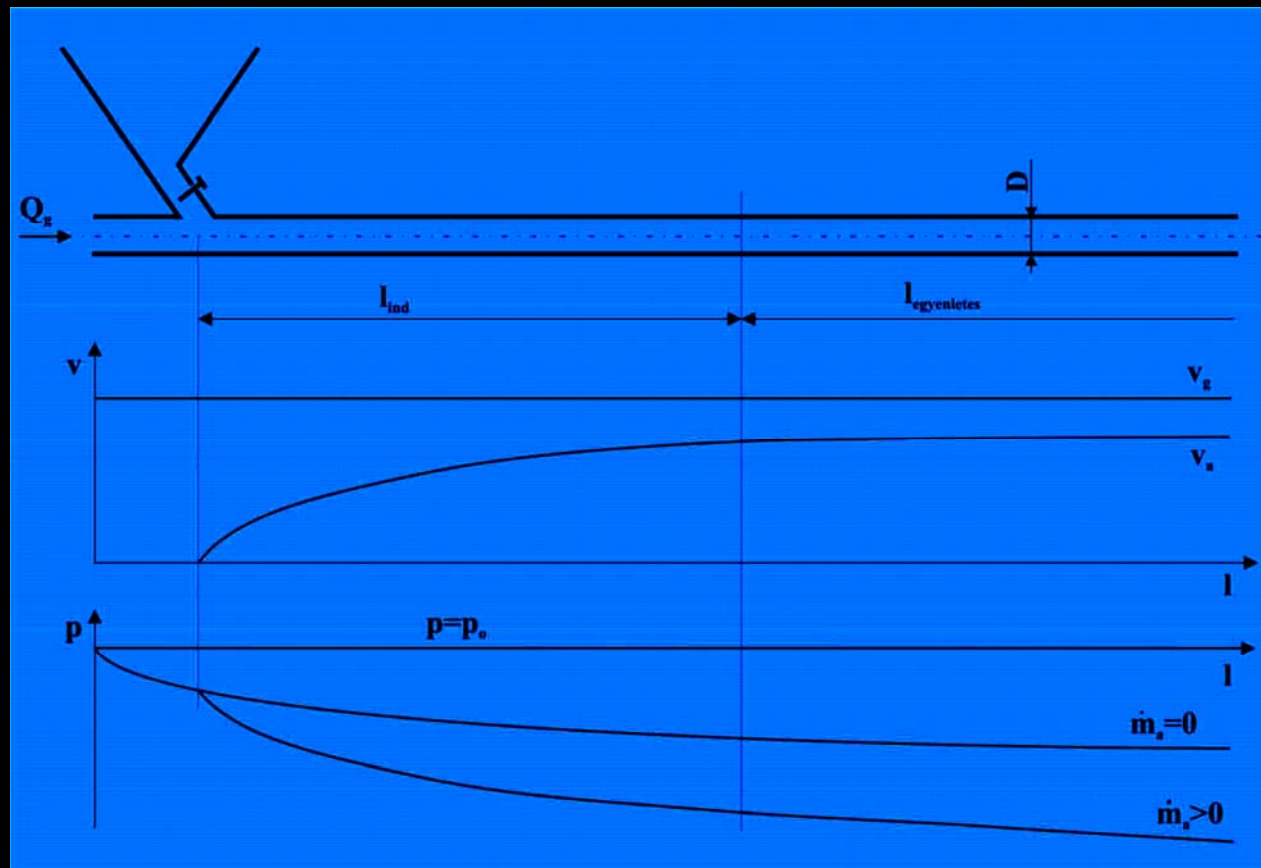


# KEVERÉKEK ÁRAMLÁSA

## 2. előadás

Dr. Váradi Sándor  
Egyetemi docens

# A keverékáramlás jellemző mennyiségei



# A keverékáramlás jellemző mennyiségei

$$s = \frac{w}{v_g} = \frac{(v_g - v_a)}{v_g} = 1 - \frac{v_a}{v_g}$$

- Szlip (s)
- Anyagsebesség ( $v_a$ )
- Gázsebesség ( $v_g$ )
- Relatív sebesség  $w = v_g - v_a$
  
- Búza (durva szemcsés anyag)  $s=0.3-0.4$
- Gríz (apró szemcsés anyag)  $s=0.1$
- Finom poros anyag  $s=0.03-0.05$

