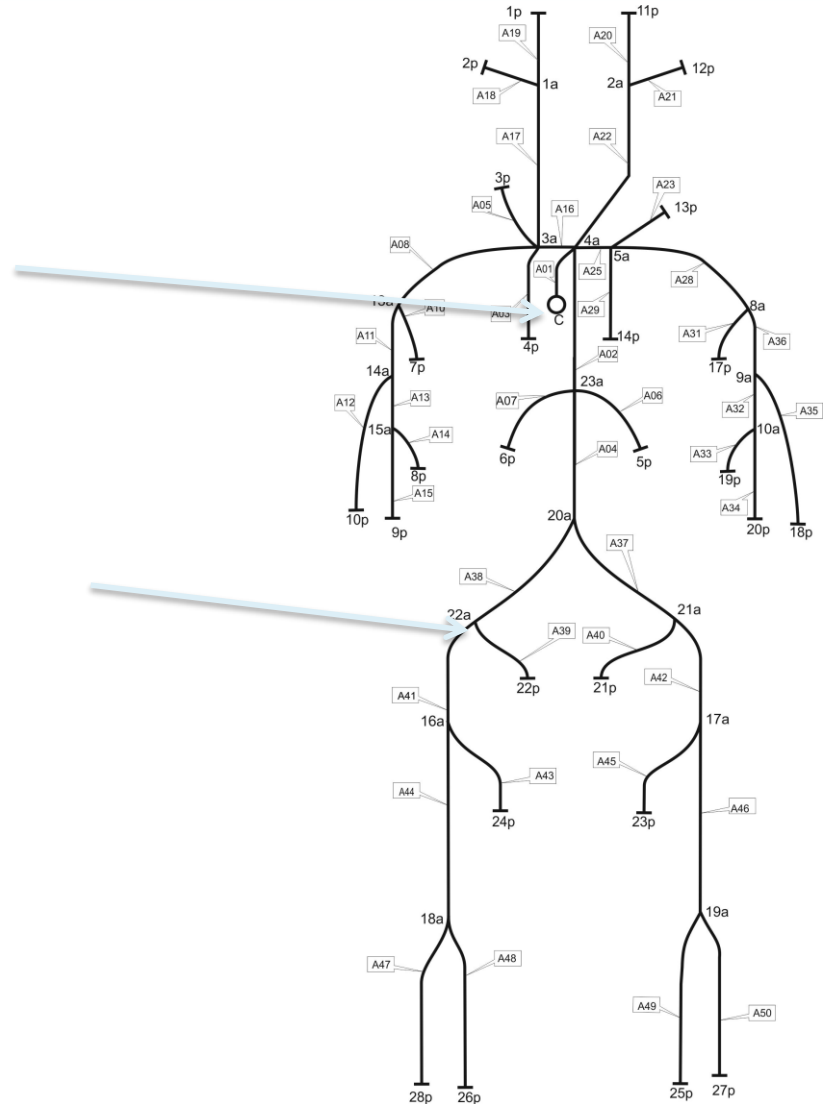
Érhálózat, mint hidraulikai rendszer

Szív

hidraulikai értelemben volumetrikus szivattyúnak tekinthető

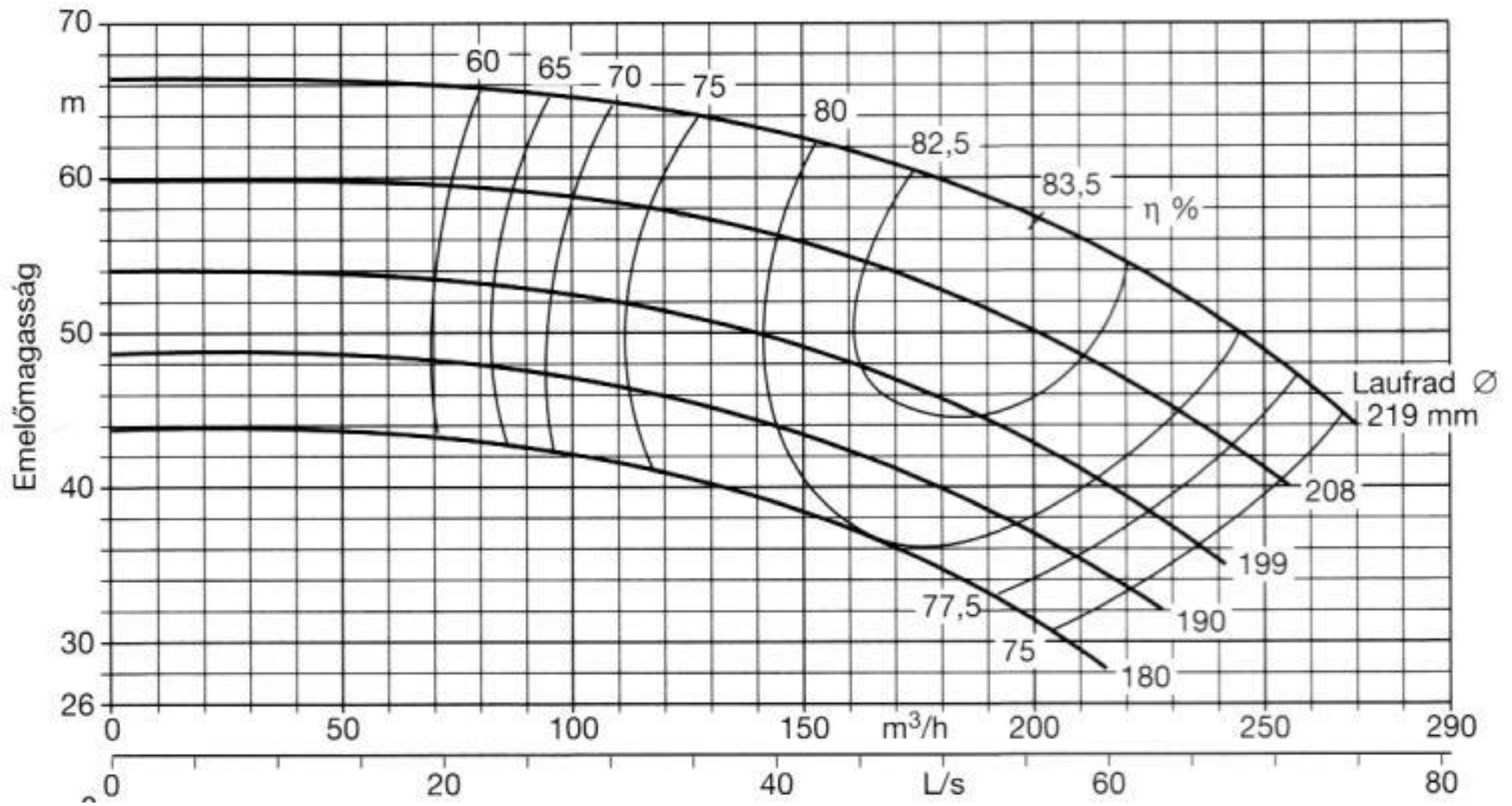
Érhálózat

Fa struktúrájú, könnyen deformálódó csőhálózatként modellezhető



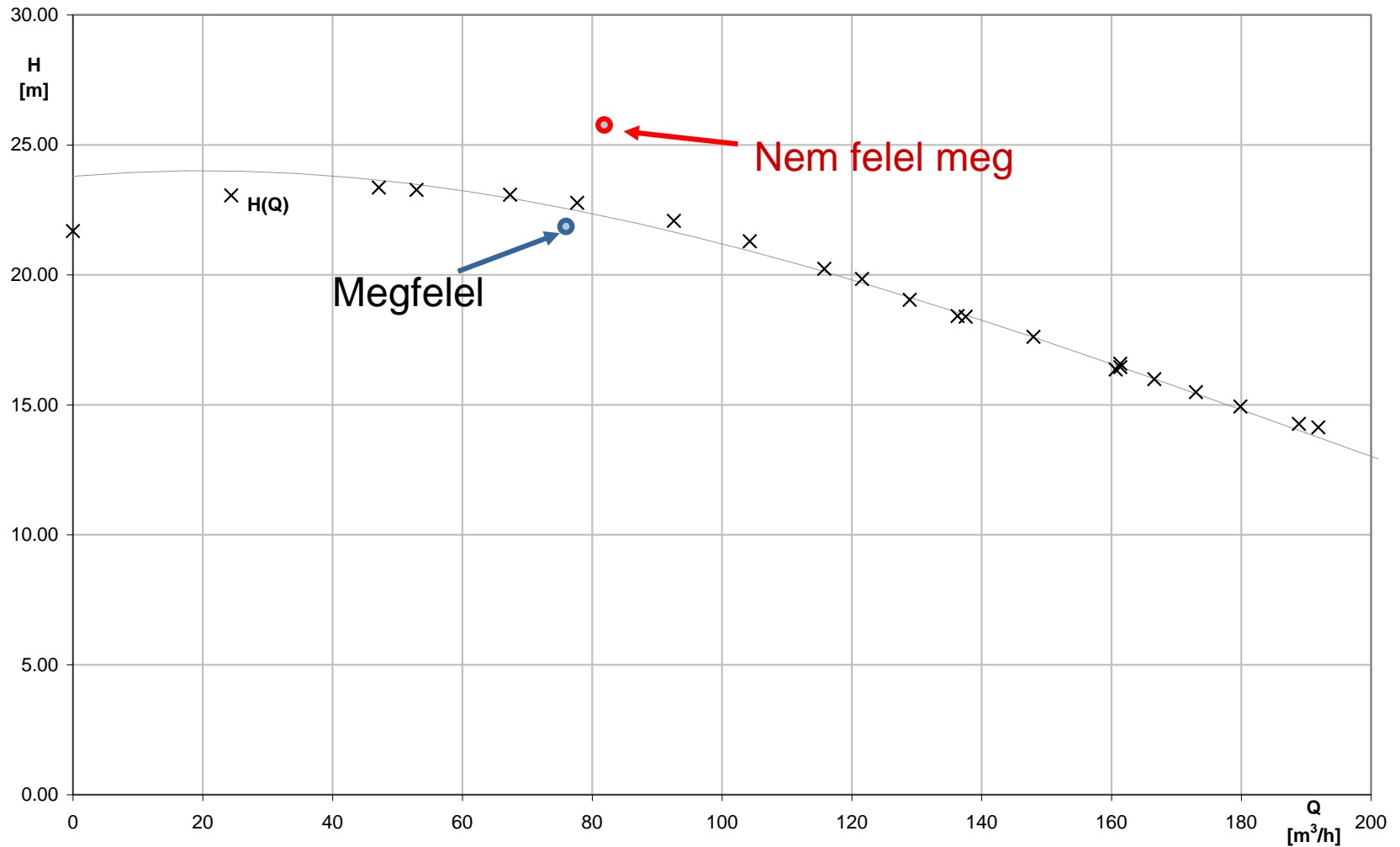


Szivattyú kiválasztás





Szivattyúválasztás





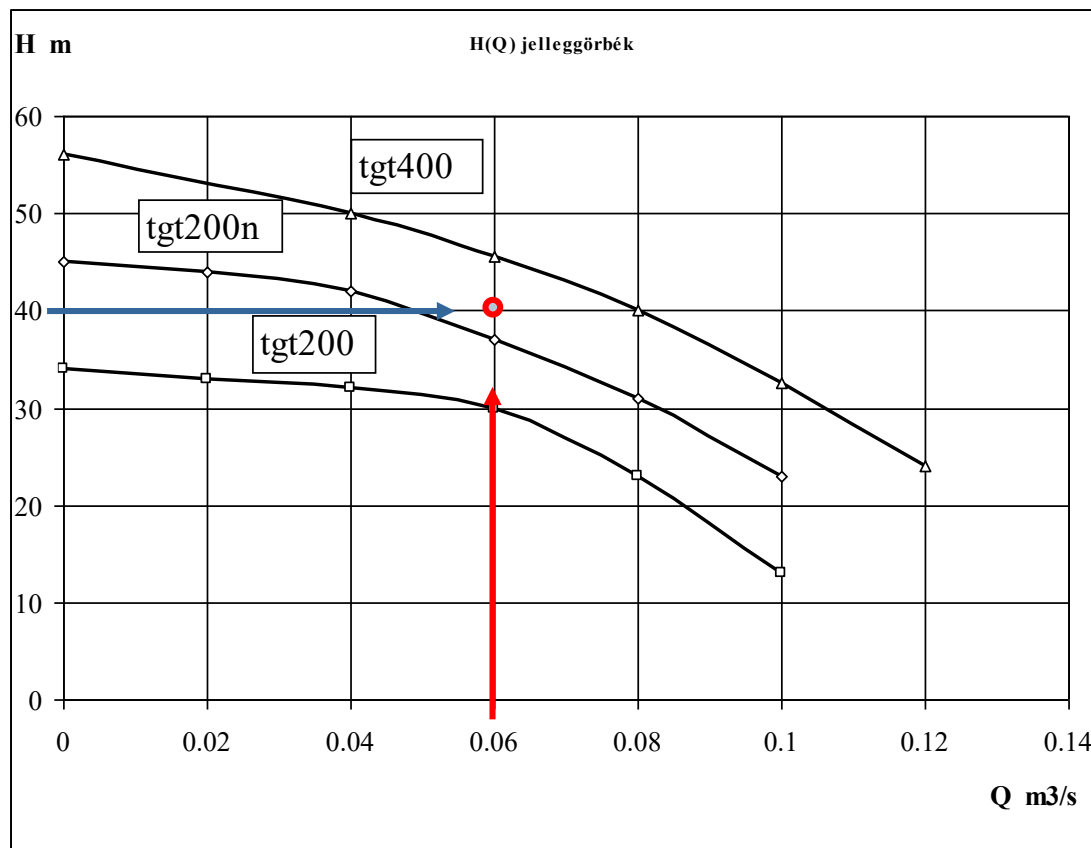
Szivattyúválasztás

Egy szivattyúval $Q = 216 \text{ m}^3/\text{h}$ vízmennyiséget kívánunk $h = 35 \text{ m}$ magasra szállítani. A csővezeték ellenállása ennél a térfogatáramnál $h' = 5 \text{ m}$ veszteségmagasságot eredményez. Az alábbi diagram alapján válasszon szivattyút a rendszerhez, jelölje a munkapontot! Választását szövegesen indokolja!

$$Q = 216 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} = 0,06 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$H = 35\text{m} + 5\text{m} = 40\text{m}$$

tgt400 szivattyú jelleggörbe



Házi vízellátó rendszer munkapontja

- Csővezeték ellenállás:

$$h' = \frac{8Q^2}{d^4 \pi^2 g} \left[\zeta_l + 3\zeta_k + \zeta_{sz} + \zeta_d + \lambda \frac{l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5}{d} \right] = KQ^2$$

- Geodetikus szállítómagasság:

