

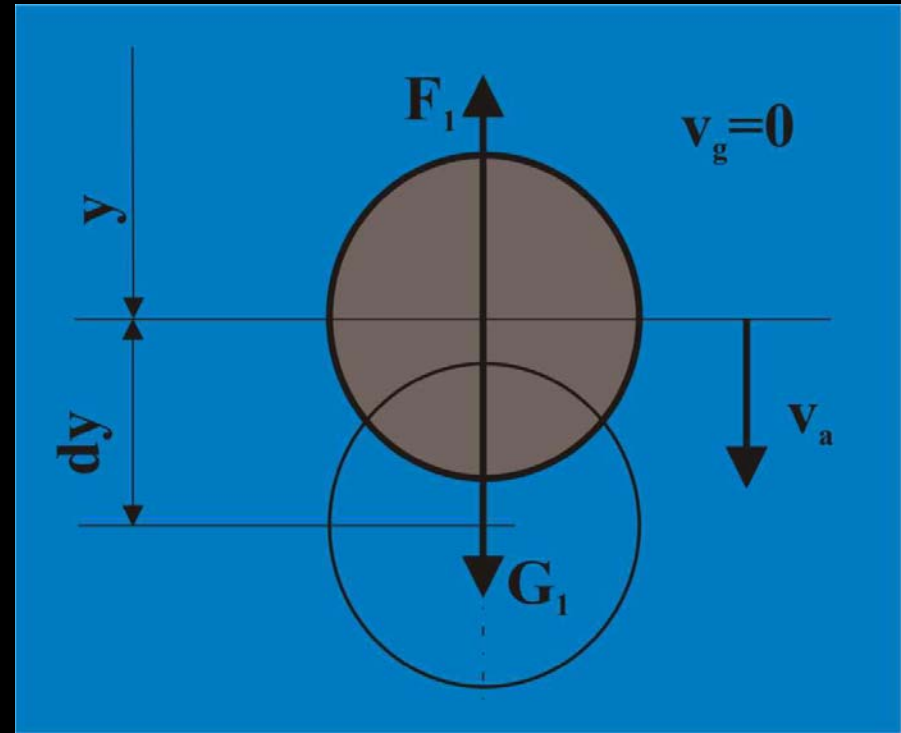
# KEVERÉKEK ÁRAMLÁSA

## 3. előadás

**Dr. Váradi Sándor**  
**Egyetemi docens**

# Hogyan éri el az elejtett szem a végsebességet?

$$G_1 - F_1 = m_1 a$$



$$m_1 g - C_e A_o \frac{\rho_g}{2} v_a^2 = m_1 \frac{dv_a}{dt} \frac{dy}{dy} = m_1 v_a \frac{dv_a}{dy}$$