# A keverékáramlás jellemző mennyiségei

$$\mu = \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_g}$$

- Keverési arány ( $\mu$ )
- Anyag tömegáram ( $\dot{m}_a$ )
- Gáz tömegáram ( $\dot{m}_g$ )
- Anyagkeresztmetszet ( $A_a$ )
- Gázkeresztmetszet ( $A_g$ )
- Tömör anyagsűrűség ( $\rho_a$ )
- Gázsűrűség ( $\rho_g$ )
- Anyag folyómétertömeg ( $q_a$ )
- Gáz folyómétertömeg ( $q_g$ )

$$\dot{m}_a = A_a \rho_a v_a$$

$$\dot{m}_g = A_g \rho_g v_g$$

$$q_a = \frac{\dot{m}_a}{v_a}$$

$$q_g = \frac{\dot{m}_g}{v_g}$$

# A keverékáramlás jellemző mennyiségei

- A szállítócsőben egyidejűleg jelen lévő tömegarány

$$M = \frac{q_a}{q_g} = \frac{\dot{m}_a v_g}{v_a \dot{m}_g} = \frac{\mu}{1-s}$$

$$M > \mu$$

- A szilárd anyag térfogathányada

$$\mathcal{E}_a = \frac{V_a}{V} = \frac{A_a}{A} = \frac{\dot{m}_a \rho_g v_g}{\rho_a v_a \dot{m}_g} = M \frac{\rho_g}{\rho_a}$$

$$\mathcal{E}_a = 0.01 - 0.02$$

# A keverékáramlás jellemző mennyiségei

- Hígáramú pneumatikus szállításnál megengedhető jó közelítés

$$A_g \approx A$$

- Az anyag jelenléte miatti keresztmetszet szűkítés

$$\varepsilon_a = 0.01 - 0.02$$

- Milyen pontosan gyártanak csövet  $D=100\text{mm} \pm 1\text{mm}$   
 $A = \pm 2\%$

# A keverékáramlás jellemző mennyiségei

- **Néhány jellemző ömlesztett anyag tömör anyagsűrűsége**
  - Szén  $\rho_a = 1200 \text{ kg/m}^3$
  - Búza  $\rho_a = 1300 \text{ kg/m}^3$
  - Cement  $\rho_a = 2300 \text{ kg/m}^3$
  - Mészke  $\rho_a = 2700 \text{ kg/m}^3$
- **Keveréksűrűség**

$$\rho = \frac{q_a + q_g}{A} = \frac{q_a/q_g + 1}{A/q_g} = \frac{M + 1}{1/\rho_g} = (M + 1)\rho_g$$

# Példa: Búza hígáramú szívóüzemű pneumatikus szállítása vízszintes csővezetékben

- A szállítócső belső átmérője  $D = 125 \text{ mm}$
- Keresztmetszet  $A = 0.01227 \text{ m}^2$
- Tömör anyagsűrűség  $\rho_a = 1300 \text{ kg/m}^3$
- Keverési arány  $\mu = 7.5$
- A szállító levegő sebessége  $v_g = 32 \text{ m/s}$
- A szállító gáz (levegő) sűrűsége  $\rho_g = 1.1 \text{ kg/m}^3$
- Szlip  $s = 0.4$
- A szállító levegő térfogatárama  
 $Q_g = A v_g = 0.393 \text{ m}^3/\text{s} = 1414 \text{ m}^3/\text{h}$
- A szállító levegő tömegárama

