



Hidrodinamikai  
Rendszerek  
Tanszék

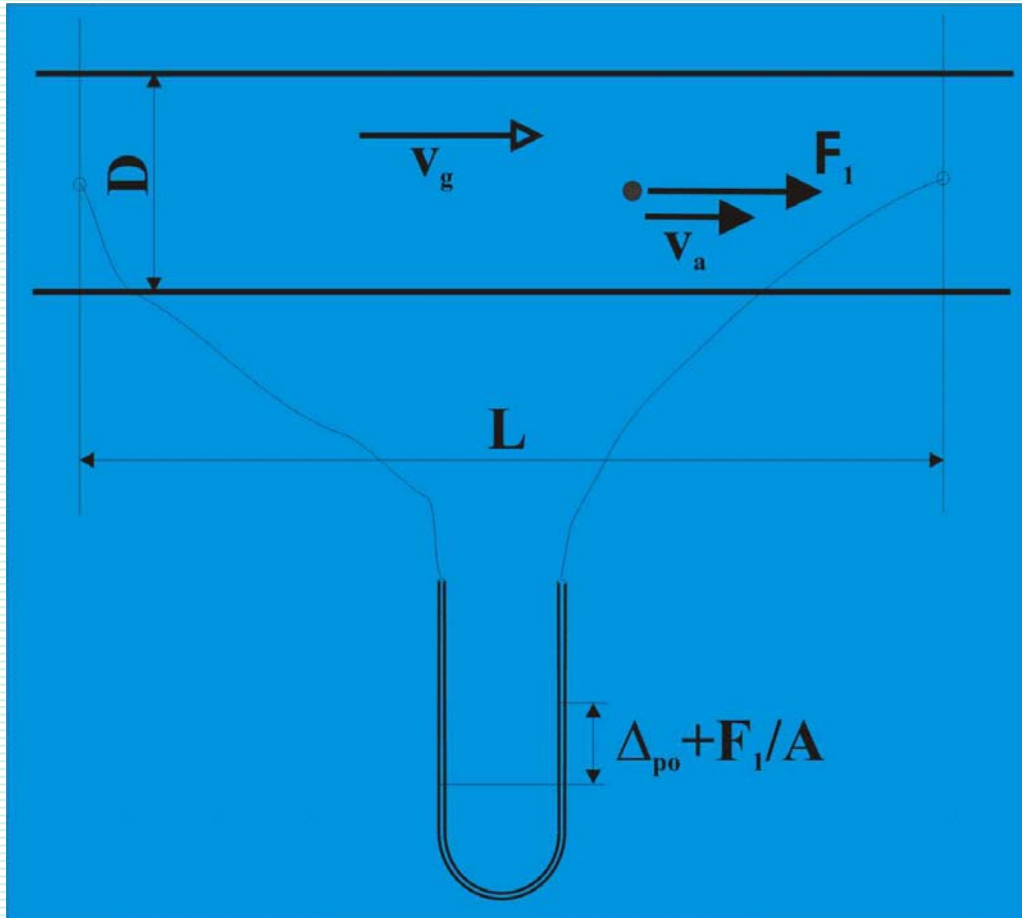
---

# Keverékek áramlása. 4. előadás

---

Készítette: dr. Váradi Sándor

# Szemcsékre ható erők módszere

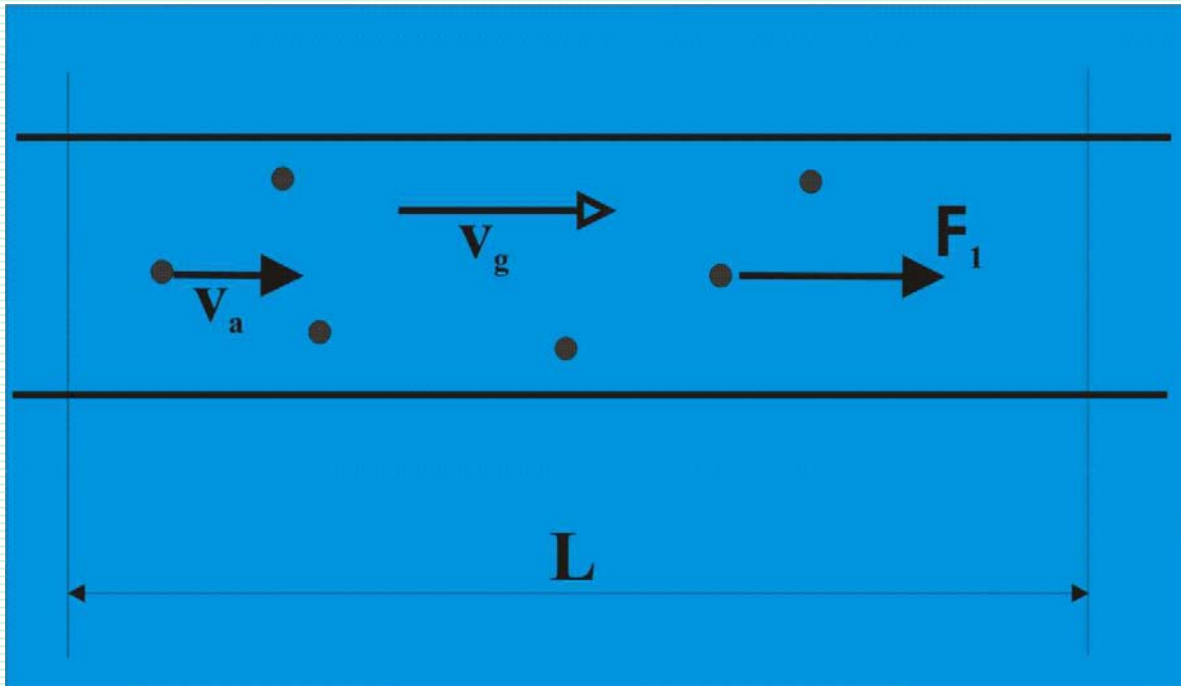


**Erőmérés  
aerodinamikai  
mérleg segítségével**

**$F_1$  - aerodinamikai erő**

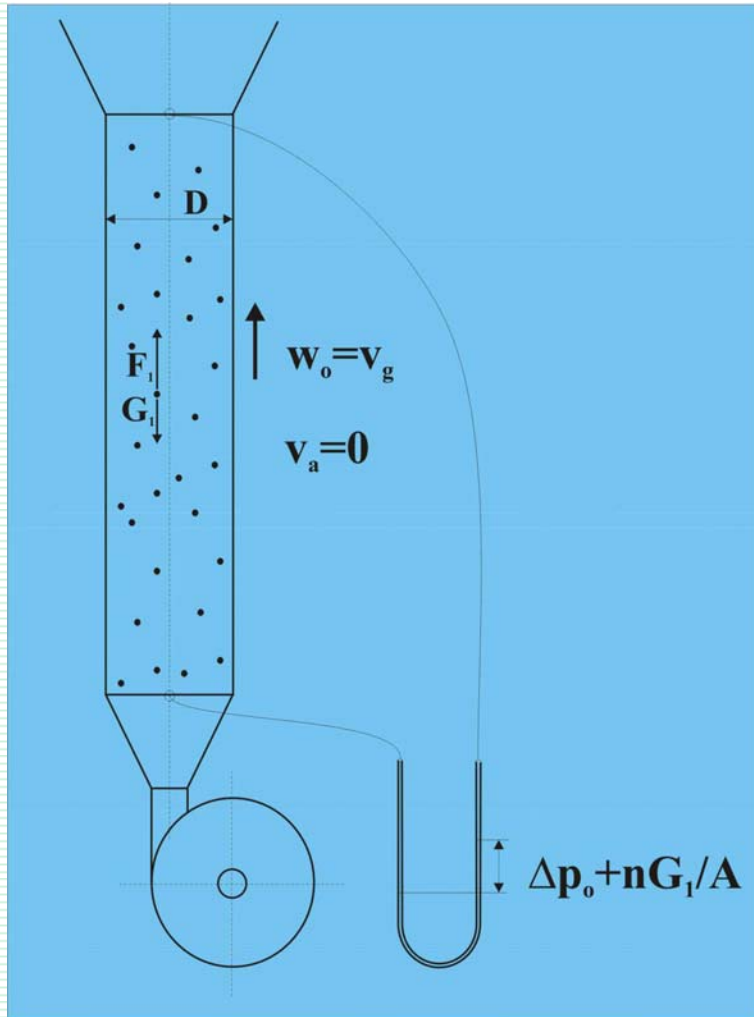


# Pneumatikus szállítási modell



$$\Delta p = \Delta p_o + \frac{n \cdot F_1}{A}$$

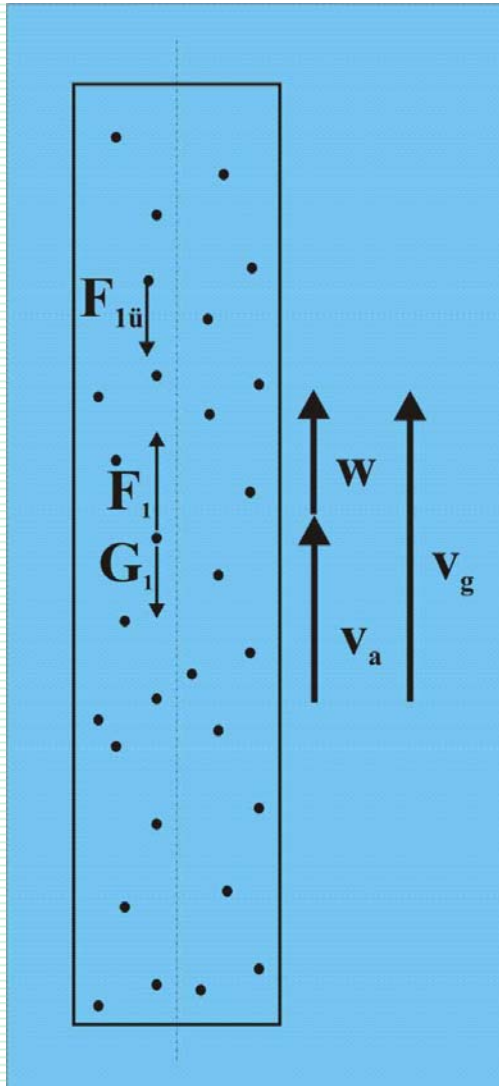
# Szemcse lebegtetési kísérlet



$G_1$  - egy szem súlya

- az aerodinamikai erőhatás a nyomáskeresőben additív tagként jelentkezik

# Függőleges pneumatikus szállítócső



$F_{1ü}$  - ütközésből származó egy szemre jutó visszatartó („fékező”) erő