**Felhasználva:**

$$m_1 g = C_e A_o \frac{\rho_g}{2} w_o^2$$

**Az alábbi egyenlet  
adódik:**

$$g - \frac{v_a^2}{w_o^2} g = v_a \frac{dv_a}{dy}$$

**Szétválasztás után  
integrálható**

$$1 - \frac{v_a^2}{w_o^2} = \frac{v_a}{g} \frac{dv_a}{dy}$$

**Bevezetve az esési határsebességgel definiált alábbi  $y_1$  úthossz jelölését**

$$\frac{w_o^2}{2g} = \frac{2}{3} \frac{\rho_a d_o}{\rho_g C_e} = y_1$$

**Az anyagsebesség magasság menti változására az alábbi függvény adódik**

$$v_a = w_o \sqrt{1 - e^{-y/y_1}}$$

# A szemléletmód fejlesztése érdekében az előző jelenséget vizsgáljuk meg energetikai szemlélet alapján

A mozgási energia

$$E_k = \frac{1}{2} m_1 v_a^2$$

A mozgási energia növekedése

$$dE_k = m_1 v_a dv_a$$

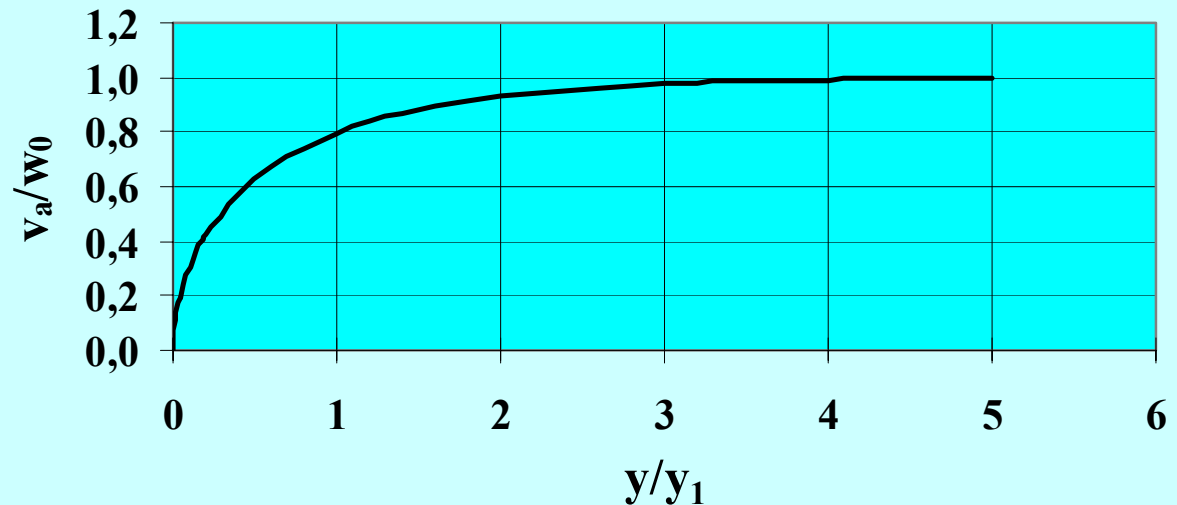
A szemcsékre ható erők munkája

$$dW = (G_1 - F_1) dy$$

# A szemcsére ható erők munkája az elemi úton a mozgási energia növelésére fordítódik

$$(G_1 - F_1)dy = m_1 v_a dv_a$$

Búza esési sebessége a hely (magasság) függvényében



- Az esési határsebességből számítható  $y_1$  sebességmagasság 3-4-szeresénél már  $v_a \approx w_0$