$$\dot{m}_g = \rho_g Q_g = 0.432 \text{ kg / s}$$



# Példa: Búza hígáramú szívóüzemű pneumatikus szállítása vízszintes csővezetékben (folytatás)

- A szállított anyag tömegárama

$$\dot{m}_a = \mu \dot{m}_g = 3.24 \text{ kg / s} = 11.66 \text{ t / h}$$

- Az anyagsebesség

$$v_a = (1 - s) v_g = 19.2 \text{ m / s}$$

- A folyóméter tömeg

$$q_a = \frac{\dot{m}_a}{v_a} = 0.16875 \text{ kg / m}$$

- Az anyag által elfoglalt keresztmetszet hányad

$$\varepsilon_a = \frac{A_a}{A} = 0.0106$$

## Példa: Búza hígáramú szívóüzemű pneumatikus szállítása vízszintes csővezetékben (folytatás)

- A szállítócsőben egyidejűleg jelen lévő tömegarány

$$M = \frac{\mu}{1-s} = 12.5$$

- A keverék sűrűség

$$\rho = (M + 1)\rho_g = 14.85 \text{ kg} / \text{m}^3$$

# Anyagjellemzők

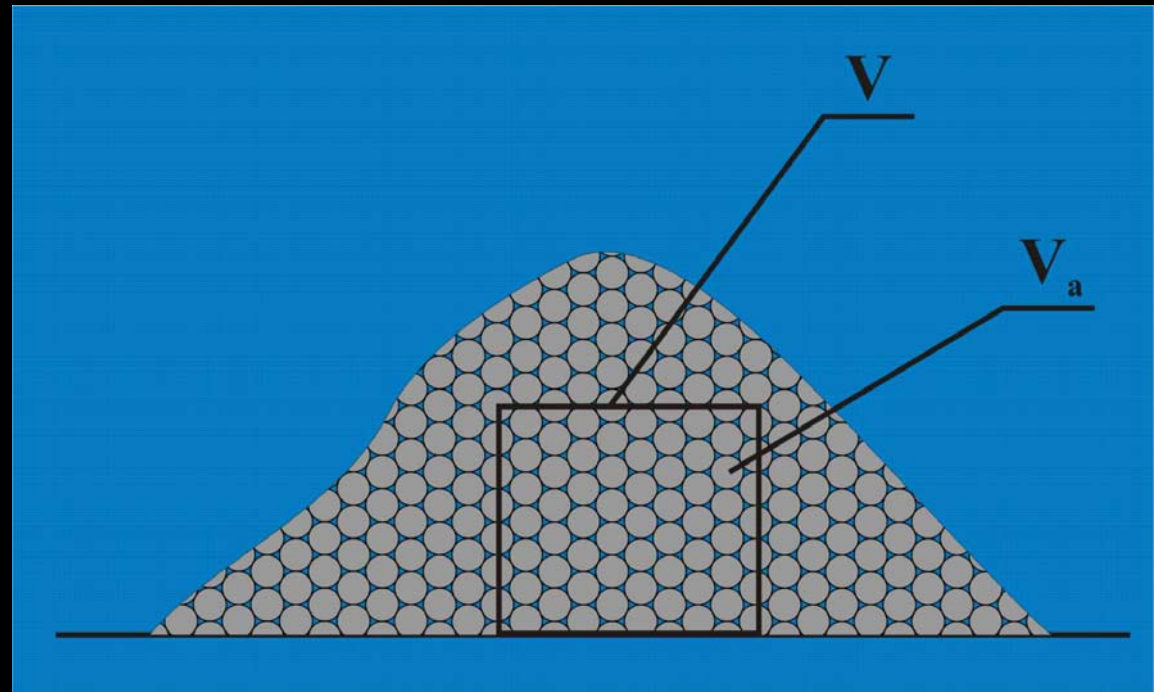
- a. **Jellemző sűrűségek**
- b. **Szemcseméret; - eloszlás**
- c. **Rézsűszög**
- d. **Aerodinamikai erő**
- e. **Esési határsebesség**

# a. Jellemző sűrűségek

- $m_a$  - anyagtömeg
- $V_a$  - anyagterfogat
- $V$  - térfogat

$$\rho_h = \frac{m_a}{V}$$

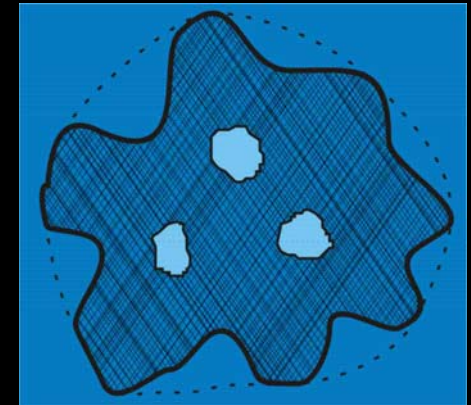
**Halom- ill.  
halmazsűrűség**



# A sűrűségek közötti összefüggés

$$\frac{\rho_h}{\rho_a} = \frac{m_a/V}{m_a/V_a} = \frac{V_a}{V} = \varepsilon_a \leq 0.5$$