$$F_1 = G_1 + F_{1ü}$$

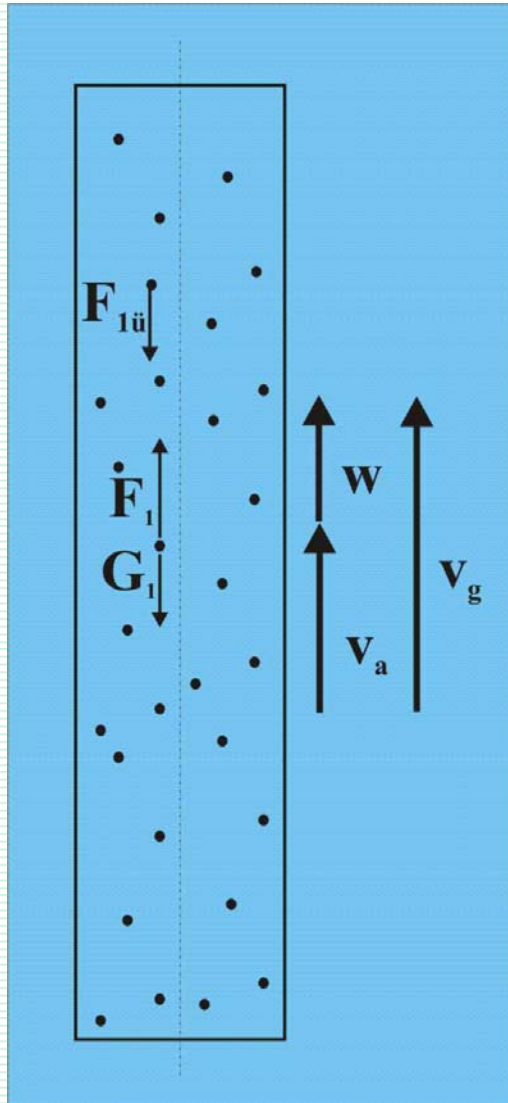
$$F_1 = C_e \cdot A_o \cdot \frac{\rho_g}{2} \cdot w^2$$

$$w > w_o$$

- szállítás közben a „  $w$  ” relatív sebesség nagyobb, mint a „  $w_o$  ” esési határsebesség



# Indítószakasz



$$F_1 > G_1 + F_{1ü}$$

$$F_1 - (G_1 + F_{1ü}) = F_{1d}$$

$F_{1d}$  - egy szemre ható  
gyorsító erő



# Nyomáskereső számítási módszer

$$\Delta p = \Delta p_o + \Delta p_j$$

$$\Delta p_j = \Delta p_d + \Delta p_e + \Delta p_{\ddot{u}} + \Delta p_s (+ \dots + \Delta p_t)$$

$$\Delta p_j = \frac{n \cdot F_1}{A} = \frac{n \cdot F_{d1}}{A} + \frac{n \cdot G_1}{A} + \frac{n \cdot F_{1\ddot{u}}}{A} + \frac{n \cdot F_{1s}}{A} \left( + \dots + \frac{n \cdot F_{1t}}{A} \right)$$