# A szemcse mozgásának leírása az idő függvényében nyugvó térben

- A mozgásegyenlet az alábbi alakban írható

$$m_1 g - C_e A_o \frac{\rho_g}{2} v_a^2 = m_1 \frac{dv_a}{dt}$$

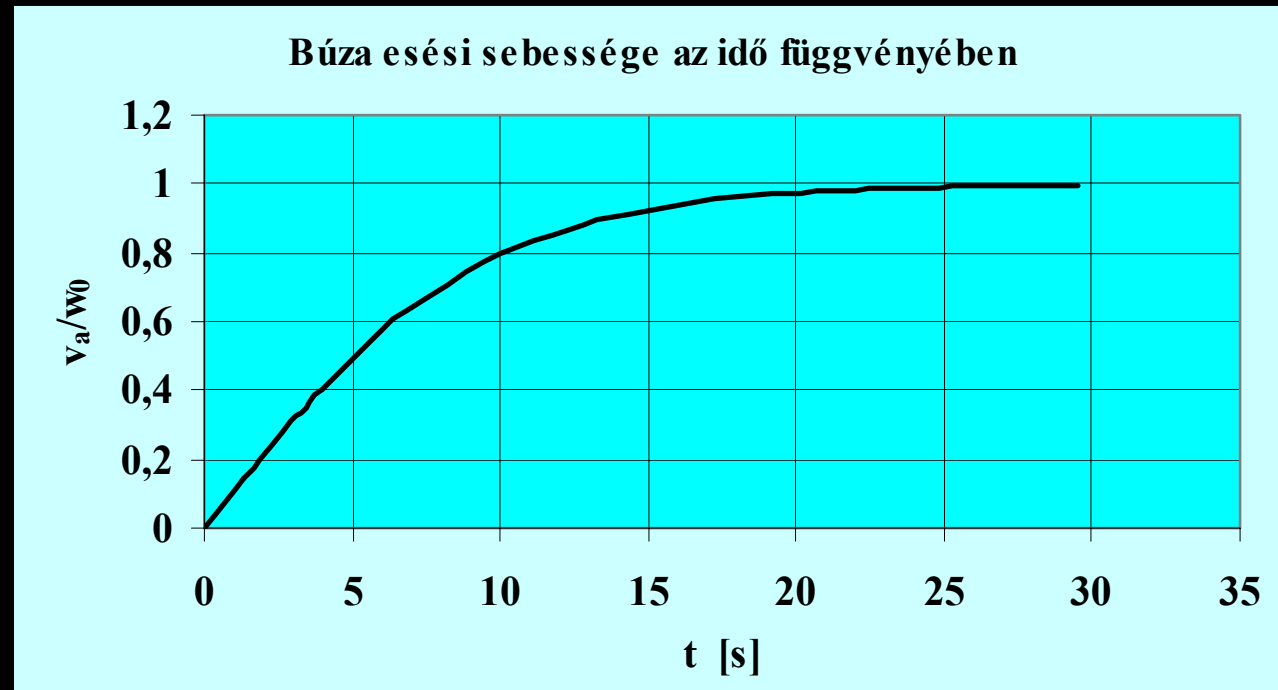
- Átalakítások után

$$dt = \frac{w_o^2}{g} \frac{dv_a}{w_o^2 - v_a^2}$$

- Az anyagebesség-idő függvény

$$v_a = w_o \operatorname{th} \frac{gt}{w_o}$$

# Nyugvó térben eső szem mozgása az idő függvényében



- Integrálva a szem által megtett út számítható

$$s = \int v_a dt = \frac{w_0^2}{g} \ln \left( ch \frac{gt}{w_0} \right)$$



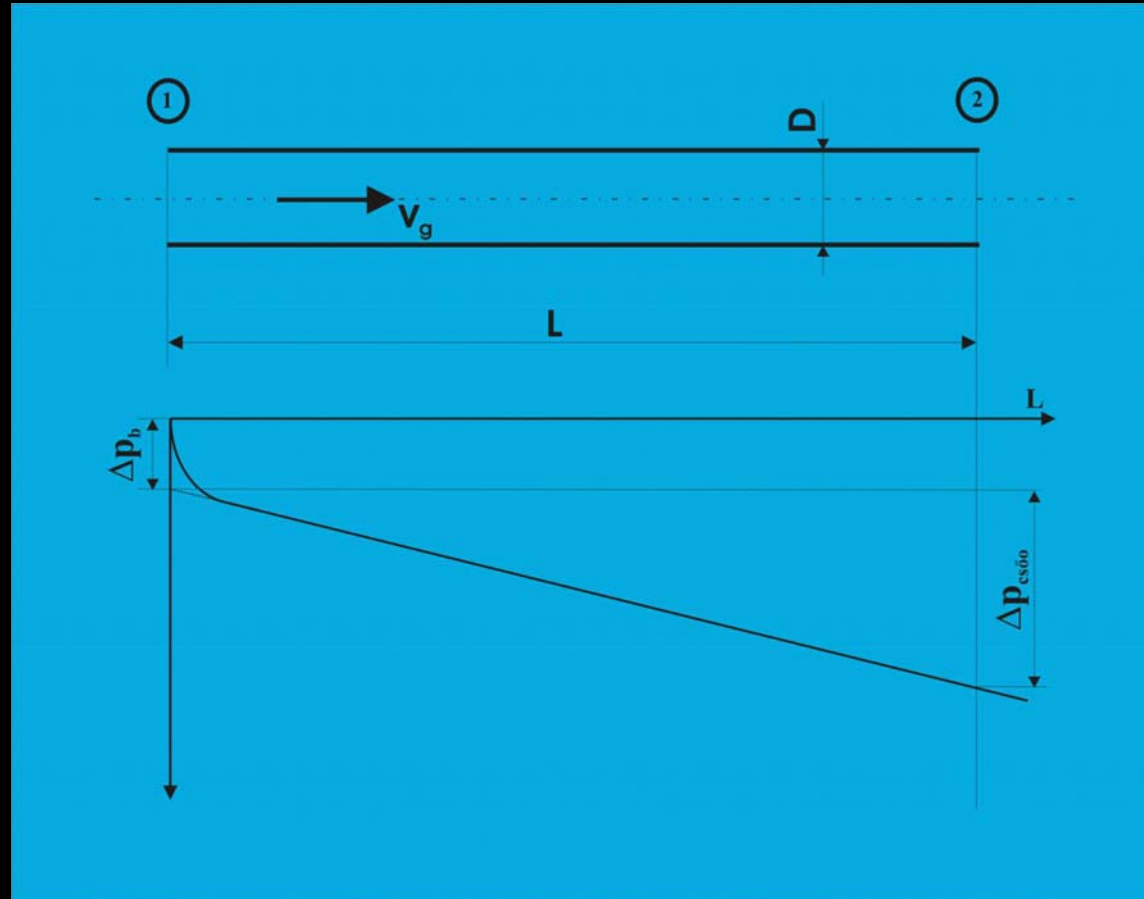
# Nyomásesés számítása

## ■ Belépési nyomásesés

$$\Delta p_b = (1 + \xi_b) \frac{\rho_g}{2} v_g^2$$

## ■ $\zeta_b = 0.05 - 0.3$

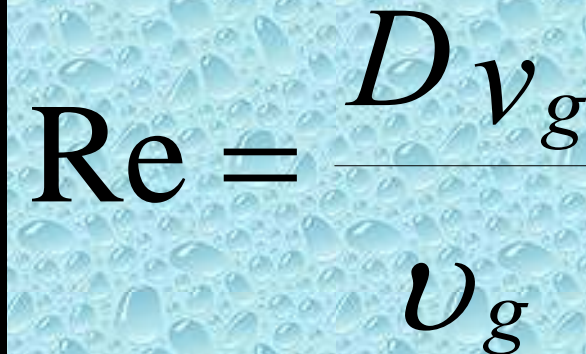
## ■ Üresjárású nyomásesés



$$\Delta p_{csőo} = \lambda \frac{L}{D} \frac{\rho_g}{2} v_g^2$$

## Csőúrlódási tényező

$$\lambda=f(\text{Re})$$


$$\text{Re} = \frac{D v_g}{\nu_g}$$

- **Pneumatikus szállítás**  
**Reynolds-szám tartománya**
  - ★ **Re=10000-400000**