- A halmazsűrűség mindig kisebb, mint a tömör anyag sűrűség
- Különleges eset lehet, ha az anyagszem zárványokat, levegőbuborékot tartalmaz, ekkor a látszólagos sűrűség definiálása szükséges



$$\rho_{szem} = \frac{m_a}{V_{virt}}$$

## **b. Szemcseméret: $d_0$ [mm]**

**Nem egyforma méretű szemcsékből áll a halmaz, a szemcseméret eloszlás szitaanalízissel határozható meg**

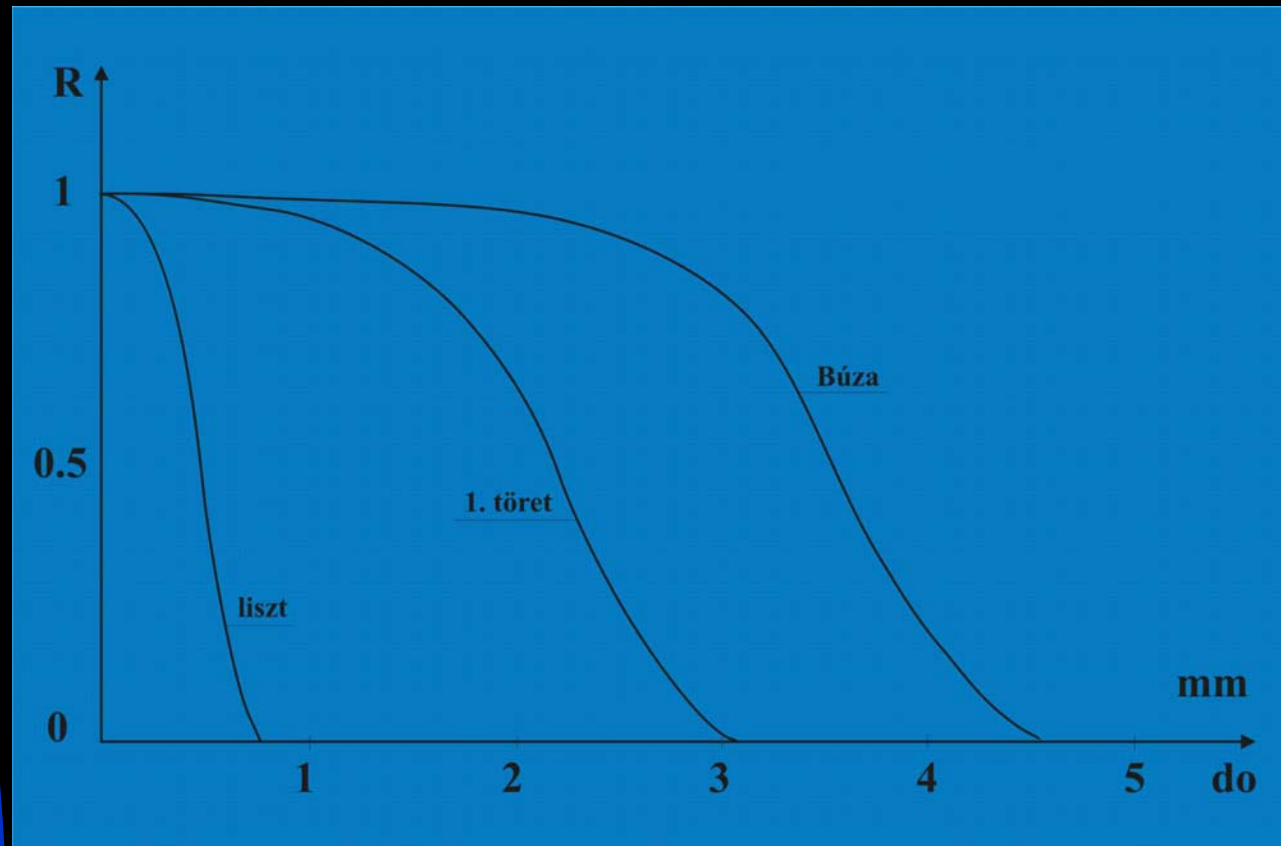
**R-reziduum (maradvány): egy adott szitanyílás méretnél mennyi anyag marad a szitakeretben**