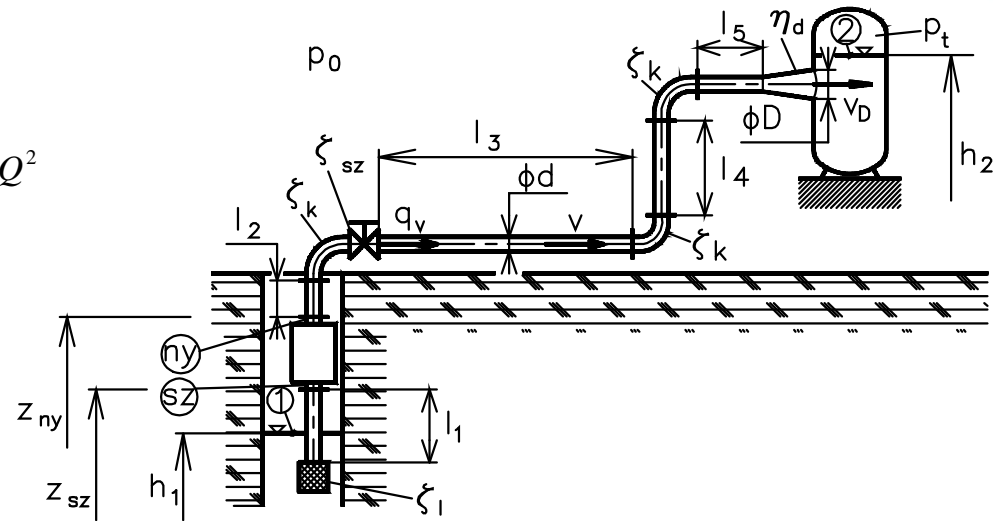
$$H_g = h_2 - h_1 \left(+ \frac{p_t - p_0}{\rho g} \right)$$

- Csővezeték jelleggörbe:

$$H = H_g + h' = H_g + KQ^2$$

- Szivattyú jelleggörbe:

$$H = A - BQ^2$$



Munkapont:

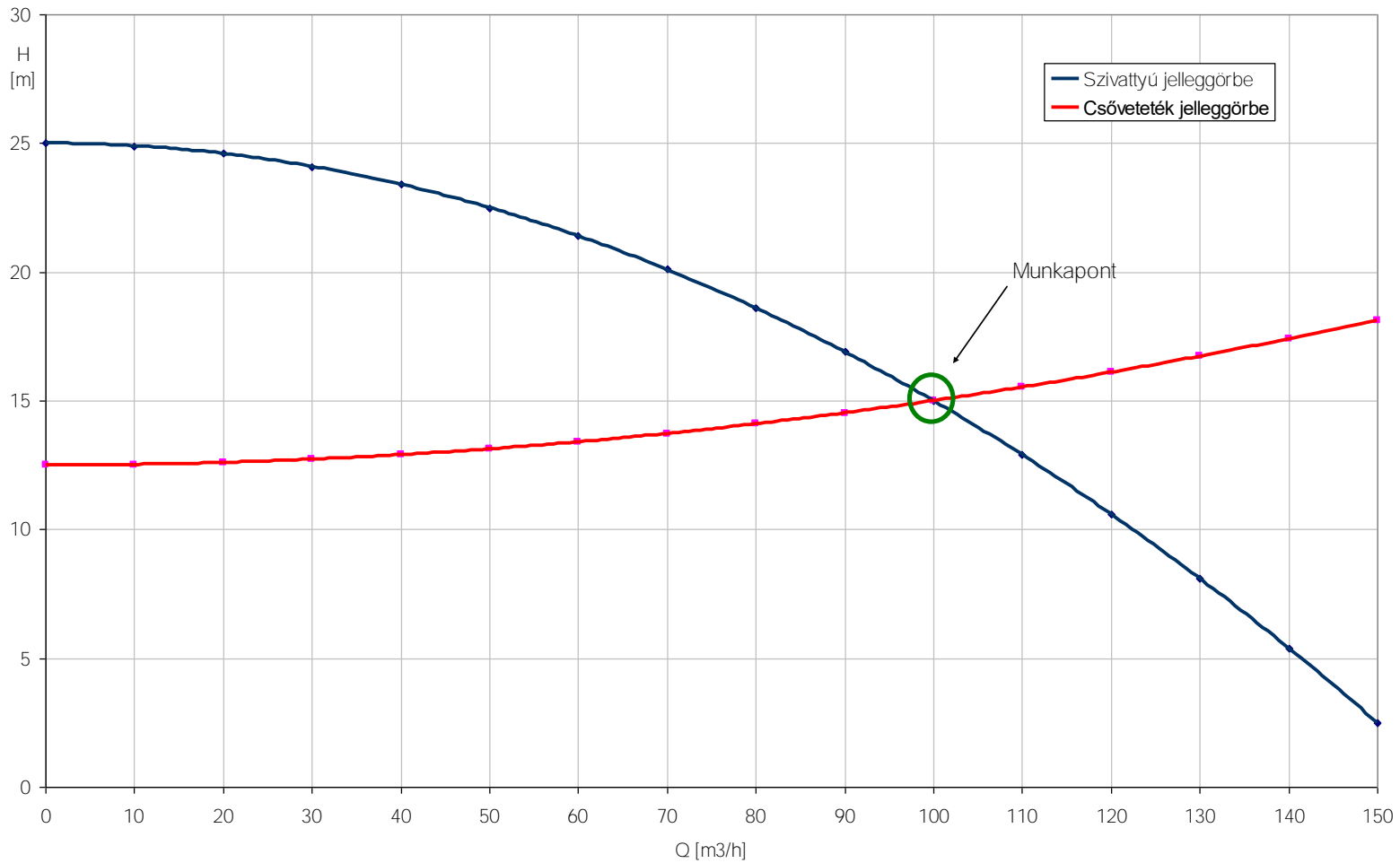
$$H_{sziv}(Q) = H_{cső}(Q)$$

$$A - BQ^2 = H_g + KQ^2$$

$$Q = \sqrt{\frac{A - H_g}{K + B}}$$



Házi vízellátó rendszer munkapontja





Akusztika – Hang tulajdonságai

- Vivőközeg állapotának (*nyomás, sebesség*) elemi ingadozása
- Hullám formában terjed
- Állapotjellemzők közül a nyomásingadozás érzékelhető legjobban pl. mikrofonnal
 - Hallásküszöb: $2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$
 - Fájdalomküszöb: 20 Pa
 - Légköri nyomás: 10^5 Pa
- Igen „kicsi” de „szapora” ingadozások



Akusztika – Hang tulajdonságai

$$p = p' + p_0$$

$$v = v' + v_0$$

$$a = f \cdot \lambda$$

p' : nyomásingadozás; [Pa]

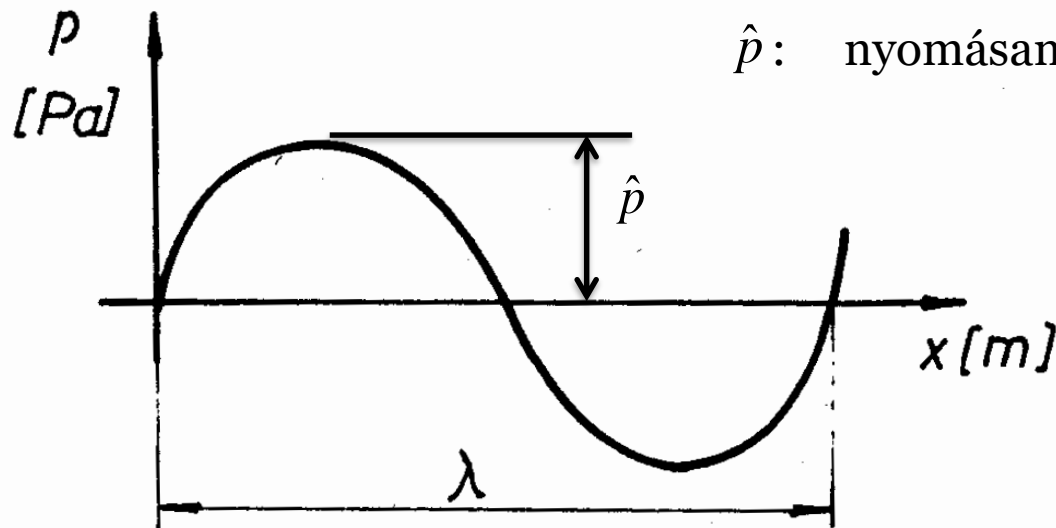
v' : sebesség ingadozás; [m/s]

a : hullámterjedési sebesség; [m/s]

f : frekvencia; [Hz]