- **$\lambda$  – csőúrlódási tényező**
  - ★ **sima csőben: 0.01-0.02**
  - ★ **Érdes cső esetén: 0.02-0.03**

# Hidraulikailag sima cső

- Az érdesség miatti méretváltozás a lamináris réteg alatt marad
- Az anyagszállítás során az érdesség csökken részben a kopás, részben az anyag feltapadás miatt
- Filonyenkó:

$$\lambda_{sima} = \left[ \frac{0.55}{\log(\text{Re}/8)} \right]^2$$

# A szállító gáz sűrűségváltozása

- Fizikai normál állapot
- Normál levegő sűrűség

$$\rho_{gn} = 1.293 \text{ kg/m}^3$$

- Nyomás

$$b = 760 \text{ mmHg} \quad p_n = 101.4 \text{ kPa}$$

- hőmérséklet

$$T_n = 273 \text{ K} \quad t_n = 0^\circ \text{C}$$

# A szállító gáz viszkozitás változása

- Normál állapotú levegő viszkozitása

$$\nu_{levn} = 13.3 * 10^{-6} m^2/s$$

- A hőmérséklet és a nyomás hatása

$$\nu_{lev} = \frac{p_n}{p} (10^6 \nu_{levn} + 0.1t) 10^{-6}$$

# Egyenes csőszakasz üresjárási nyomásesése

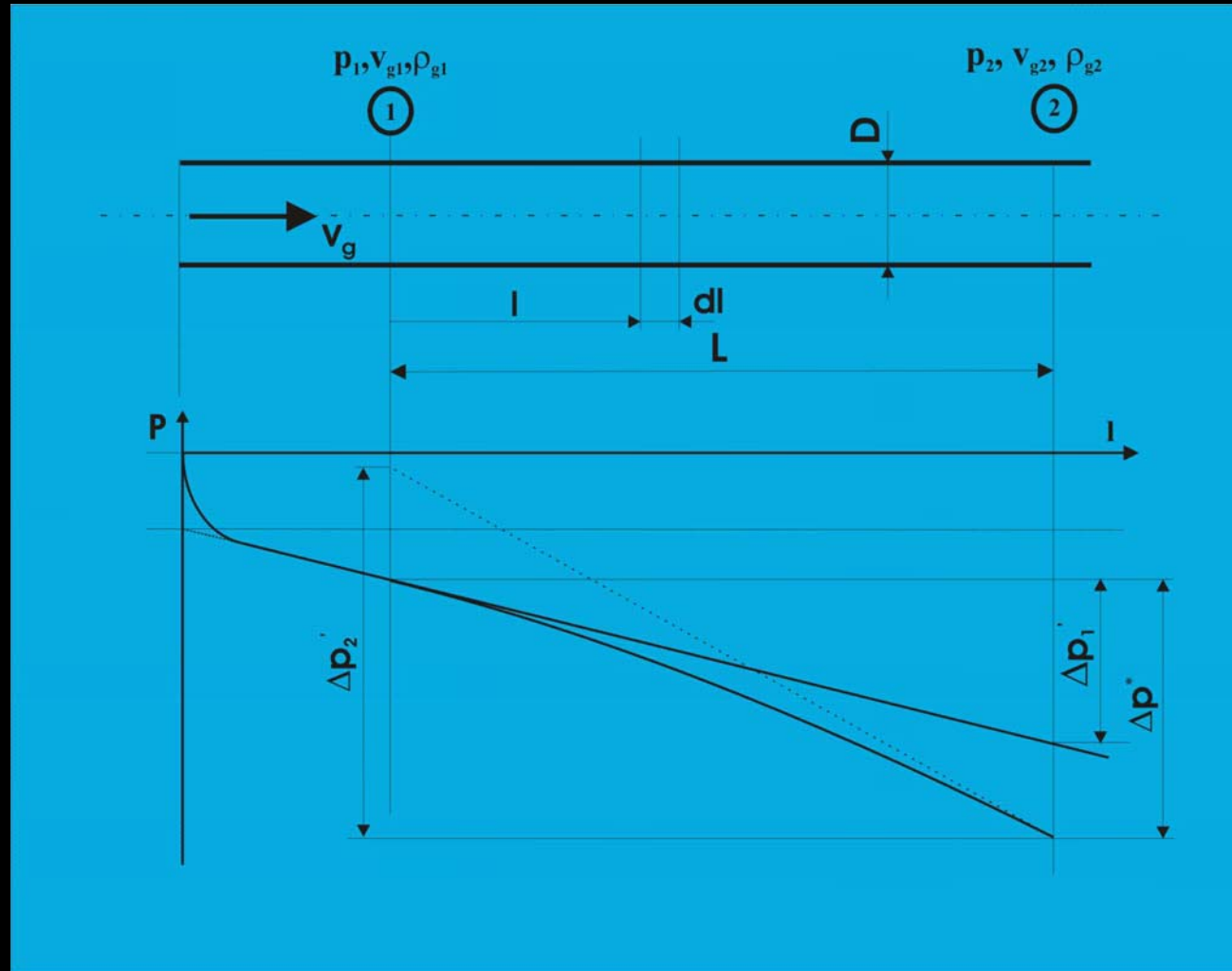
- Ez az összefüggés az expanziót nem veszi figyelembe

