Hidrodinamikai
Rendszerek
Tanszék

Keverékek áramlása. 7. előadás

Készítette: dr. Váradi Sándor

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Gépészmérnöki Kar
Hidrodinamikai Rendszerek Tanszék

MŰEGYETEM 1782

1111, Budapest, Műegyetem rkp. 3. D ép. 334.
Tel: 463-16-80 Fax: 463-30-91
http://www.vizgep.bme.hu

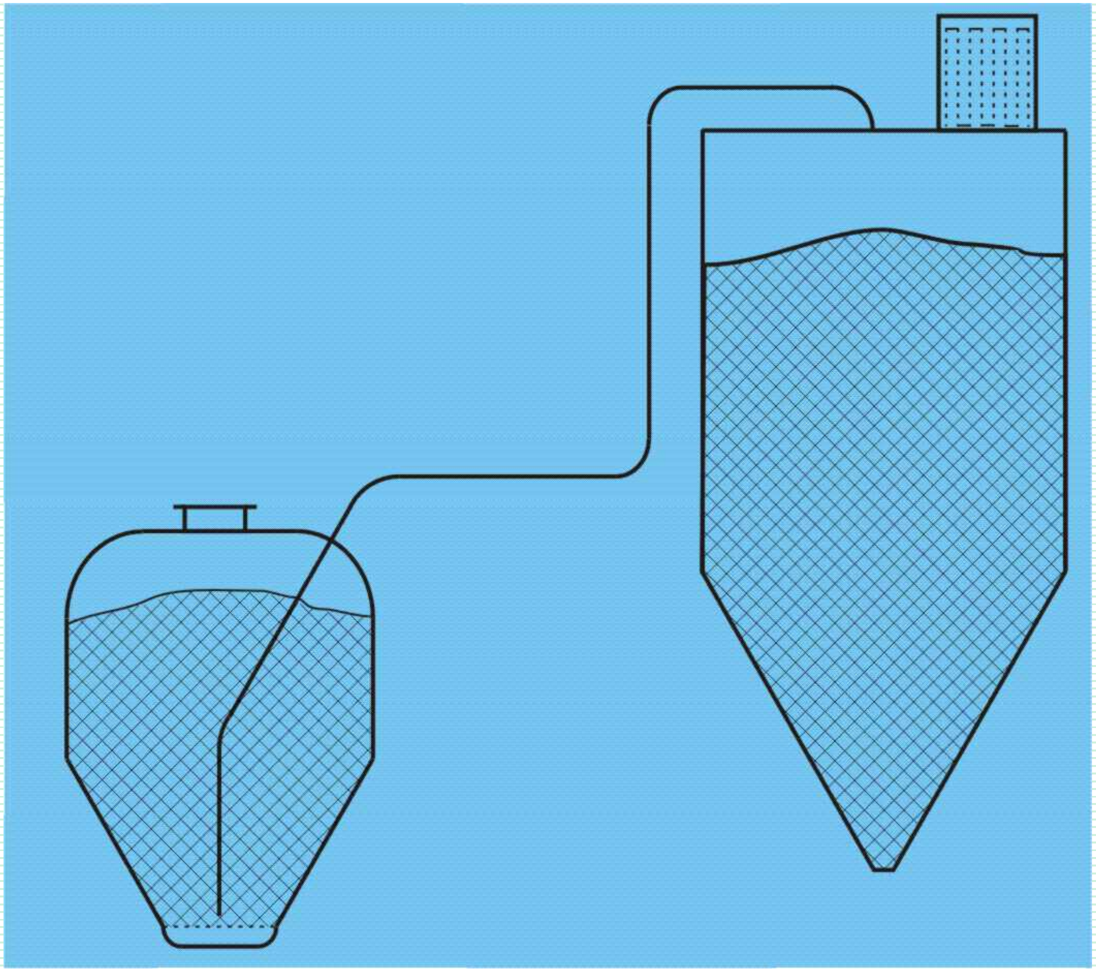
Sűrűáramú szállítás

A levegő és a szilárdanyag keveréke a folyadékhoz hasonló tulajdonságú keveréket alkot és a keverék (fluidum) nyomás hatására zárt csővezetékben, annak vonalvezetése irányában áramlik.