λ : hullámhossz; [m]

\hat{p} : nyomásamplitúdó; [Pa]



Nyomáshullám (hullámhossz: λ)



Akuszтика – Objektív mérőszámok

Hangteljesítmény: $P(t) = A \cdot v' \cdot p'$

Allievi elmélet: $p' = \rho \cdot a \cdot v'$



$$P(t) = A \cdot \frac{p'^2}{\rho a}$$

Átlagos hangteljesítmény: $P = A \cdot \frac{\overline{p'^2}}{\rho a}$

Effektív hangteljesítmény: $P_{eff} = A \cdot \frac{p_{eff}^2}{\rho a} \quad [W] \quad \left(p_{eff} = \frac{\hat{p}}{\sqrt{2}} \right)$

Intenzitás: $I = \frac{p_{eff}^2}{\rho a} \quad [W / m^2]$



Széles tartományok

- Hangnyomás:

Hallásküszöb: $2 \cdot 10^{-5}$ Pa

Fájdalomküszöb: 20 Pa

Logaritmikus skála használata



$$L_x = 10 \cdot \lg \frac{x}{x_0} [dB] \quad \text{dB: decibel}$$

- Hangteljesítmény:

Csendes beszéd: 10^{-3} W

Rakéta fellövés: $4 \cdot 10^7$ W

Hangteljesítményszint:

$$L_W = 10 \cdot \lg \frac{P}{P_0} [dB] \quad \text{ahol: } P_0 = 10^{-12} \text{ W}$$

Intenzitás szint:

$$L_I = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0} [dB] \quad \text{ahol: } I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$



Akusztika – Szintek

Hangnyomásszint:
$$L = 10 \cdot \lg \left(\frac{p}{p_0} \right)^2 = 20 \cdot \lg \frac{p}{p_0} [dB] \quad p_0 = 2 \cdot 10^{-5} Pa$$

Fájdalomküszöbnél:
$$L = 20 \cdot \lg \frac{20 Pa}{2 \cdot 10^{-5} Pa} = 20 \lg 10^6 = 120 [dB]$$

Műveletek:

*Két azonos hangteljesítménnyel
sugárzó hangforrás L_w
hangteljesítmény szintje*

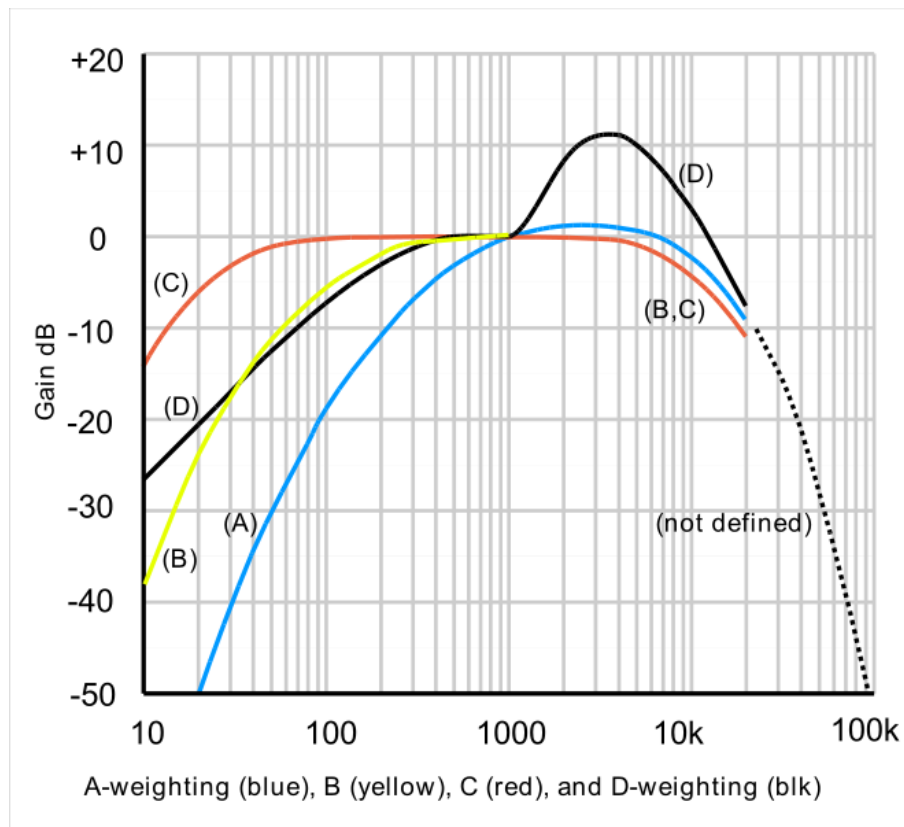
$$L_{we} = 10 \cdot \lg \frac{2P}{P_0} = 10 \lg 2 + 10 \lg \frac{P}{P_0} = 3 [dB] + L_w$$

$$L_{we} = 3 [dB] + 60 [dB] = 63 [dB] \neq 120 [dB] = 2 * 60 [dB]$$



Akusztika – Szintek

- Emberi hallás bizonyos frekvenciákat jobban kiemel
 - a fül frekvencia érzékeny
 - kis frekvenciájú hangokat kevésbé érzékeljük
- A zaj megítéléséhez figyelembe kell venni a frekvencia függőséget
- Úgynevezett „A” szűrőt használunk
- „A” szűrővel súlyozott, egyenértékű hangnyomásszint
- Mértékegység: dB(A)