$$\Delta p_{o\text{ cső}} = \lambda \frac{L}{D} \frac{\rho_g}{2} v_g^2$$

- Az alábbi tartományban használható

$$\frac{\Delta p_o}{p_o} \leq 0.1$$

# Az expanzió figyelembe vétele üresjárásban



## Nyomásesés a belépő adatokkal

$$\Delta p'_1 = \lambda \frac{L}{D} \frac{\rho_{g1}}{2} v_{g1}^2$$

- nyomásesés a kilépő adatokkal

$$\Delta p'_2 = \lambda \frac{L}{D} \frac{\rho_{g2}}{2} v_{g2}^2$$

- nyomásesés az elemi csőszakaszon

$$-dp = \frac{\lambda}{D} \frac{\rho_g}{2} v_g^2 dl$$



## Izotermikus állapotváltozás

$$\rho_g = \rho_{g1} \frac{p}{p_1}$$

- **Az anyagtömegáram állandóságból**

$$\dot{m}_g = A \rho_g v_g$$

$$v_g = \frac{\dot{m}_g}{A \rho_g} = \frac{\dot{m}_g p_1}{A \rho_{g1} p}$$

- **Ebből következik**

$$v_g p = \text{áll.}$$

- **Azaz írható**

$$v_g = v_{g1} \frac{p_1}{p}$$

## Behelyettesítés, egyszerűsítés és átalakítás után

$$-dp = \frac{\lambda}{D} \frac{\rho_{g1}}{2} v_{g1}^2 \frac{p}{p_1} \frac{p_1^2}{p^2} dl$$