## Emelési nyomásesés (L hosszúságú csőben)

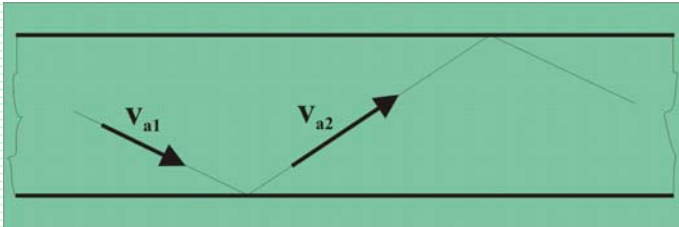
$$\Delta p_e = \frac{n \cdot G_1}{A} = L \cdot \frac{\dot{m}_a \cdot g}{v_a \cdot A}$$

Mivel  $n \cdot G_1 = L \cdot q_a \cdot g = L \cdot \frac{\dot{m}_a}{v_a} \cdot g = n \cdot m_1 \cdot g$

$$\Delta p_e = k_e \cdot L \cdot \frac{\dot{m}_a \cdot g}{v_a \cdot A}$$

$q_a$  - folyómétertömeg

$k_e$  - emelési tényező



$k_e = 1$  függőleges cső

$k_e > 0$  vízszintes cső

-vízszintes csőben is emelni kell a szemeket, mert  
enélkül nem maradnának egyenletes szállítási  
állapotban

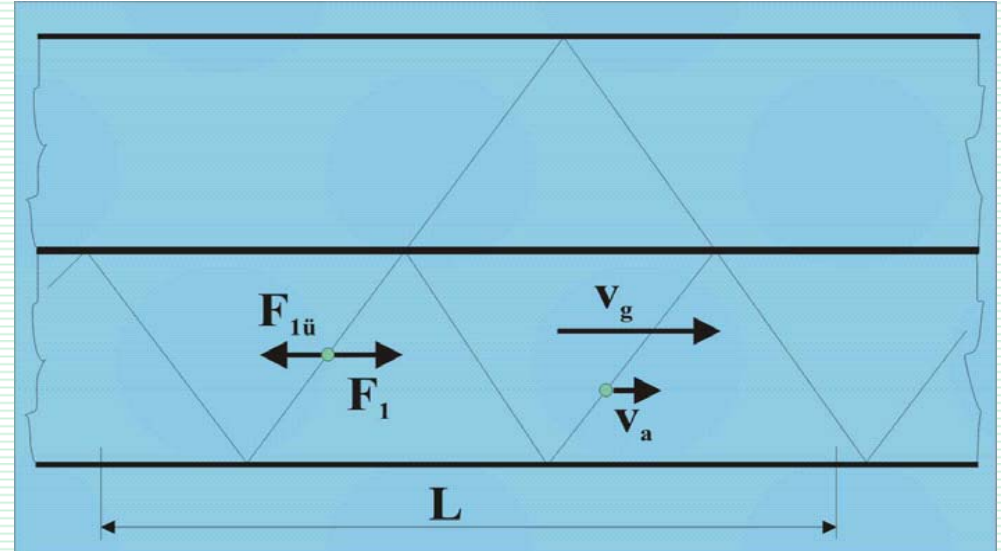




# Ütközési nyomásesés

$$\Delta p_{\ddot{u}} = \frac{n \cdot F_{1\ddot{u}}}{A}$$

$$F_{1\ddot{u}} = \frac{\xi}{2} \cdot \frac{m_1 \cdot v_a^2}{D} = k_{\ddot{u}} \cdot \frac{m_1 \cdot v_a^2}{D}$$



$\xi$  - folyóméterenkénti energiaapadási tényező

$F_{1\ddot{u}}$  - folyamatosan hatónak feltételezett helyettesítő erő

$$F_{1\ddot{u}} \cdot L = \Delta E = \xi \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{m_1 \cdot v_a^2}{2}$$

$k_{\ddot{u}}$  - ütközési tényező

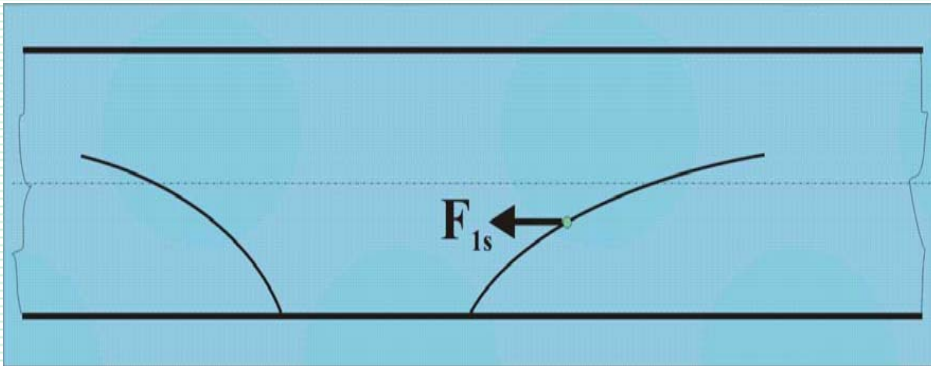


$$n \cdot m_1 = L \cdot \frac{\dot{m}_a}{v_a} \longrightarrow n = L \cdot \frac{\dot{m}_a}{v_a \cdot m_1}$$

$$\Delta p_{\ddot{u}} = \frac{n \cdot F_{1\ddot{u}}}{A} = \frac{L \cdot \dot{m}_a}{v_a \cdot m_1} \cdot k_{\ddot{u}} \cdot \frac{m_1 \cdot v_a^2}{D} \cdot \frac{1}{A} = k_{\ddot{u}} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{\dot{m}_a \cdot v_a}{A}$$