A, B, C és D szintekhez tartozó szűrők



Hangnyomásszint mérése

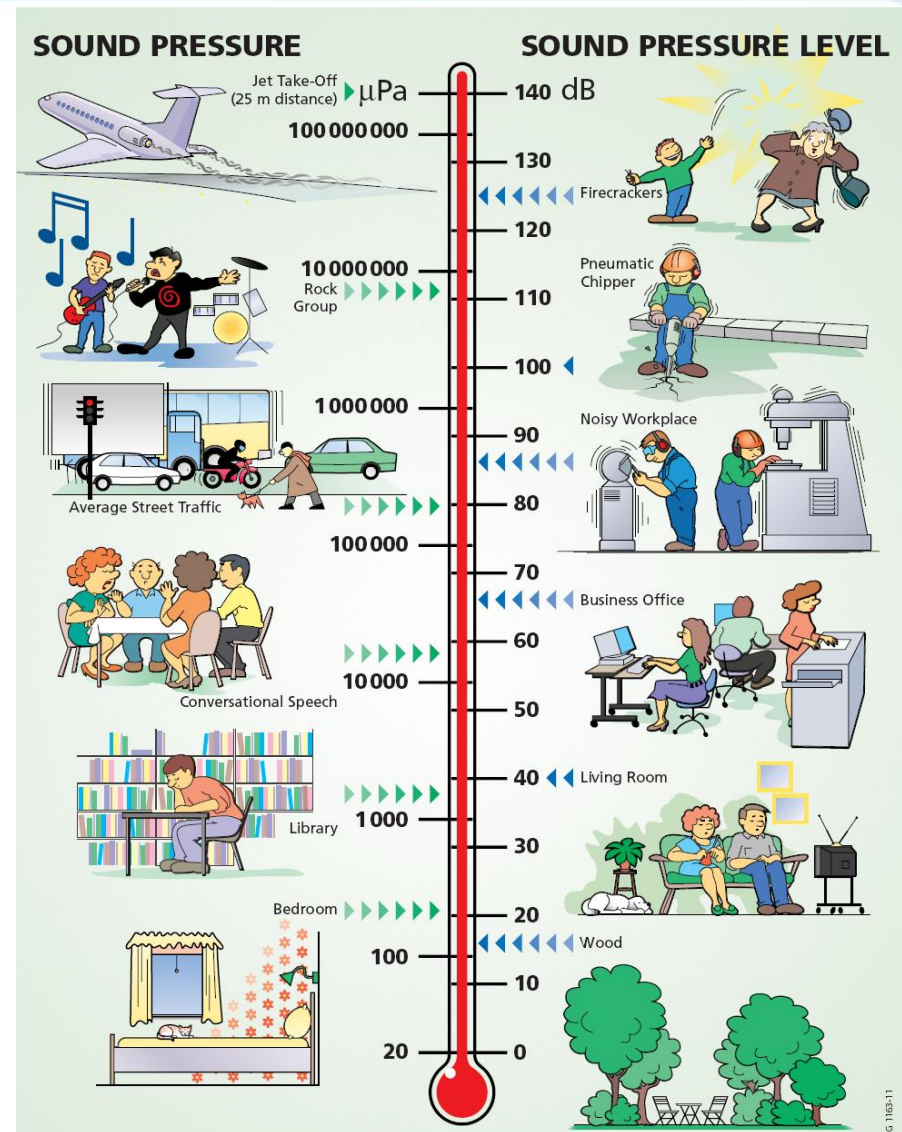


Zajszint (hangnyomásszint) mérő műszerek



Zajvédelem

- Nemkívánatos hangjelenségek összessége
- Élettani hatások
 - hallászervi
 - átmeneti/maradandó károsodás
 - nem hallászervi
 - agyi szinten fejt ki a hatását, stressz
 - belső frekvenciák:
 - fej: 3-6 Hz
 - agy: 6-8 Hz
 - szem: ~18 Hz
 - rossz közérzet, fejfájás, hányinger
- Zajvédelmi előírások





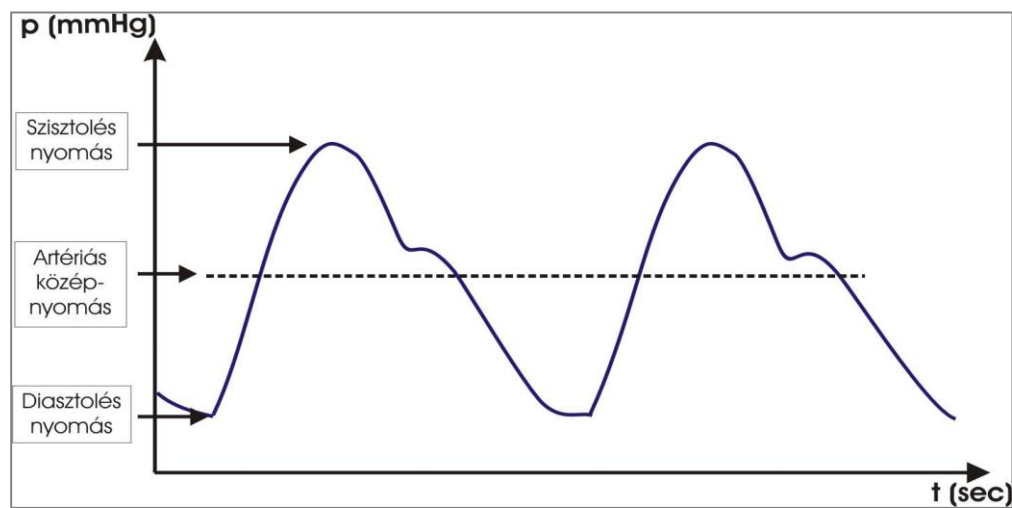
3. Diagnosztikai paraméterek (kardiovaszkuláris jellemzők)



Diagnosztikai paraméterek

1. BP (Blood Pressure) - vérnyomás

- **Definíció:** az érben lévő folyadék érfalra kifejtett nyomása
- Fizikai tartalma:
 - systole: a nyomásgörbe maximuma Hgmm-ben
 - diastole: a nyomásgörbe minimuma Hgmm-ben
- Mérése: különböző vérnyomásmérő készülékekkel

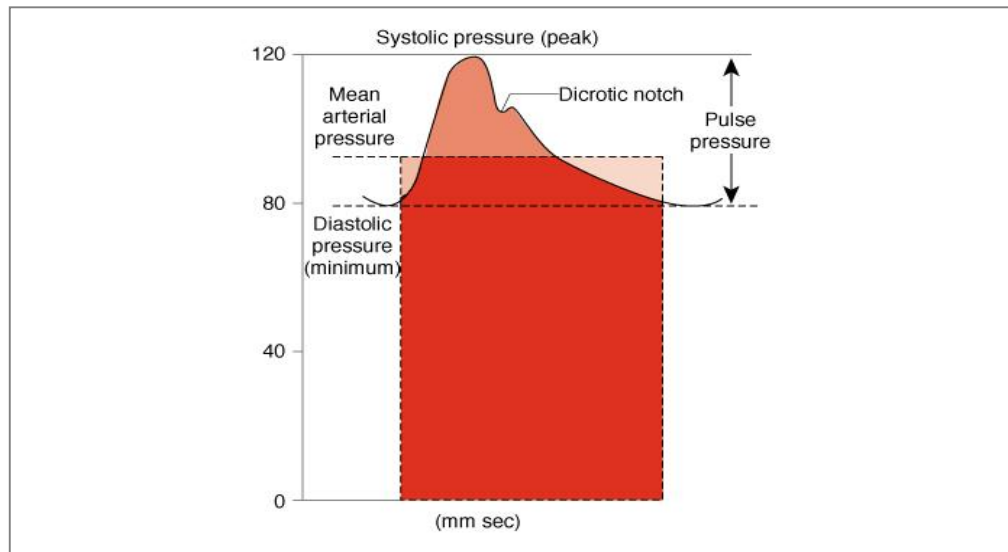




Diagnosztikai paraméterek

2. MAP (Mean Arterial Pressure) – artériás középnyomás

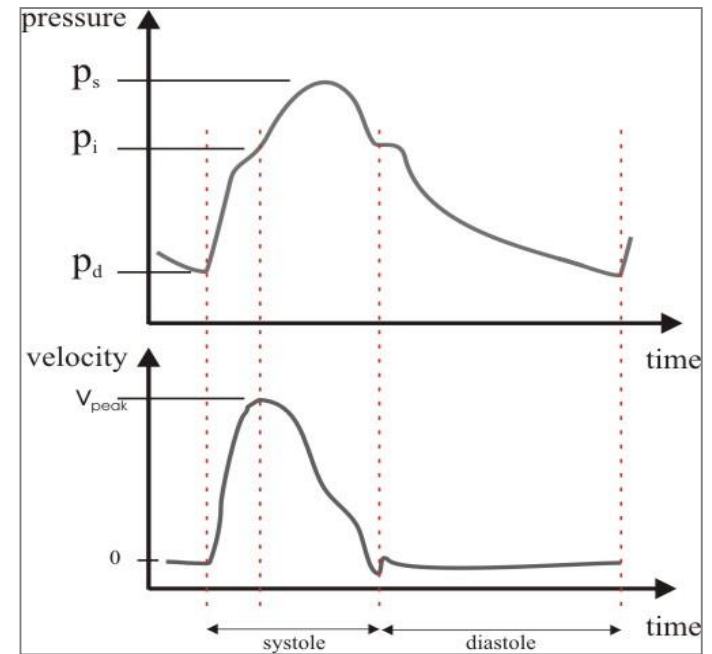
- az artériás nyomásgörbe integrálközepe
- értéke általában 70 és 110 Hgmm között mozog



Artériás középnyomás számítása

Vérnyomás görbe

- A vérnyomás görbe $p(t)$ több információt hordoz, mint amennyi a két szélső vérnyomásértékből (szisztolé, diasztolé) kiderül
- Vizsgálni szokták:
 - A görbe alakja (a nyomáscsúcsok elhelyezkedése és aránya)
 - Inflexiós pont helyzete (a maximális kiáramlási pontnál)
 - A billentyű zárás okozta „döccenés” a nyomásgörbén
 - A szisztolés és diasztolés idő hossza
 - A szisztolés nyomásgörbe kezdeti meredeksége
 - ... stb.