- Írható, hogy

$$-p dp = \frac{\Delta p_1'}{L} p_1 dl$$

- Integrálás után adódik

$$\frac{p_1^2 - p_2^2}{2} = \frac{\Delta p_1'}{L} p_1 L$$

$p_2$  kifejezése után

$$p_2 = \sqrt{p_1^2 - 2 p_1 \Delta p_1'}$$

- **Végül a valóságban, az expanzió figyelembe vételével adódó nyomáscsökkenés**

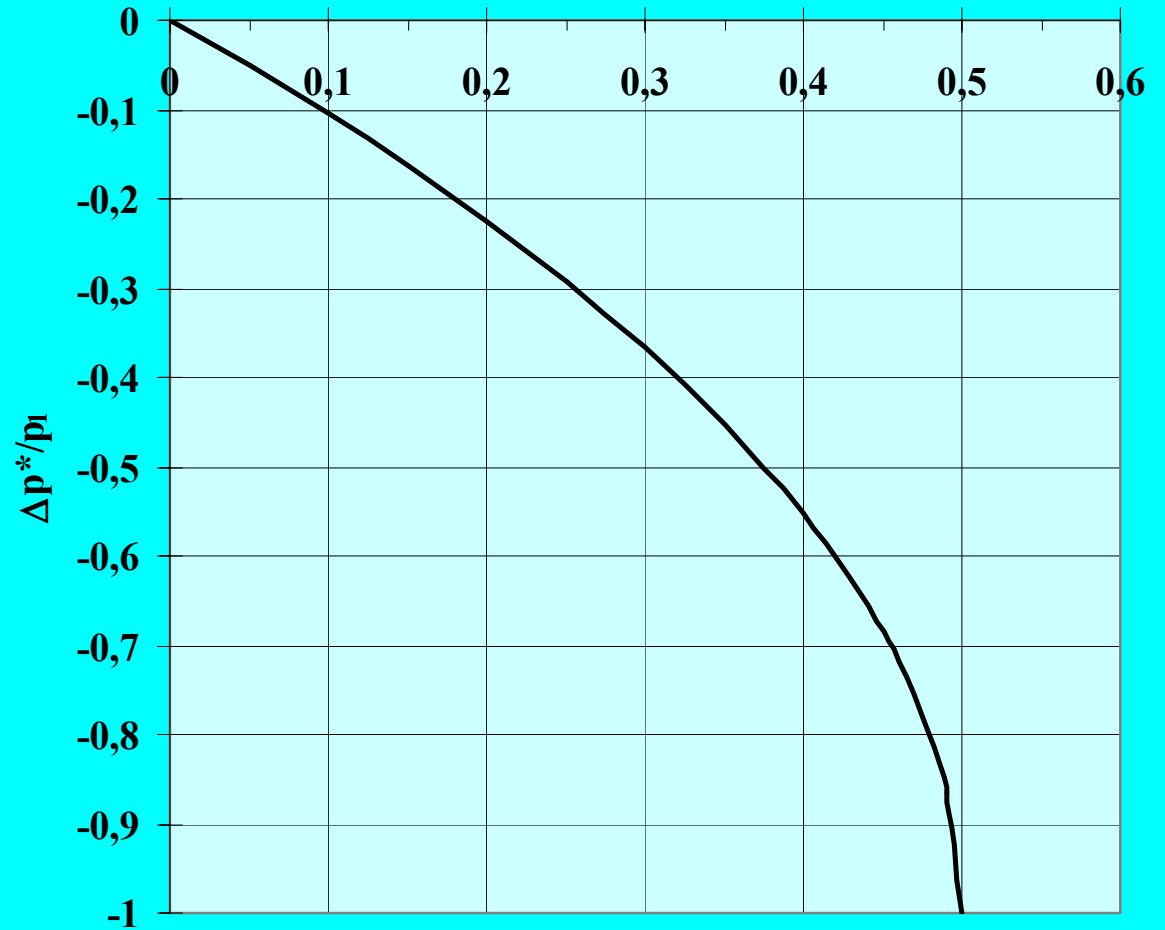
$$\Delta p^* = p_1 - p_2 = p_1 - \sqrt{p_1^2 - 2 p_1 \Delta p_1'}$$

- **Vagy dimenziótlan alakban**

$$\frac{\Delta p^*}{p_1} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \Delta p_1'}{p_1}}$$