$\mu > 25$ keverési arány

$v_k = 2 - 10\frac{m}{s}$ keverék sebesség

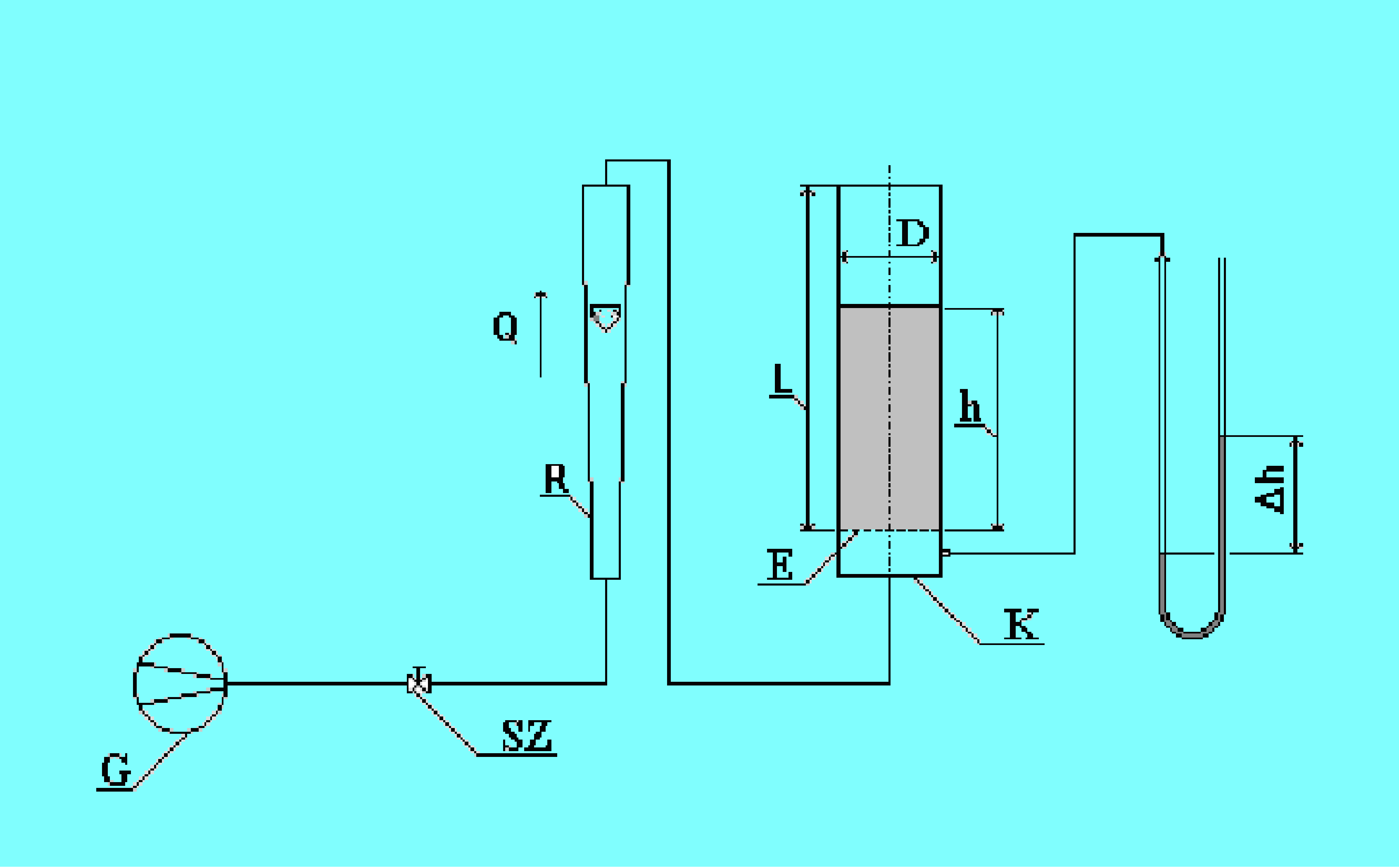
Nyomótartályos szállítóberendezés