Vérnyomás és vérsebesség görbék



Diagnosztikai paraméterek

3. HR (Heart Rate) - pulzusszám

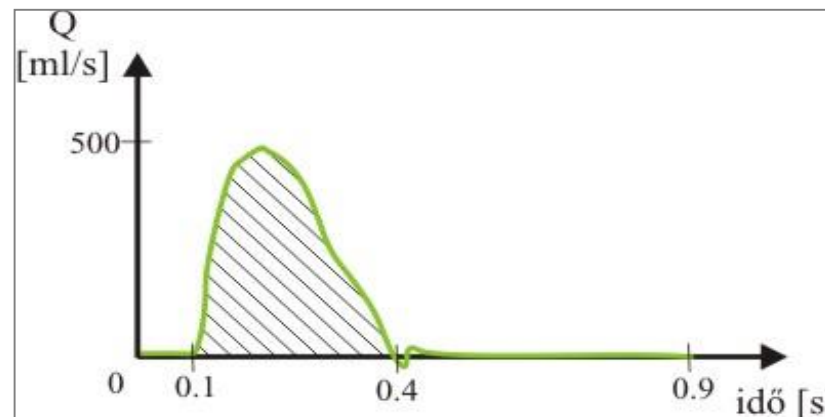
- **Definíció:** az adott idő alatt bekövetkező szívütések száma
- Fizikai tartalma: szívfrekvencia 1/min-ben
- Mérése: a test bármely, jól tapintható pontján (nyak, kar) a szívütések számolása





4. SV (Stroke Volume) - lökettérfogat

- **Definíció:** az egy szisztolés fázis alatt az érpályába lökött vér mennyisége
- Fizikai tartalma: az aorta elején mérhető térfogatáram görbe egy periódusra számolt integrálja, ml-ben
- Mérése: pl. termodilúció





5. CO (Cardiac Output) – perctérfogat

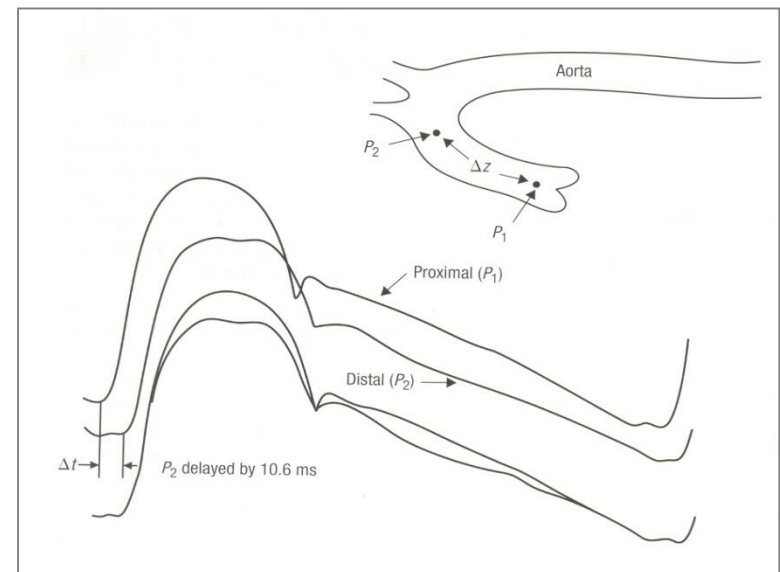
- **Definíció:** *egy perc alatt az érpályába lökött vér mennyisége*
- Fizikai tartalma: az aorta elején mérhető térfogatáram görbe integrálja 1 min hosszon, l-ben
- Mérése: lásd a SV és a pulzus mérésénél

$$CO = SV * HR$$

6. PWV (Pulse Wave Velocity) – Pulzushullám terjedési sebesség

- **Definíció:** az a sebesség, amellyel egy zavarás (nyomáshullám) az érben terjed
- Fizikai tartalma: az érben lévő folyadék hullámsebessége (a) m/s-ban
- Mérés: Intraartériális katéterrel az aortaív két pontján mért nyomásgörbéből

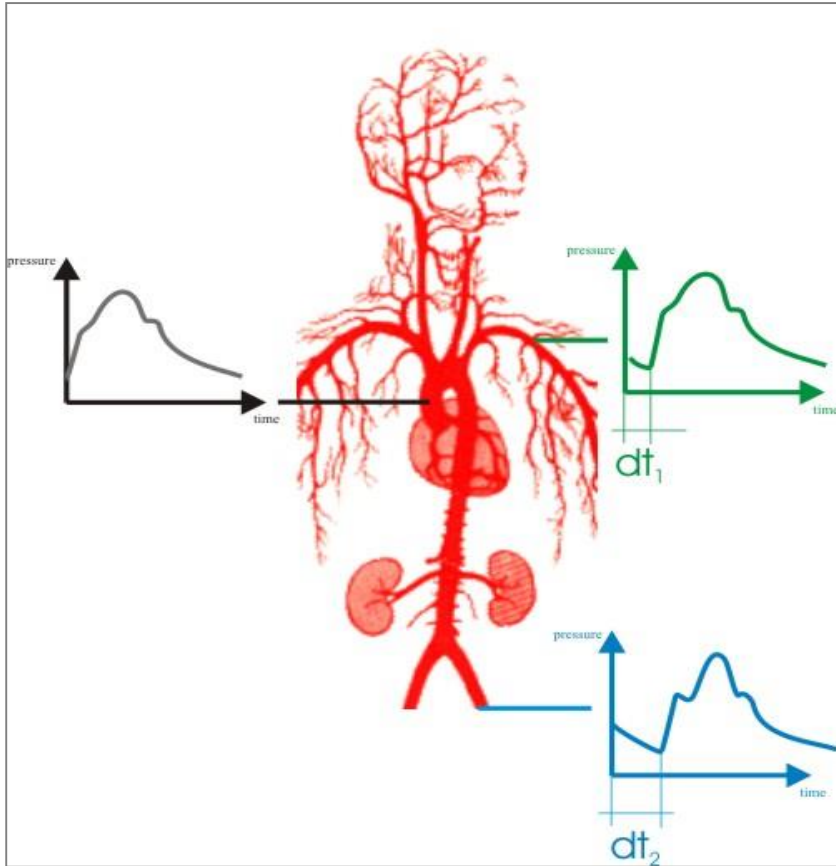
$$PWV = \frac{\Delta z}{\Delta t}$$





Diagnosztikai paraméterek

- Diagnosztikában az aorta hullámsebessége az információhordozó
- Mérése:
 - **akut esetben:**
 - invazív módon – intraarteriális katéterrel
 - **egyéb esetben:**
 - a test különböző pontjain –a felkaron és a comb felső szakaszán- ált. mandzsettás vérnyomásmérővel párhuzamosan mérik a nyomásgörbéket.
 - A mért nyomásgörbe jellegzetes pontjainak (pl. kezdetének, v. maximumának) megjelenése közt eltelt időből, ismerve a két pont távolságát számítható a PWV.