# Súrlódási nyomásesés



$F_{1s}$  - állandónak feltételezett súrlódásból származó visszatartó erő

$$F_{1s} = k_s \cdot m_1 \cdot g$$

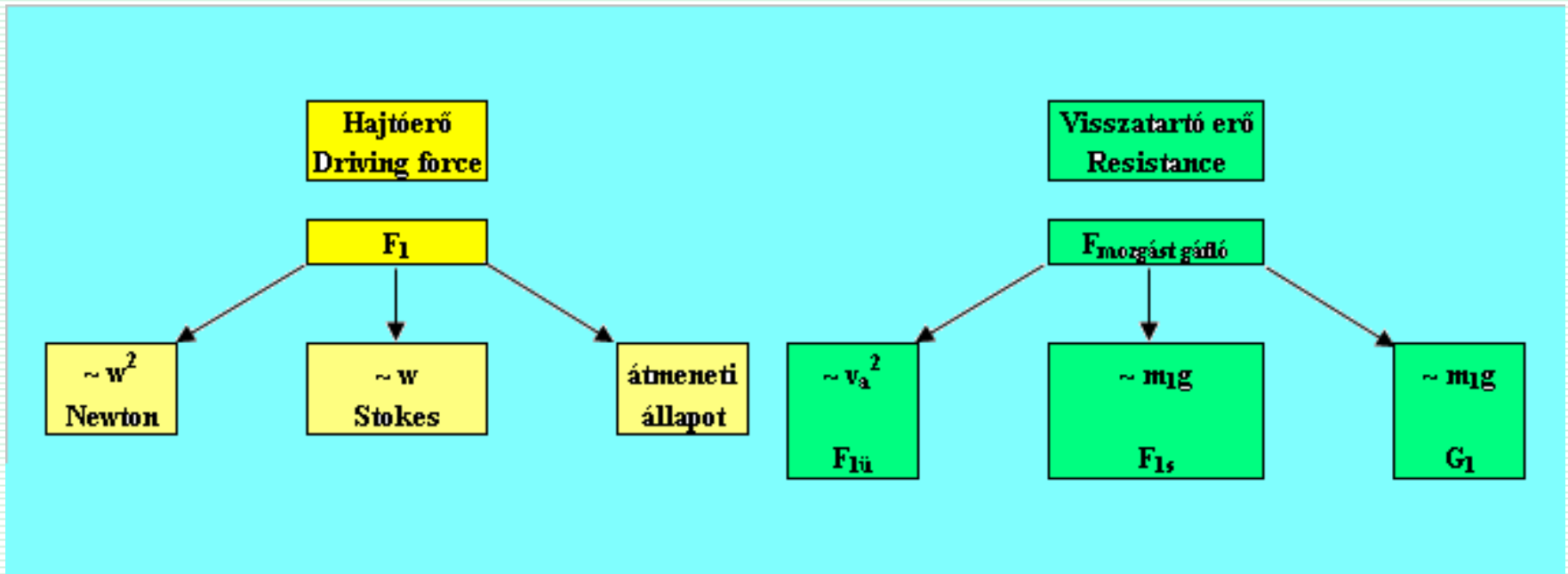
$$\Delta p_s = \frac{n \cdot F_{1s}}{A} = \frac{n \cdot k_s \cdot m_1 \cdot g}{A} = \frac{L \cdot \dot{m}_a}{v_a \cdot m_1} \cdot \frac{k_s \cdot m_1 \cdot g}{A} = k_s \cdot L \cdot \frac{\dot{m}_a \cdot g}{v_a \cdot A}$$



# Sebességviszonyok vizsgálata (speed ratio, velocity ratio)

$$v_a(v_g)$$

$$w(v_g)$$





A,

Newton-féle előrehajtó erő:

$$F_h = F_1 = C_e \cdot A_o \cdot \frac{\rho_g}{2} \cdot w^2$$

Ütközésből származó visszatartó erő:  $F_e = F_{1ü} = k_{ü} \cdot \frac{m_1 \cdot v_a^2}{D}$

$$C_e \cdot A_o \cdot \frac{\rho_g}{2} \cdot w^2 = k_{ü} \cdot \frac{m_1 \cdot v_a^2}{D}$$

$$w^2 = \frac{2 \cdot k_{ü} \cdot m_1}{C_e \cdot A_o \cdot \rho_g} \cdot \frac{v_a^2}{D} = A' \cdot \frac{v_a^2}{D}$$

$$w = \sqrt{\frac{A'}{D}} \cdot v_a$$



$$v_g = v_a + w = v_a + \sqrt{\frac{A'}{D}} \cdot v_a = \left(1 + \sqrt{\frac{A'}{D}}\right) \cdot v_a$$

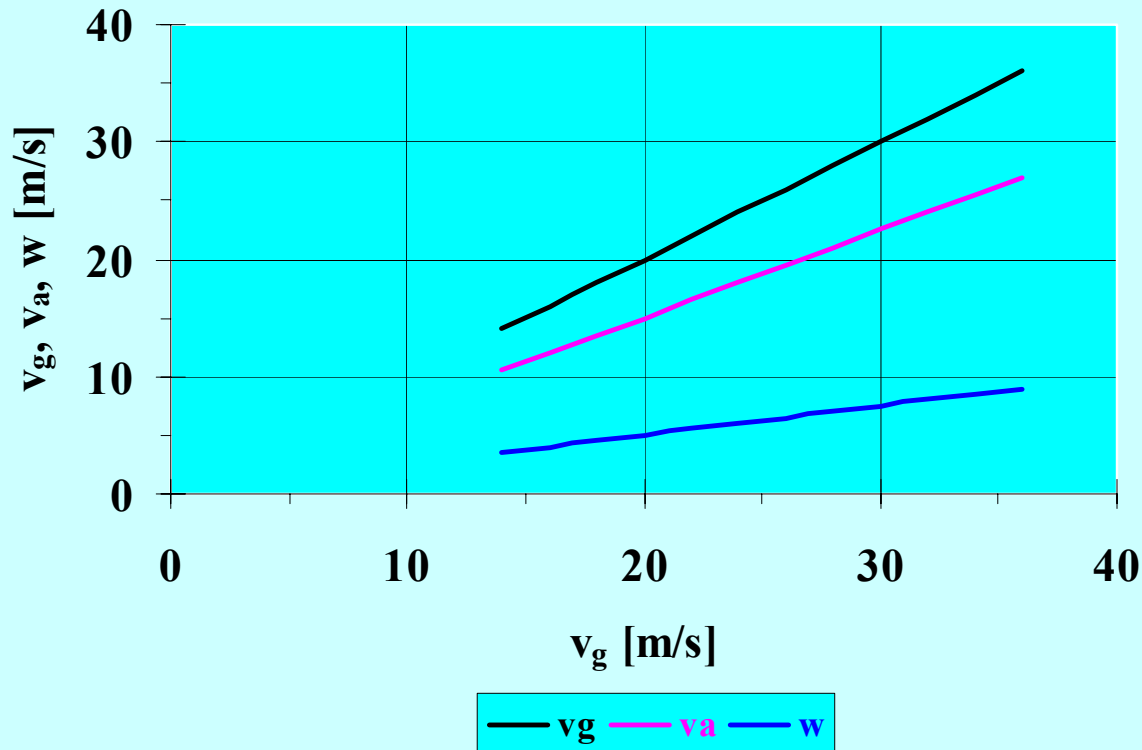
$$v_a = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{A'}{D}}} \cdot v_g$$