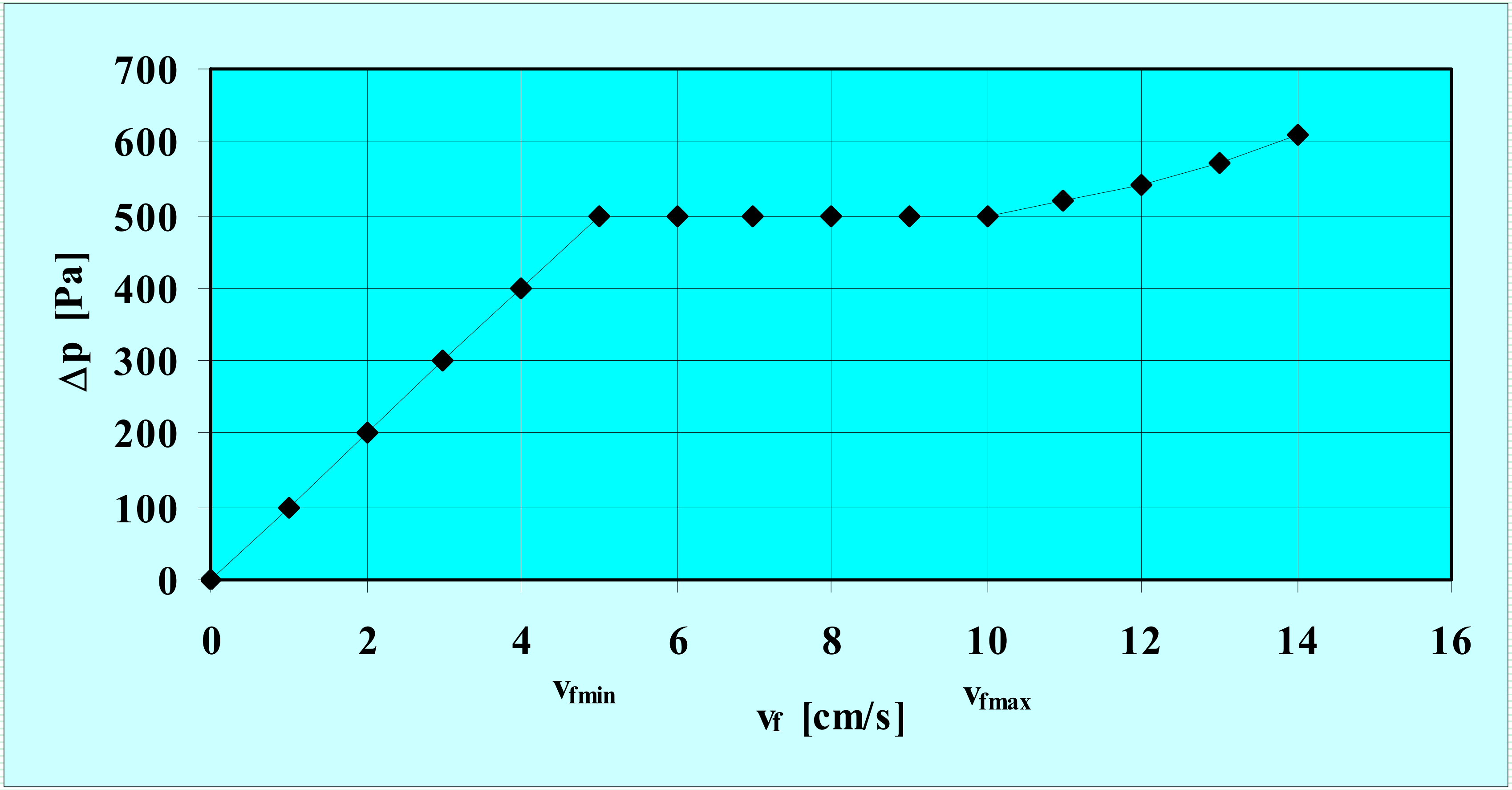
- előnyök:

kis sebesség
kis levegőigény
kis utószűrő
nagy keverési arány
kis csőméret
kis fajlagos energiaigény
olcsó berendezés