Mérhető:

x_1 : szív-felkar távolság

x_2 : szív-comb távolság

$t = dt_2 - dt_1$: a comb és a felkar között nyomáshullám kezdetének időeltolása

$$PWV \cong \frac{x_2 - x_1}{t}$$



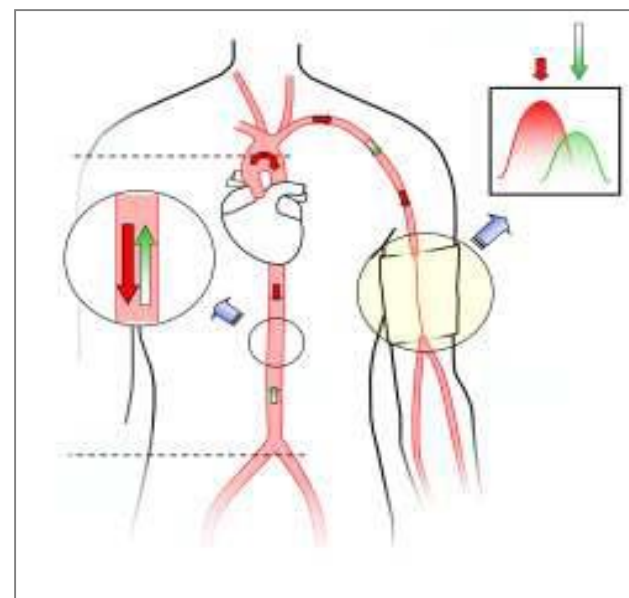
Diagnosztikai paraméterek

PWV értéke (az aortában):

- 7 m/s alatt: optimális
- 7 m/s és 9.7 m/s között normális
- 9.7 m/s és 12 m/s között emelkedett
- 12 m/s fölött kóros

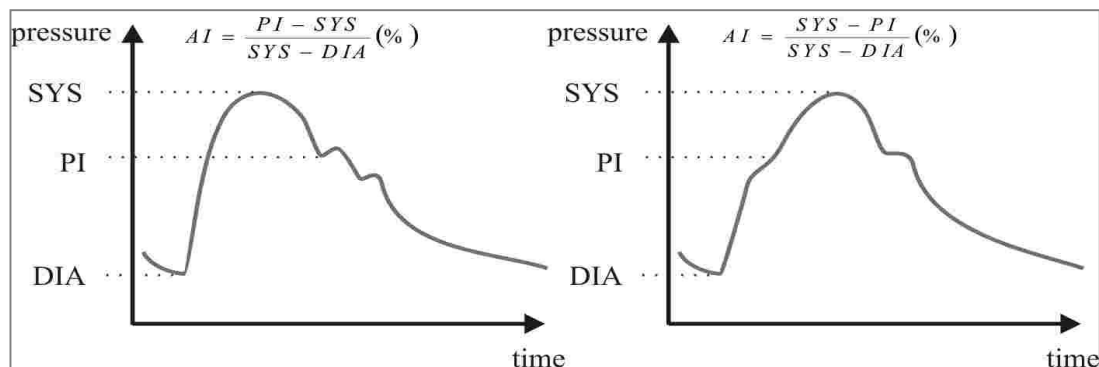
Megjegyzés a PWV méréséhez:

- Több diagnosztikai eszköz két hullámra bontja az aorta nyomásgörbét: előremenő és reflektált hullámra
- A reflektált hullámról feltételezik, hogy a combi bifurkációról verődik vissza
- A visszaverődő hullám tehát 2-szer tette meg a szív-bifurkáció távolságát, mikor megjelenik az aorta görbén
- Így a PWV-t a 2 x szív-bifurkáció távolság/két hullám megjelenése közt eltelt idővel számítják.
- Ez a megközelítés **nem korrekt**, hiszen a test minden pontjáról van visszaverődés, és ezen hullámok összege adja a reflektált hullámot.



7. AIx (Augmentation Index) – augmentációs index

- **Definíció:**

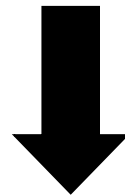


- Fizikai tartalma: a nyomásgörbe adott pontjainak amplitúdó aránya %-ban
- Az artériahálózat pontjairól visszaverődő reflektált hullámok megjelenése (amplitúdója és megjelenési pontja) az aorta nyomásgörbében függ az artériás rendszer állapotától.



Diagnosztikai paraméterek

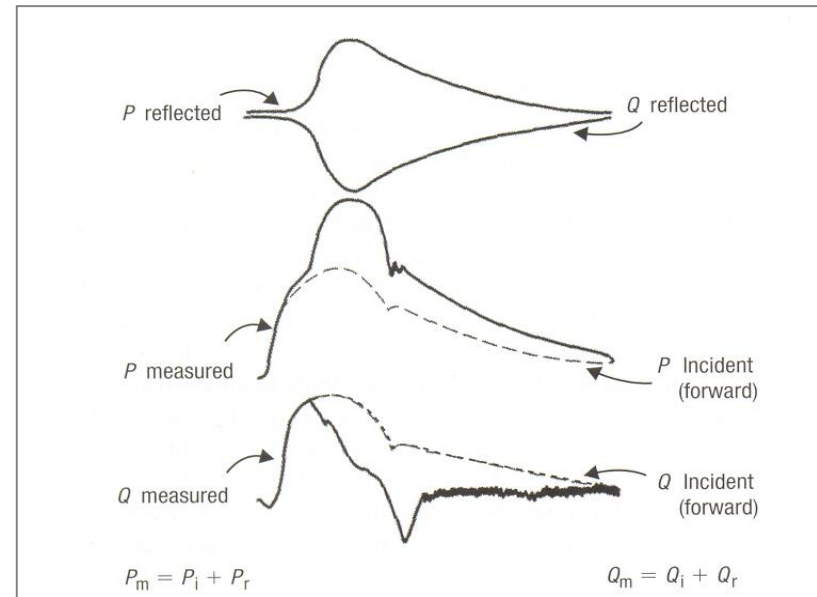
- A szívből kilökött vértérfogat okozta nyomásnövekedés reflexiója hamarabb és nagyobb amplitúdóval tér vissza az érpályából, ha:
 - Érpálya rugalmassága csökkent
 - Perifériák zártak (nagyobb az ellenállásuk)



A nyomásgörbe csúcsainak amplitúdója és azok megjelenési helye e két paraméter együttes állapotáról ad információt, különválasztani a két hatást nem lehet.

Aortás vérnyomásgörbék típusai

- *A típus:* a szisztolés csúcs a kései szisztolés fázisban jelenik meg, egy jól definiálható inflexiós pont után, és $AIx > 12\%$
- *B típus:* a szisztolés csúcs a kései szisztolés fázisban jelenik meg, az inflexiós pont után, és $12\% > AIx > 0$
- *C típus:* a szisztolés csúcs a szisztolés és diasztolés fázisban is megjelenhet, de az inflexiós pont előtt
- *D típus:* nincs inflexiós pont a nyomásgörbén, mert a reflektált hullámok a korai szisztolés fázisban jelennek meg