$$w = \frac{\sqrt{\frac{A'}{D}}}{1 + \sqrt{\frac{A'}{D}}} \cdot v_g$$



- a sebességek egymással lineáris kapcsolatban vannak, tehát a szlip állandó

### Sebességviszonyok (A)



$$s = \frac{w}{v_g} = \text{áll.}$$

$$D = \text{áll.}$$

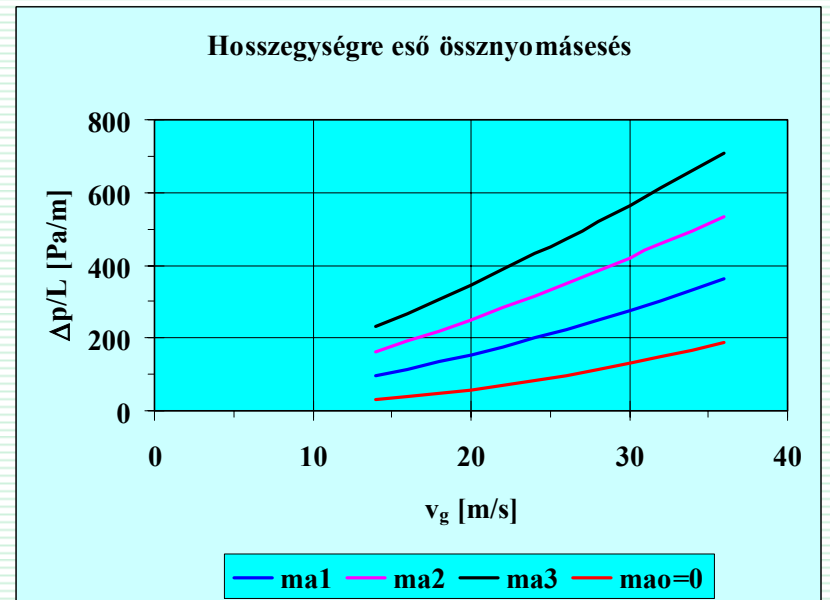
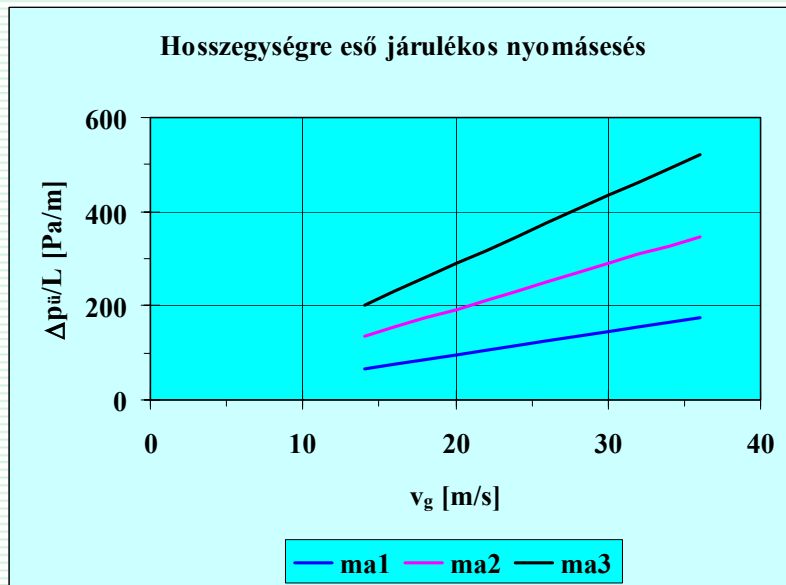
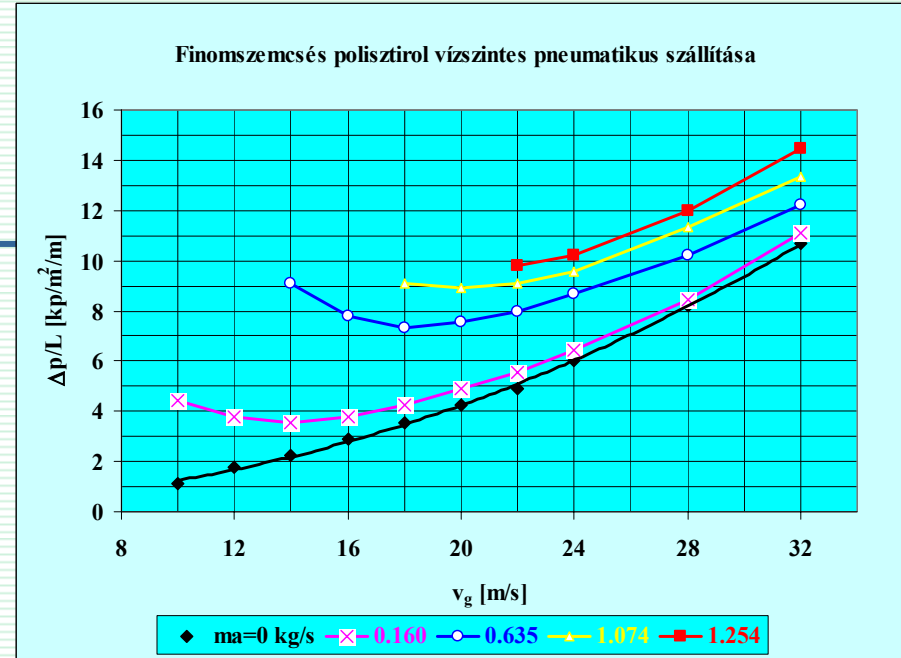
$$\text{anyagfajta} = \text{áll.}$$



# Siegel hígáramú pneumatikus szállítási kísérletei



$$\frac{\Delta p_{ii}}{L} = k_{ii} \cdot \frac{1}{D} \cdot \frac{\dot{m}_a \cdot v_a}{A}$$







**B,**

Newton-féle hajtóerő:

$$F_h = F_1 = C_e \cdot A_o \cdot \frac{\rho_g}{2} \cdot w^2$$

Súrlódásból származó ellenállás:

$$F_{1s} = k_s \cdot m_1 \cdot g$$

$$C_e \cdot A_o \cdot \frac{\rho_g}{2} \cdot w^2 = k_s \cdot m_1 \cdot g = k_s \cdot C_e \cdot A_o \cdot \frac{\rho_g}{2} \cdot w_o^2$$