Laboratóriumi fluidizációs mérőberendezés



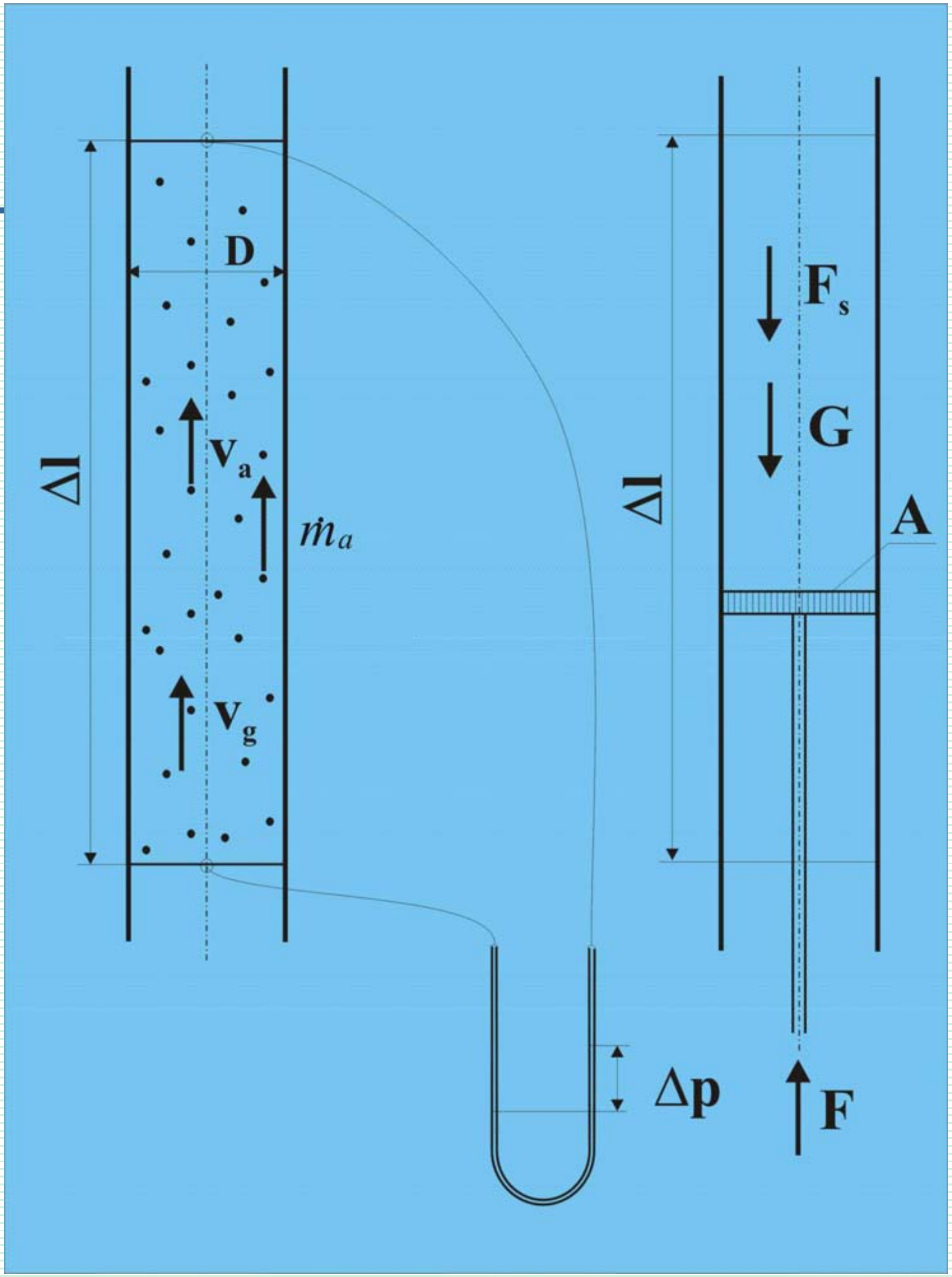
Ideális fluidizációs jelleggörbe



A fluidizációs sebesség értéke különböző poros, szemcsés anyagok esetében:

v_{fl}	=	1-2	cm/s	liszt
		2-8	cm/s	pernye
		0.3-0.5	m/s	kristálycukor
		1	m/s	búza

Függőleges szállítócső



Mivel: $$G = \Delta l \cdot q_a \cdot g = \Delta l \cdot \frac{\dot{m}_a}{v_a} \cdot g$$

$$\Delta p_{flfügg} = \frac{G + F_s}{A} = \frac{F}{A} = \left(1 + k_1\right) \cdot \frac{G}{A} = \left(1 + k_1\right) \cdot \Delta l \cdot \frac{\dot{m}_a \cdot g}{v_a \cdot A}$$

$$\Delta p_{flviz} = \frac{F_s}{A} = k_2 \cdot \Delta l \cdot \frac{\dot{m}_a \cdot g}{v_a \cdot A}$$