**$d_0 > 1\text{mm}$  szemcsés anyag**

**$d_0 < 1\text{mm}$  poros anyag**

# Szemcseméret eloszlás

- Szemcse alakot  $d_0 > 1\text{mm}$  esetén vizsgálunk



# Szitaanalízis jellemző mennyiségei

- A növekvő szitanyílás méretek:
- $d_0 ; d_1 ; d_2 ; \dots d_i ; d_{i+1} ; \dots d_{n-1} ; d_n$

$$m_i = \frac{M_i}{\sum M_i}$$

- Relatív frakciótömeg

- Az intervallumba esés relatív gyakorisága

$$f_i = \frac{m_i}{\Delta d_i} = \frac{m_i}{(d_{i+1} - d_i)}$$

- Kumulatív szitamaradék

$$R_i = \sum_{j=i}^n m_j = \sum_{j=i}^n f_j \Delta d_j$$



# Szitaanalízis jellemző mennyiségei (folytatás)

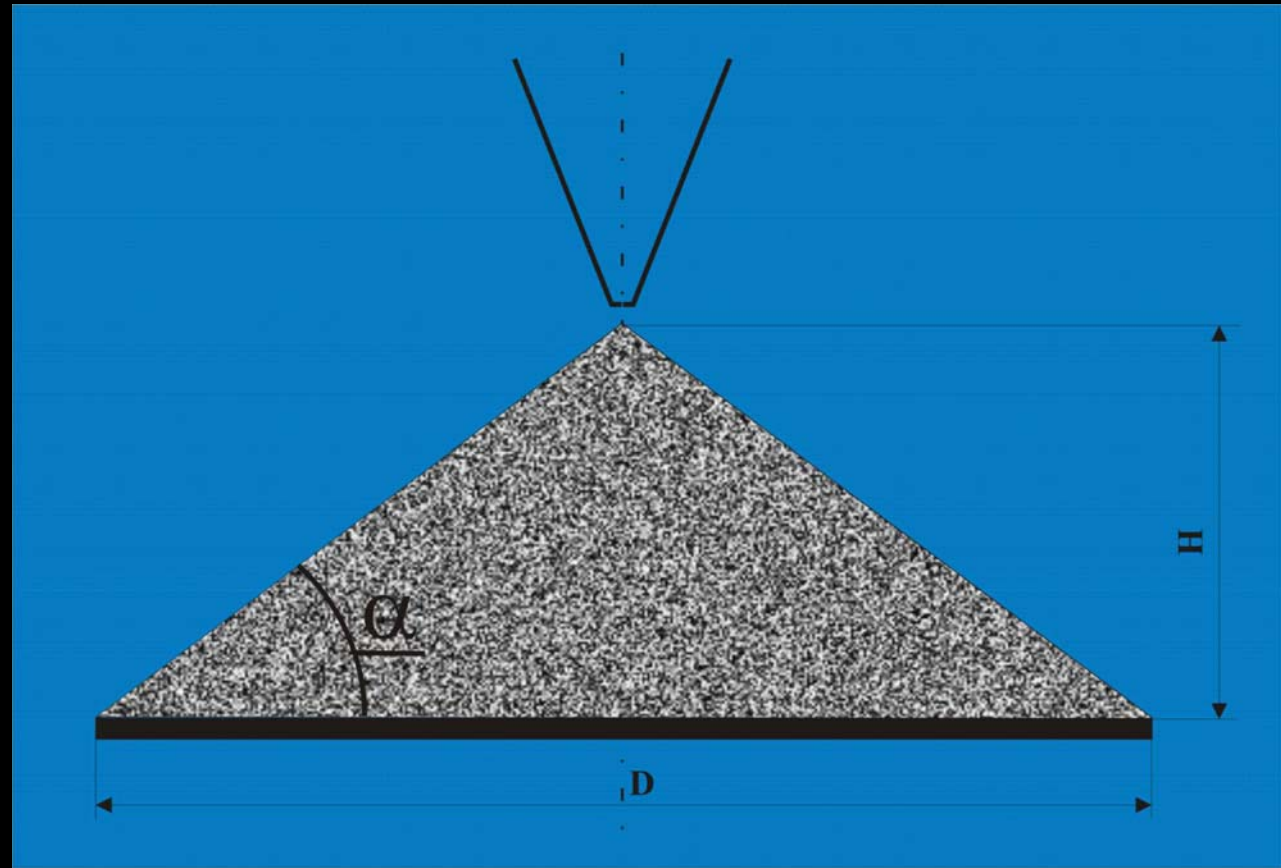
- **Frakció átlagos szemcseméret**

$$d_{i\text{átl}} = \frac{d_i + d_{i+1}}{2}$$

- **Tömegeloszlás szerint súlyozott közepes szemcseméret**

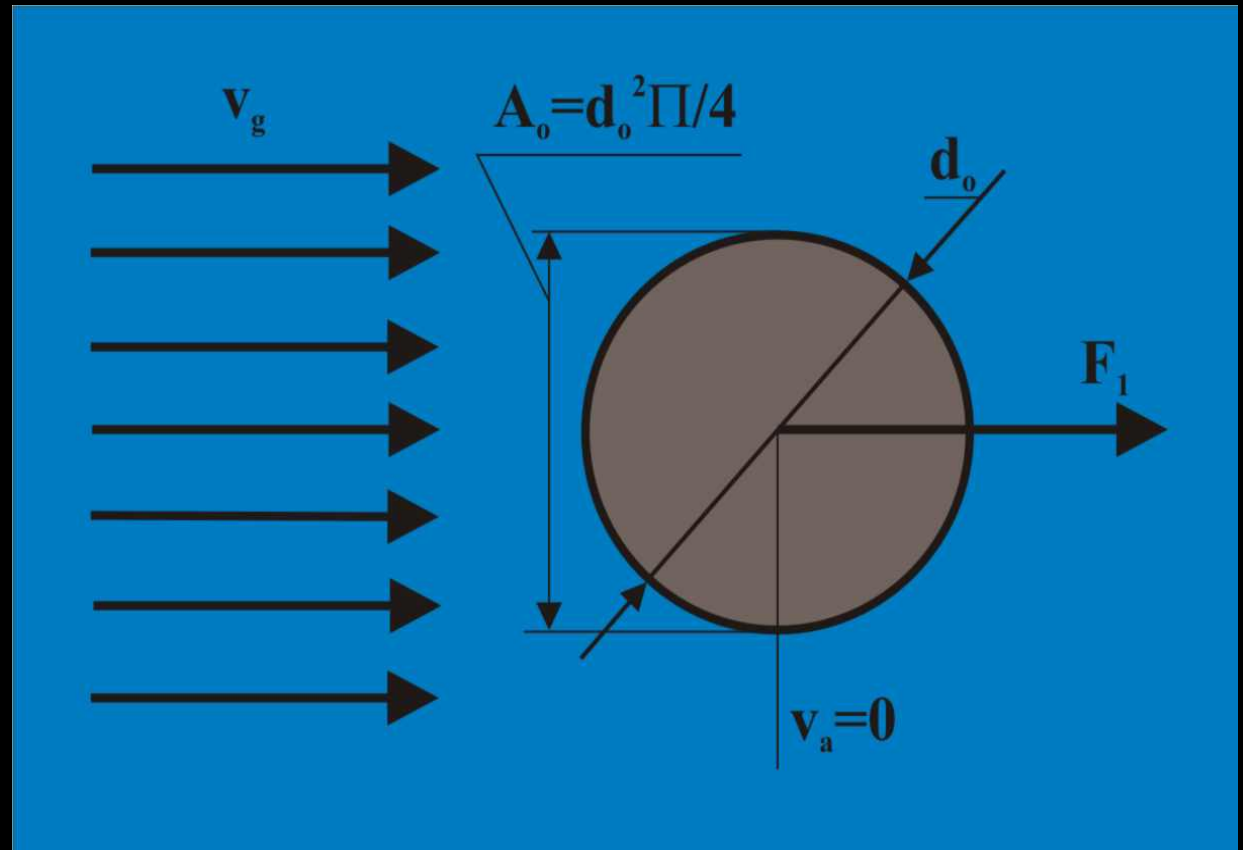
$$d_{\text{mköz}} = \sum_{i=0}^n m_i d_{i\text{átl}} = \sum_{i=0}^n f_i \Delta d_i d_{i\text{átl}}$$