$$w^2 = k_s \cdot w_o^2$$

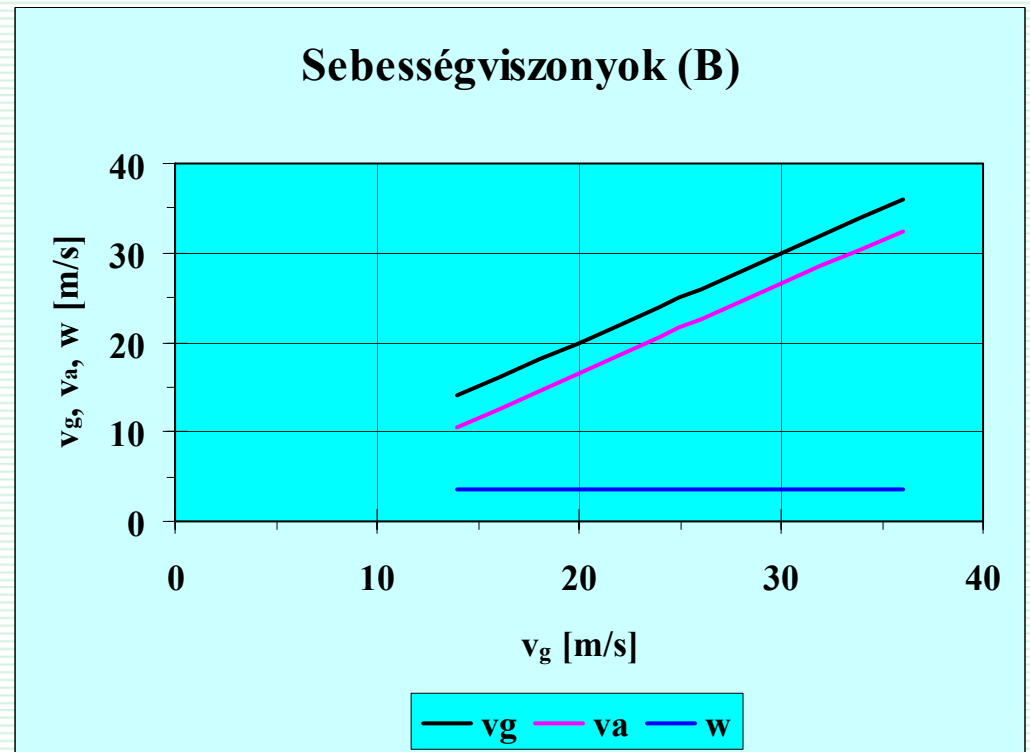
$$w = \sqrt{k_s} \cdot w_o$$



- szemcsés, ( $d_o > 1mm$ ) puha  
anyag szállításánál fordul elő

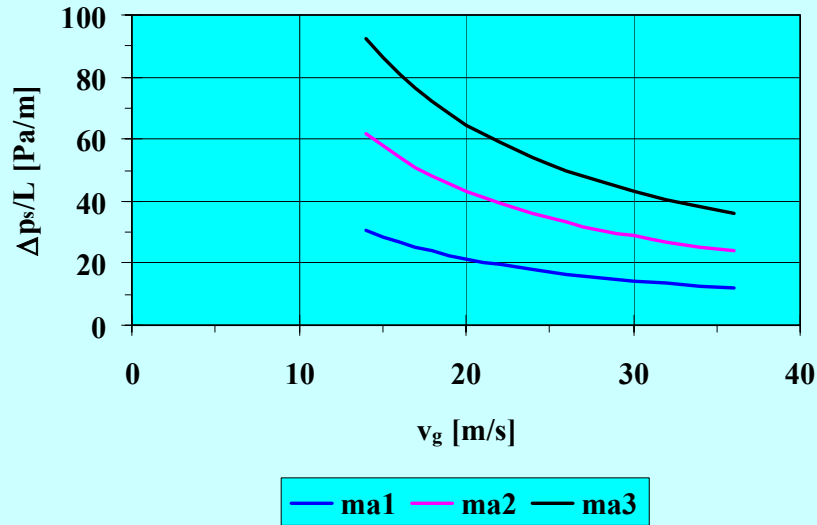
$$w = \sqrt{k_s} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot m_1 \cdot g}{C_e \cdot A_o \cdot \rho_g}} = \sqrt{k_s} \cdot \sqrt{\frac{3}{4} \cdot \frac{\rho_a}{\rho_g} \cdot \frac{g}{C_e} \cdot d_o} = \text{állandó}$$

$$v_a = v_g - w = v_g - \text{áll.}$$

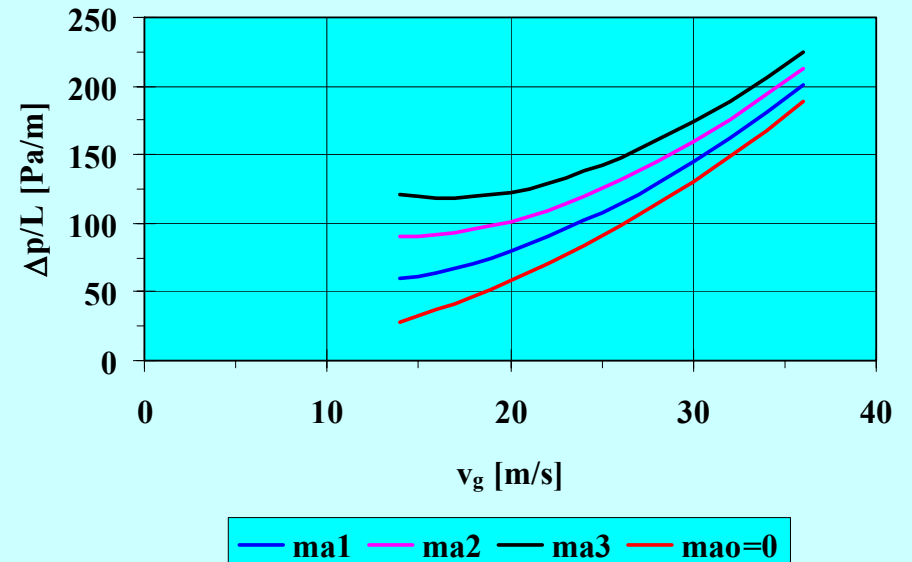




### Hosszegységre eső járulékos nyomásesés



### Hosszegységre eső össznyomásesés



$$\frac{\Delta p_s}{L} = k_s \cdot \frac{\dot{m}_a \cdot g}{v_a \cdot A}$$



C,

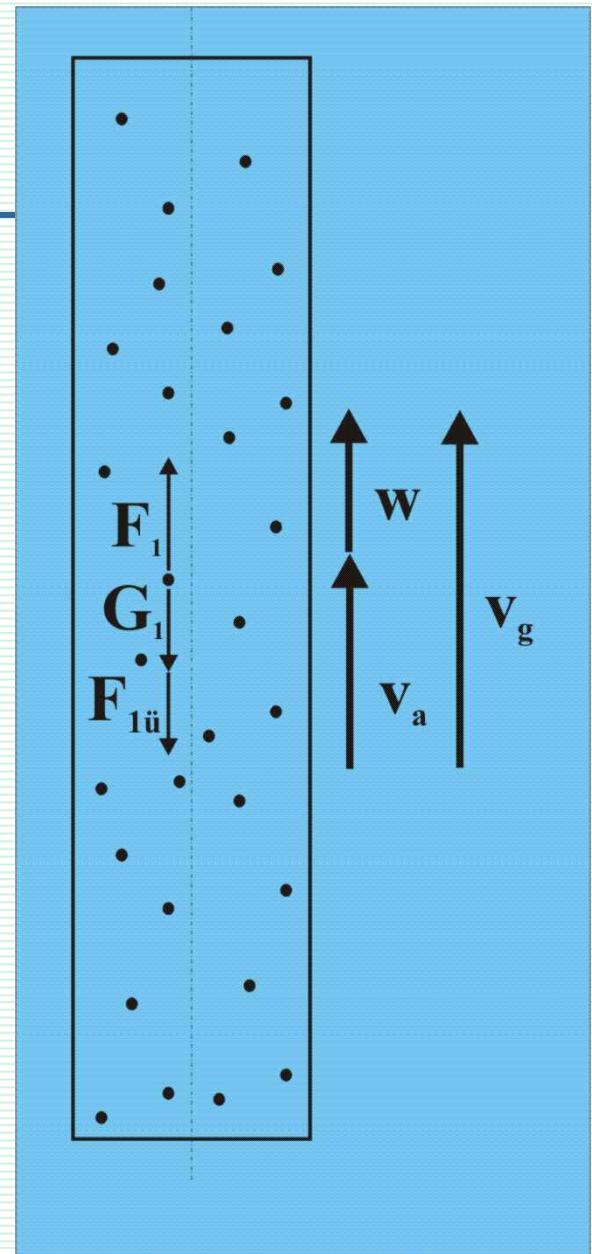
## Függőleges egyenletes hígaramú pneumatikus szállítás