Közelítés: $v_a = \left(1 - s\right) \cdot v_g$ $\qquad s = áll.$

$$\Delta p_{fl} = k \cdot \Delta l \cdot \frac{\dot{m}_a \cdot g}{v_g \cdot A}$$

függ.: $k = \dfrac{1 + k_1}{1 - s}$

vízsz.: $k = \dfrac{k_2}{1 - s}$

Hosszú csővezeték nyomásesése

(közelítő számítás Muschelknautz-Krambrock szerint)

- a nyomásesést arányosnak veszik a súlyerőből származó falsúrlódással

- érvényes a kontinuitás $\rho_g \cdot v_g = \rho_{gv} \cdot v_{gv} = áll.$

  ahol a „v” index a vizsgált egyenes szakasz végén lévő állapotra utal

- izotermikus állapotváltozás $\rho_g = \rho_{gv} \cdot \dfrac{p}{p_v}$

$$\Delta p = p_k - p_v = p_v \cdot \left(e^{\frac{k_{fl} \cdot g \cdot \mu \cdot \rho_{gv}}{p_v} \cdot L} - 1 \right)$$ ahol $$\mu = \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_g}$$

$$p_k = p_v \cdot e^{\frac{k_{fl} \cdot g \cdot \mu \cdot \rho_{gv}}{p_v} \cdot L}$$

$$k_{fl} = k_e + k_s$$

a „k” index a vizsgált egyenes szakasz kezdete
a „v” index a vizsgált egyenes szakasz vége

-- a vízsz. és függőleges egyenes szakaszokat tartalmazó szállítócső nyomásesése a silótól (a cső végétől) indulva szakaszonként visszafelé haladva számítható

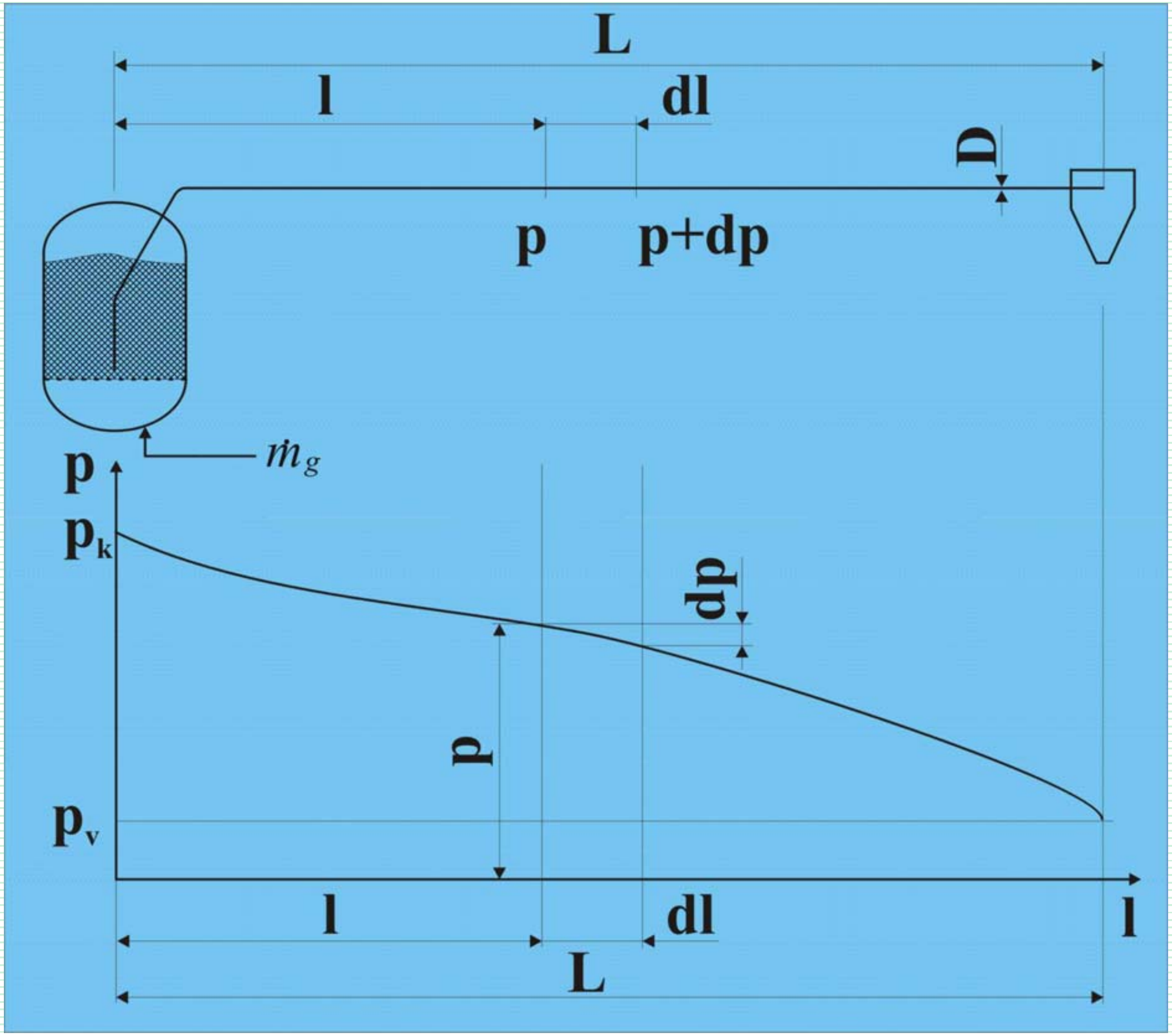
-- a jól fluidizált állapot a csőben hosszabb távon nem tartható