## c. Természetes rézsűszög



$$\alpha = \arctg \frac{2H}{D}$$

## d. Légaramba helyezett testre ható aerodinamikai erő



# d. Léghámba helyezett testre ható aerodinamikai erő

- Newton féle formula

$Re_o > 1000$   
tartományban

$$F_1 = C_e A_o \frac{\rho_g}{2} w^2 = C_e A_o \frac{\rho_g}{2} (v_g - v_a)^2$$

- Az ellenállástényező a szemcsé körüli áramlás Reynolds számától függ, KASKAS szerint gömbszemcsére

$$C_e = \frac{24}{Re_o} + \frac{4}{\sqrt{Re_o}} + 0.4$$

$$Re_o = \frac{d_o w}{\nu_g} = \frac{d_o (v_g - v_a)}{\nu_g}$$

- $\nu_g$  a levegő kinematikai viszkozitása

## d. Légáramba helyezett testre ható aerodinamikai erő

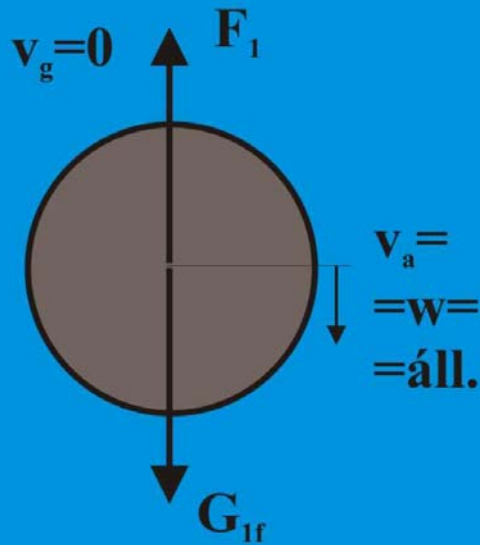
- Stokes féle formula  
 $Re_0 < 1$  tartományban

$$F_1 = 3\pi \mu_g d_o w$$

- $\mu_g$  a gáz dinamikai viszkozitása, ahol a sűrűség teremt kapcsolatot a kinematikai viszkozitással
- A levegő kinematikai viszkozitása 20Celsius és 750Hgmm esetén  
 $\nu_g = 15.3 \cdot 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$

$$\nu_g = \frac{\mu_g}{\rho_g}$$

# e. Esési határsebesség. Lebegési sebesség



$$G_{1f} = V_a (\rho_a - \rho_g) g = m_1 g \left( 1 - \frac{\rho_g}{\rho_a} \right)$$

- $G_{1f}$  – egy szem folyadékban mért súlya
- $G_1 = m_1 g$

**Pneumatikus  
anyagszállításnál:**  
 $G_1 \sim G_{1f}$

**Egyensúlyi egyenlet a  
Newton tartományban:**

$$m_1 g = C_e A_o \frac{\rho_g}{2} w_o^2$$

# Az esési határsebesség – $w_o$ Newton tartományban

mivel

$$m_1 = \frac{d_o^3 \pi}{6} \rho_a$$

$$A_o = \frac{d_o^2 \pi}{4}$$

$$\frac{m_1}{A_o} = \frac{d_o^3 \pi}{6} \rho_a \frac{4}{d_o^2 \pi} = \frac{2}{3} \rho_a d_o$$

$$w_o = \sqrt{\frac{2 m_1 g}{C_e A_o \rho_g}} = \sqrt{\frac{4 \rho_a g}{3 \rho_g C_e} d_o}$$