- nagyszemcsés rugalmas anyag
- Newton-féle előrehajtó elő
- Ellenállás: emelés és ütközés

$$C_e \cdot A_o \cdot \frac{\rho_g}{2} \cdot w^2 = m_1 \cdot g + k_{\ddot{u}} \cdot \frac{m_1 \cdot v_a^2}{D}$$

$$C_e \cdot A_o \cdot \frac{\rho_g}{2} \cdot w_o^2 = m_1 \cdot g$$

$$\frac{w^2}{w_o^2} = 1 + k_{\ddot{u}} \cdot \frac{v_a^2}{g \cdot D}$$

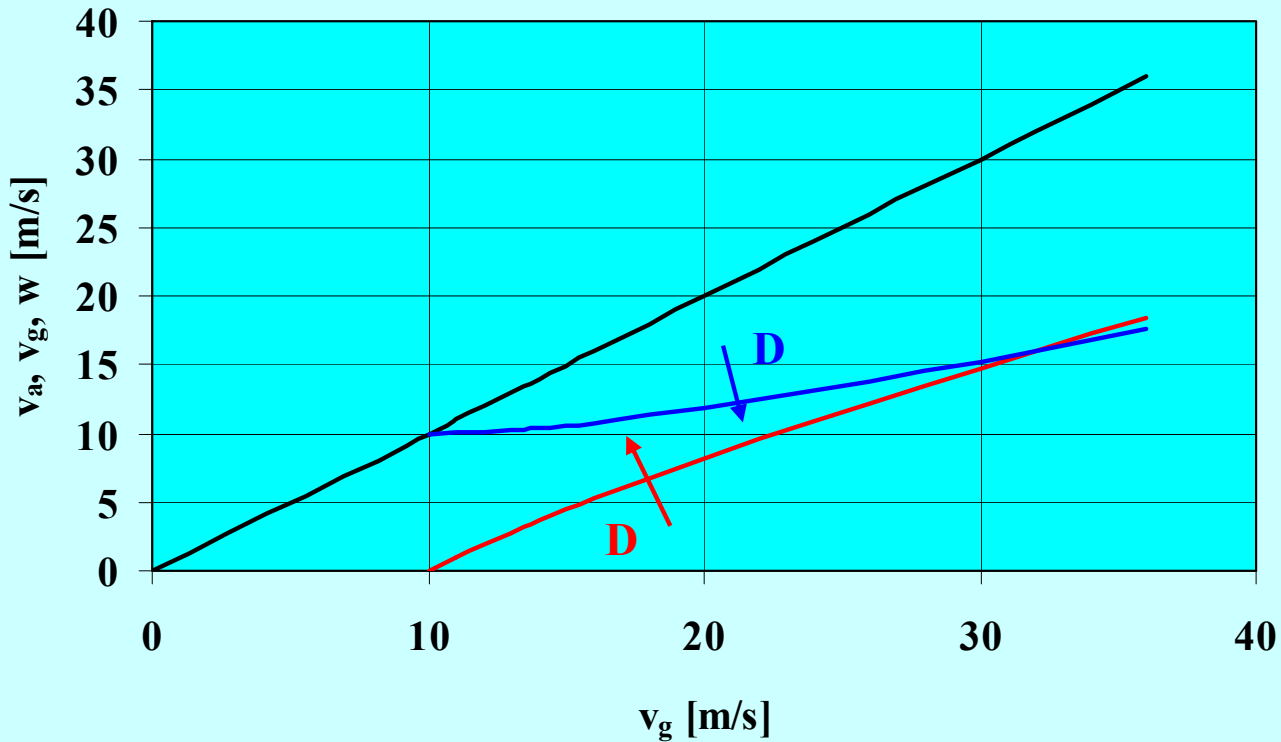




$$w = w_o \sqrt{1 + k_{\ddot{u}} \cdot \frac{v_a^2}{g \cdot D}}$$

$$v_g = v_a + w = v_a + w_o \sqrt{1 + k_{\ddot{u}} \cdot \frac{v_a^2}{g \cdot D}}$$