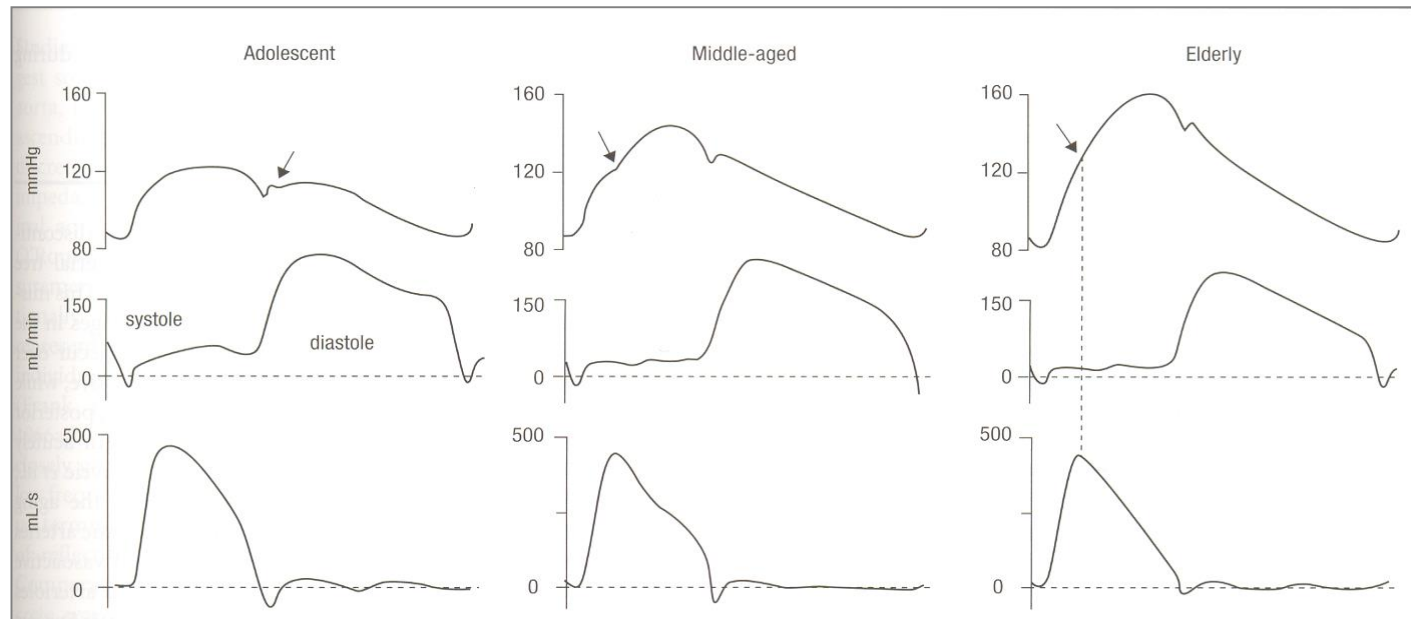


Diagnosztikai paraméterek

C típus

A típus

D típus

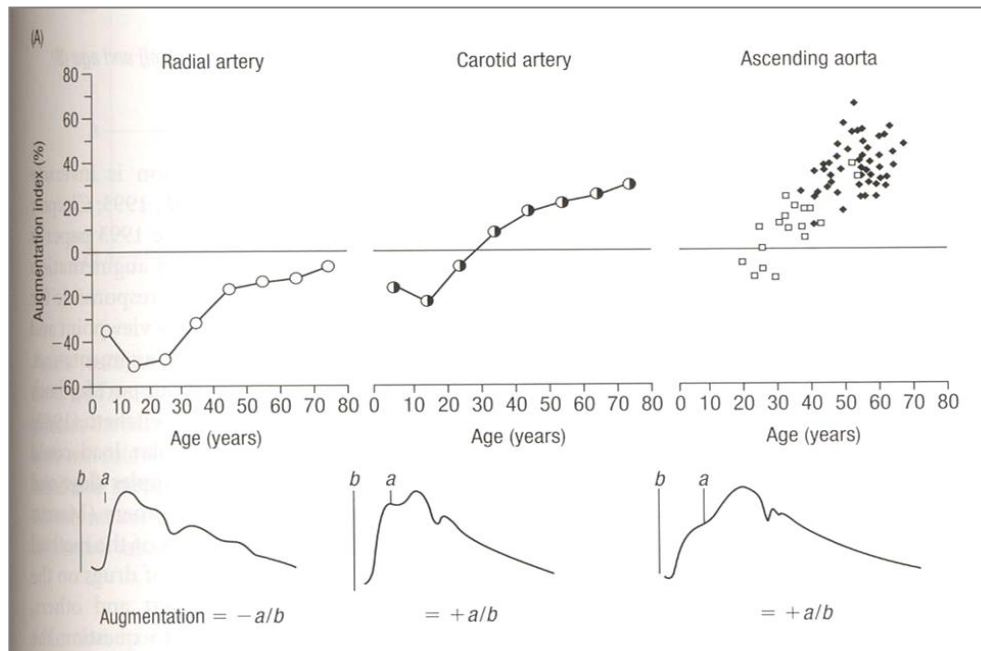


Aorta nyomásgörbék (felül) és térfogatáram görbék (alul) különböző korú emberek esetében



Diagnosztikai paraméterek

Mérése: az érpálya egy jellegzetes pontján a nyomásgörbe felvételével, majd a jellegzetes nyomáscsúcsok megállapításával, a képlet alapján számolható. Jellegzetes helyek a testen: aorta, carotis (nyaki artéria), radialis (alkari artéria), brachialis (felkari artéria).



Az AIX változása a korral a test 3 különböző pontján



Diagnosztikai paraméterek

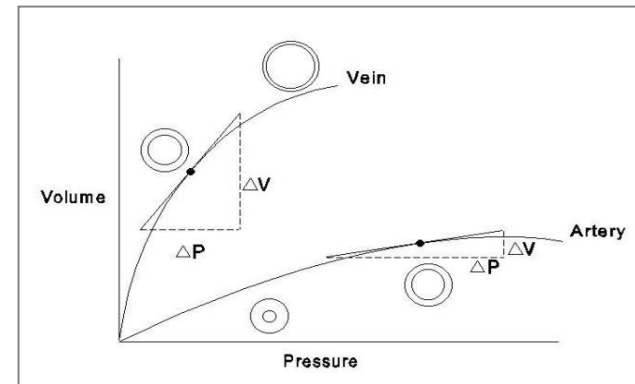
AIx (brachial) értékei

- -30% alatt optimális
- -30% és -10% között normális
- -10% és +10% között emelkedett
- +10% fölött kóros

8. C (Compliance) – „tágulékenység”

- **Definíció:** egységnyi nyomásváltozásra létrejövő ér-térfogat változás

$$C = \frac{\Delta V}{\Delta p}$$



- Fizikai tartalma: a nyomás - ér térfogat görbe adott pontba húzott érintőjének meredeksége ml/mmHg-ben
- a nyomásváltozás hatására létrejövő keresztmetszet-változás az artéria állapotának (rugalmasságának) jelzőszáma



9. D (Distensibility) – disztenzibilitás

- **Definíció:** *egységnyi térfogatra eső Compliance*

$$D = \frac{\Delta V}{V \Delta p}$$

- Fizikai tartalma: a nyomás – fajlagos ér térfogat változás görbe adott pontba húzott érintőjének meredeksége 1/Pa-ban



A compliance ill. distesibilitás mérése

- Szimultán felvett artérianyomás és átmérő görbékből számítható.
- Számértékének mérése a gyakorlatban nem jellemző, de az érfal rugalmasságának jellemzésére változását (csökkent v. nőtt az érfal tágulékenység) gyakran használják.



10. TPR (Total Peripheral Resistance) – teljes perifériás ellenállás

- **Definíció:** a teljes érpálya véráramlással szembeni ellenállása

$$TPR = \frac{MAP}{CO}$$

- Fizikai tartalma: a teljes artériás pályaszakasz áramlási ellenállása (az áramlási elemek –erek, érelágazások– és a kapillárisok ellenállásának összege) dyne-s/cm⁵-ben



Az öregedés hatásai

- Az erek kis mértékben megnyúlnak, falvastagságuk nő, az érfal merevedik
- A szív térfogatáram gerjesztés jelalakja megváltozik

Ezen változások *következményei*:

- A szisztolés és diasztolés nyomás megnő, a szisztolés nagyobb mértékben, így nő a pulzusnyomás, és az artériás középnyomás értéke
- A pulzushullám terjedési sebesség a merevebb érfalak miatt megnő
- Az aorta nyomásgörbe alakja megváltozik, a lökettérfogat időbeli eloszlása és a merevebb érfalak következményeként
- Az augmentációs index a test minden pontján növekszik
- A compliance –érfal tágulékonyság– csökken



Köszönetnyilvánítás