# Az esési határsebesség – $w_o$ Stokes tartományban

$$G_1 = F_1$$

$$\frac{d_o^3 \pi}{6} \rho_a g = 3\pi \mu_g d_o w_o$$

$$w_o = \frac{1}{18} \frac{\rho_a g}{\mu_g} d_o^2$$



# Példa: Búza esési határsebessége

1kg búzában  $n_1=27000$ db szem van, így egy szem tömege

$$m_1 = \frac{1\text{kg}}{27000} = 37 * 10^{-6} \text{kg} = 37\text{mg}$$

$\rho_a=1300\text{kg/m}^3$  - a tömör anyagszemcse sűrűsége

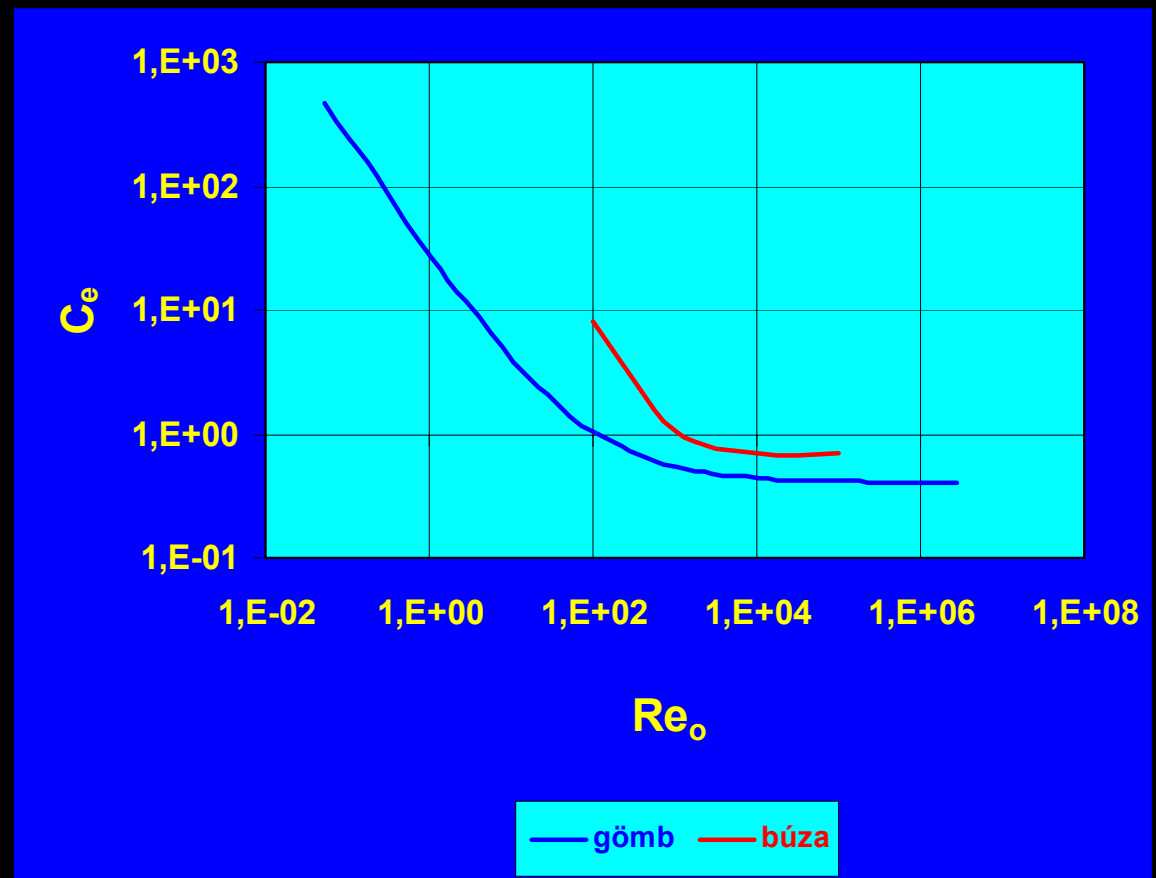
$\rho_g=1.25\text{kg/m}^3$  - a gáz sűrűsége

$d_0=3.8*10^{-3}\text{m}$  - az átlagos szemcse átmérője

$A_0=11.3*10^{-6}\text{m}^2$  - a szemcse mozgására merőleges keresztmetszete

# Példa: Búza esési határsebessége (folytatás)

Vegyük fel a relatív sebesség értékét  $w=9\text{m/s}$  értékűre, ezzel a Reynolds-szám értéke  $Re_0=2280$



A diagrammból  $C_e=0.57$

# Példa: Búza esési határsebessége (folytatás)

Ezzel az esési határsebesség értéke:

$$w_o = \sqrt{\frac{2 m_1 g}{C_e A_o \rho_a}} = \sqrt{\frac{4 \rho_a g}{3 \rho_g C_e}} d_o = 9.52 m / s$$

**Ha nem jó, azaz jelentősen különbözik az eredmény a felvett értéktől, akkor iterálni kellene**