### Sebességviszonyok (C)

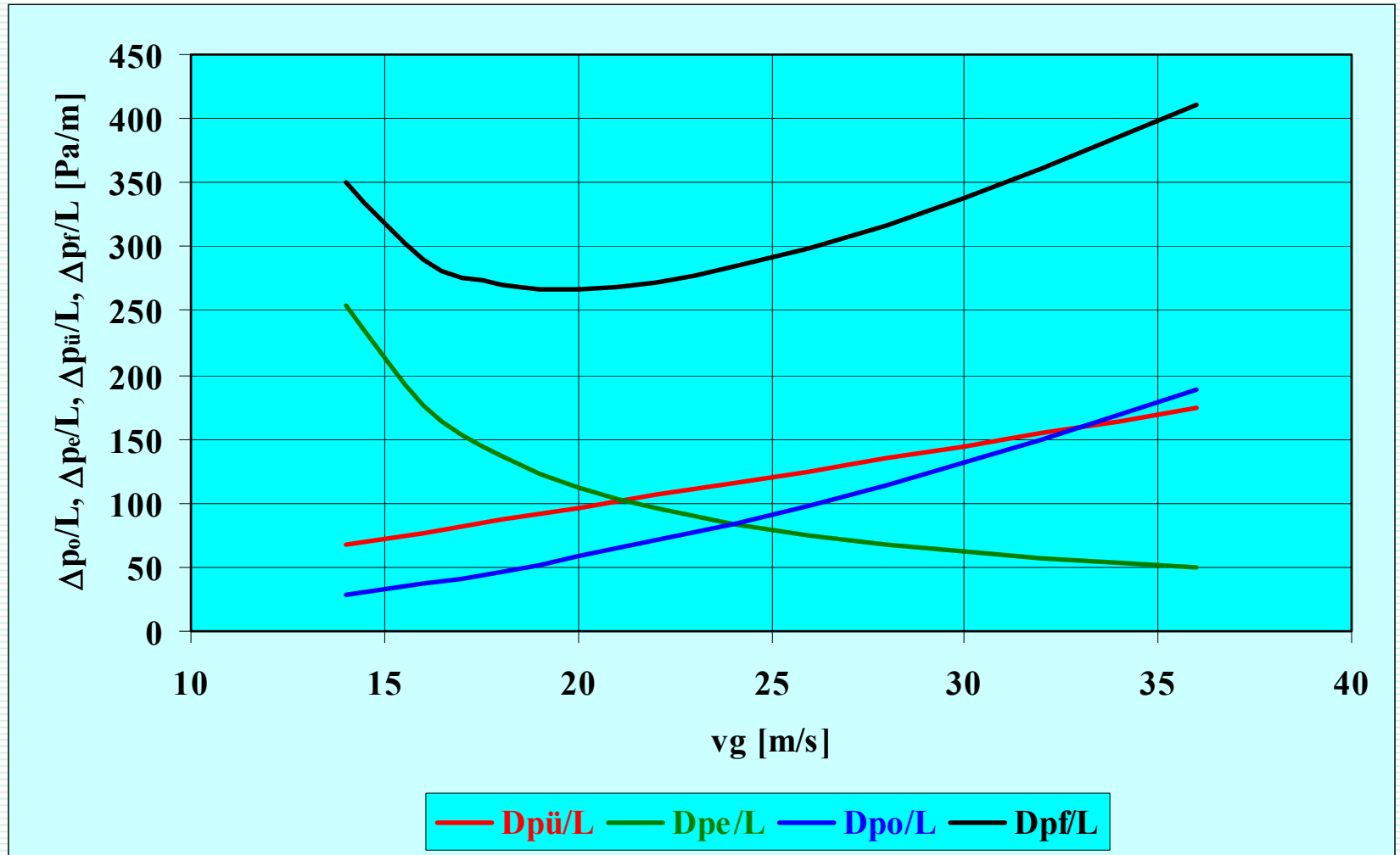


—  $v_g$  —  $v_a$  —  $w$



$$\Delta p_f = \Delta p_o + \Delta p_j = \Delta p_o + \Delta p_e + \Delta p_{\ddot{u}}$$

$D = \text{áll.}$      $\dot{m}_a = \text{áll.}$   
 $\text{anyagfajta} = \text{áll.}$

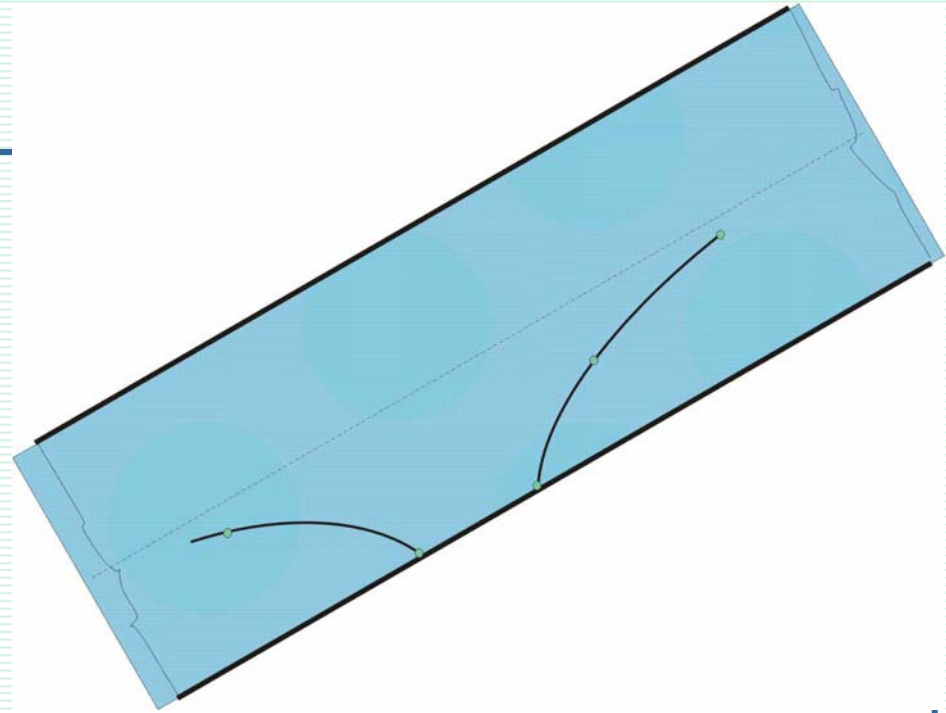




## D, :általános eset

$$F_{1\ddot{u}} + k_e \cdot G_1 + F_{1s}$$

$$v_g = v_a + w_o \sqrt{k_e + k_s + k_{\ddot{u}} \cdot \frac{v_a^2}{g \cdot D}}$$



$$\Delta p = \Delta p_o + \Delta p_j$$

$$\Delta p = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{\rho_g}{2} \cdot v_g^2 + k_e \cdot L \cdot \frac{\dot{m}_a \cdot g}{v_a \cdot A} + k_s \cdot L \cdot \frac{\dot{m}_a \cdot g}{v_a \cdot A} + k_{\ddot{u}} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{\dot{m}_a \cdot v_a}{A}$$



## vízszintes csőben:

	<b>búza</b>	<b>PE granulátum</b>	<b>borsó</b>
$k_{ü}$	<b>0.0015</b>	<b>0.00043</b>	<b>0.00045</b>
$k_e$	<b>0.25</b>	<b>0.35</b>	<b>0.24</b>





Példa:

Búza hígáramú szívóüzemű pneumatikus szállítása

$$D = 95\text{mm} \quad A \cong 0.0071\text{m}^2$$

$$L = 30\text{m} \text{ vízszintes}$$

$$v_g = 23\text{m/s} \quad w_o = 9.6\text{m/s}$$

$$\rho_g = 1.2\text{kg/m}^3$$

$$\dot{m}_g = 0.196\text{kg/s}$$



$$\lambda = 0.0167$$

$$\Delta p_o = 1674 Pa$$

$$k_{ii} = 0.0015$$

$$k_e = 0.25$$

$$v_g = v_a + w_o \cdot \sqrt{k_e + k_{ii} \cdot \frac{v_a^2}{g \cdot D}}$$



$v_a$  felvételével iterálunk

$$v_a = 15.4m/s \rightarrow s = 0.33$$

$$\dot{m}_a = 3.5t/h = 0.97kg/s$$

$$\mu = 4.95 \approx 5$$

$$\Delta p_{\ddot{u}} = k_{\ddot{u}} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{\dot{m}_a \cdot v_a}{A} = 997Pa$$

$$\Delta p_e = k_e \cdot L \cdot \frac{\dot{m}_a \cdot g}{v_a \cdot A} = 653Pa$$

$$\Delta p_j = 1650Pa$$

$$\Delta p_v = 3324Pa$$



Siegel mérési eredménye ( $D=100\text{mm}$ ):  $\Delta p_v = 3300\text{Pa}$

Segler ( $\lambda_v = 0.038$ ):  $\Delta p_v = 3809\text{Pa}$



# Függőleges szállítás

$$k_e=1 \quad k_{\ddot{u}}=0.0015$$

$v_a$  az anyagebesség függőleges szállításnál kisebb, mint vízszintes szállításnál (értéke az iteráció után a mintapéldában  $v_a = 12.3m/s$  )

$$\Delta p_{\ddot{u}} = 796 Pa$$

$$\Delta p_e = 3269 Pa$$

$$\Delta p_j = 4065 Pa$$

$$\Delta p_{függ} = 5739 Pa$$