# A gáz expanzió hatása

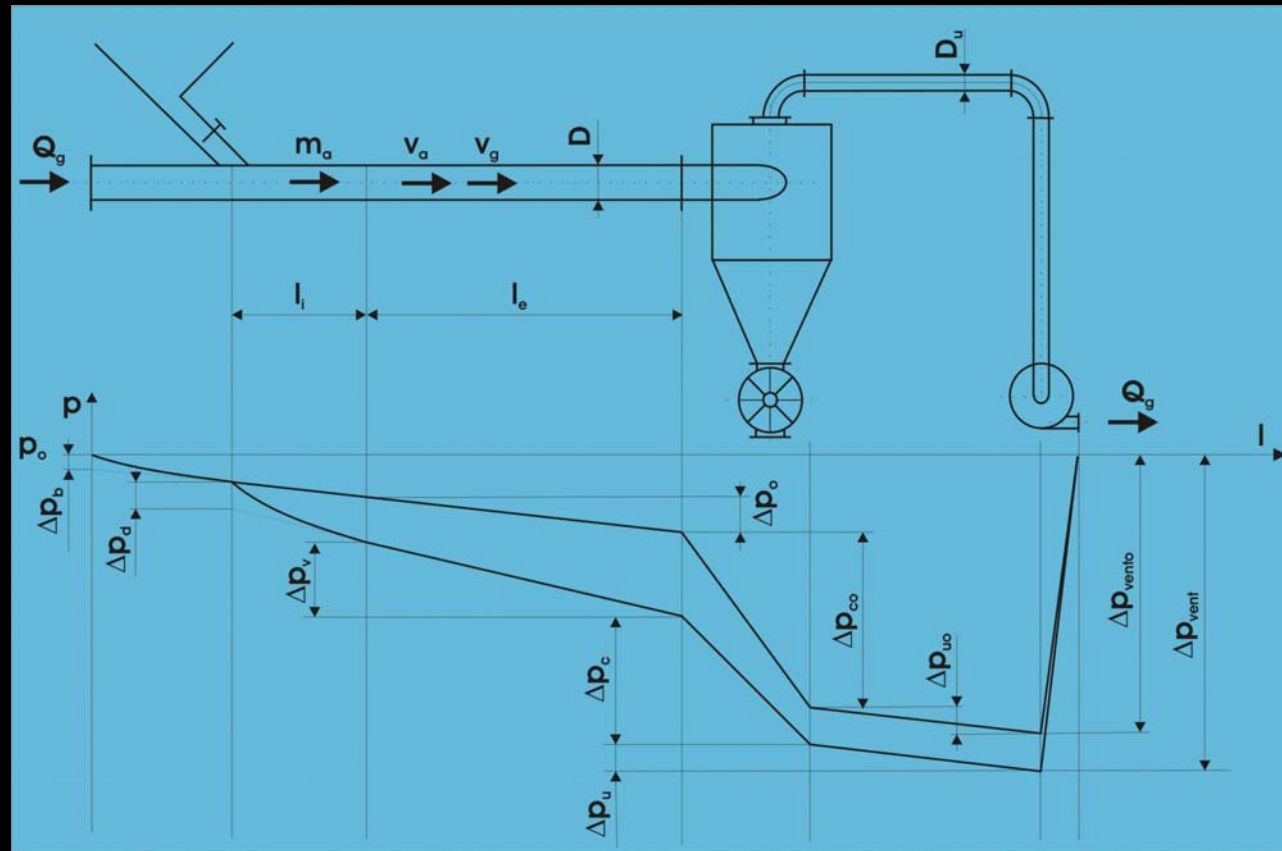
Expanzió figyelembe vétele üresjárásban



- előjel csak az ábrázolásához

$\Delta p_1'/p_1$

# Anyagszállítás közben adódó nyomávesztés

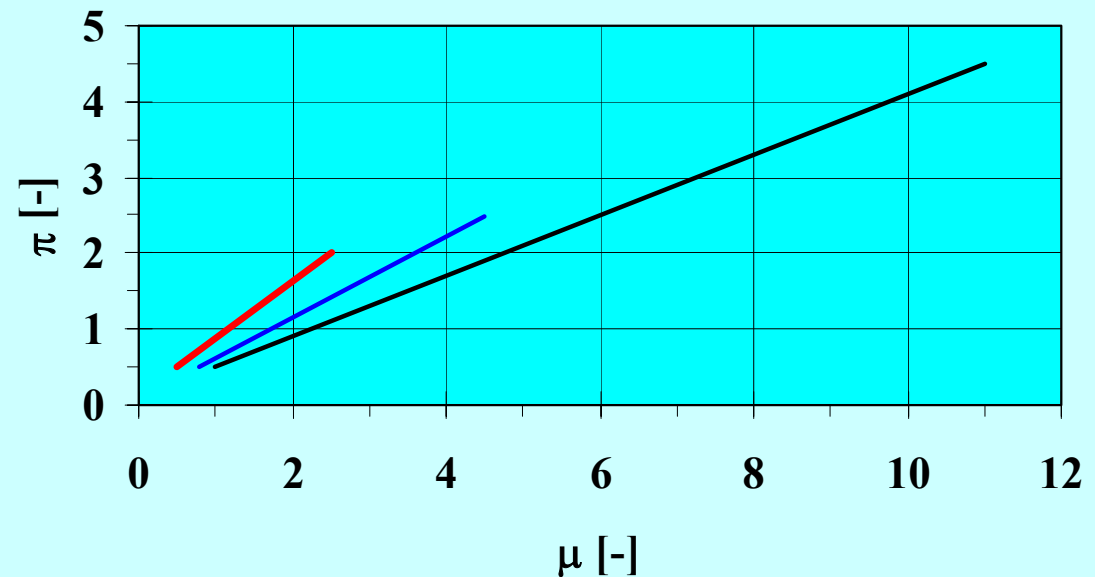


# Nyomásesés számítási módszerek

- Gasterstädt
- Búza  $k_G=0.3$

$$\pi = \frac{\Delta p_v}{\Delta p_o} (1 + k_G \mu)$$

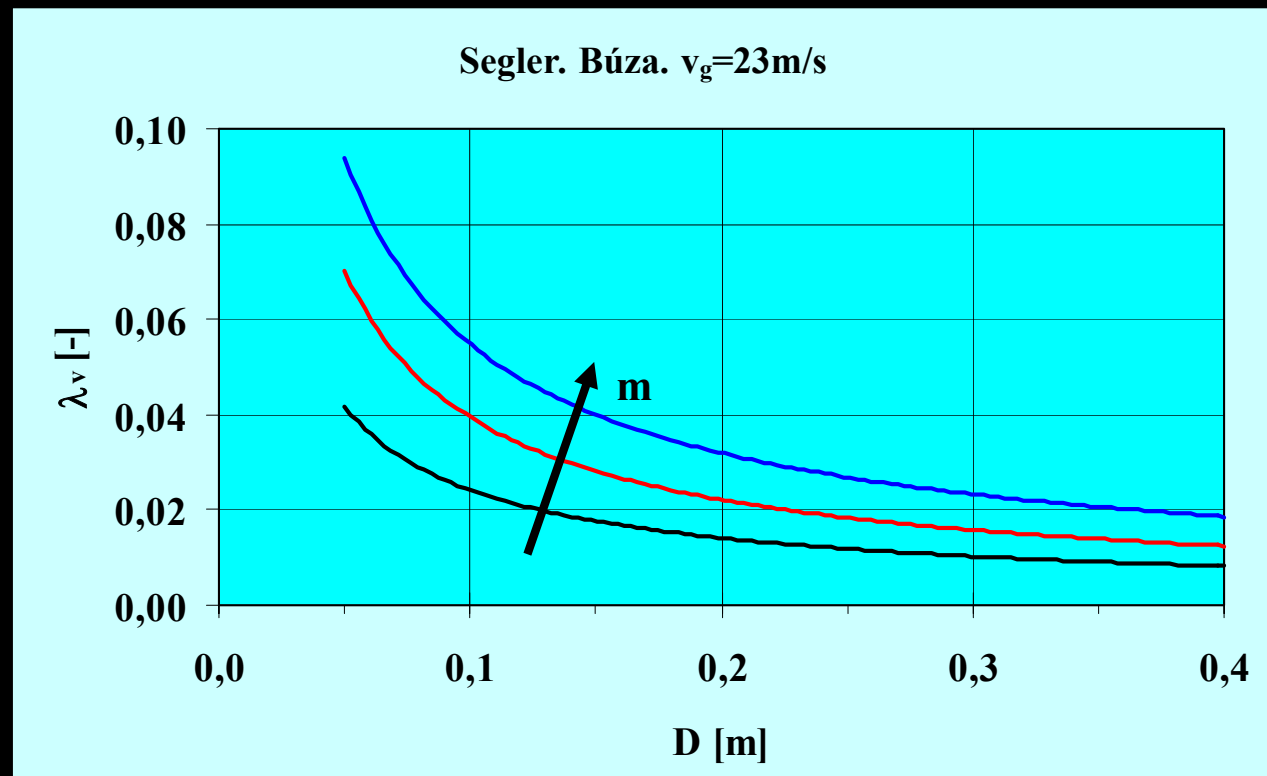
Gasterstädt. Búza vízszintes szállítása



# Segler – mérési eredmények empírikus feldolgozása

- A diagram egy anyagfajtára és egy levegősebességre vonatkozik

$$\Delta p_v = \lambda_v \frac{L}{D} \frac{\rho_g}{2} v_g^2$$



## Pápai. Nyomásesések összegzése

$$\Delta p = \Delta p_o + \Delta p_j$$

- $\Delta p$  – össznyomásesés
- $\Delta p_o$  – üresjárás  
nyomásesés
- $\Delta p_j$  – az anyagszállítás  
miatt adódó járulékos  
nyomásesés



## Barth. $\lambda_j$ - Járulékos cső súrlódási tényező

$$\Delta p_j = \lambda_j \frac{L}{D} \frac{\rho_g}{2} v_g^2 \mu$$

- $\lambda_j = f(\text{Fr})$

$$\text{Fr} = \frac{v_g}{\sqrt{gD}}$$

# Szállítás vízszintes csőben

Barth. Járulékos csősúrlódási tényező