Matematikai- fizikai modell

Közelítő, egyszerűsítő feltételek:

- Δp_d elhanyagolható
- s=áll. $\rightarrow v_g \sim v_a$
- izotermikus állapotváltozás

Vízszintes csővezeték $-dp = dp_0 + dp_ü + dp_s$



$$-dp=\left[\frac{\lambda\cdot\rho_g\cdot v_g^2}{D\cdot 2}+\frac{k_{üv}\cdot\dot{m}_a\cdot v_g}{D\cdot A}+\frac{k_{sv}\cdot\dot{m}_a\cdot g}{v_g\cdot A}\right]\cdot dl$$

-- $k_{üv}$ ütközési tényező vízszintes csőben (anyagjellemző)

- k_{sv} súrlódási tényező vízszintes csőben (anyagjellemző)
- k_{ev} emelési tényező vízszintes csőben elhanyagolhatónak tekinthető

$$v_g=\frac{\dot{m}_g}{\rho_g\cdot A}=\frac{\dot{m}_g}{\rho_{gvég}\cdot\dfrac{p}{p_{vég}}\cdot A}$$

A diff. egy. megoldása: $p = p_{veg} \cdot \sqrt{[a_v + 1] \cdot e^{b_v \cdot (L-l)} - a_v}$

ahol: $a_v = Fr_{vég}^2 \cdot \left(\frac{\lambda}{2 \cdot \mu \cdot k_{sv}} + \frac{k_{üv}}{k_{sv}} \right)$ összevont állandó

$b_v = \frac{2 \cdot k_{sv} \cdot \mu \cdot g}{R \cdot T}$ összevont állandó

$Fr_{vég} = \frac{v_{gvég}}{\sqrt{g \cdot D}} = \frac{\dot{m}_g}{A \cdot \rho_{gvég} \cdot \sqrt{g \cdot D}}$ Froude szám az egyenes szakasz végén

L	[m]	-	a vizsgált egyenes szakasz hossza
$p_{vég}$	[Pa,bar]	-	abszolút nyomás a csőszakasz végén
μ	[-]	-	keverési arány
R	[J/kgK]	-	univerzális gázállandó
T	[K]	-	abszolút hőmérséklet

Az $l = 0$ helyen $p = p_k$ a kezdőnyomás adódik

Dimenziótlanításhoz **bevezetett változók (szimplexek)**

$$p^* = \frac{p}{p_0} \qquad p^*_{vég} = \frac{p_{vég}}{p_0} \qquad p^*_k = \frac{p_k}{p_0}$$

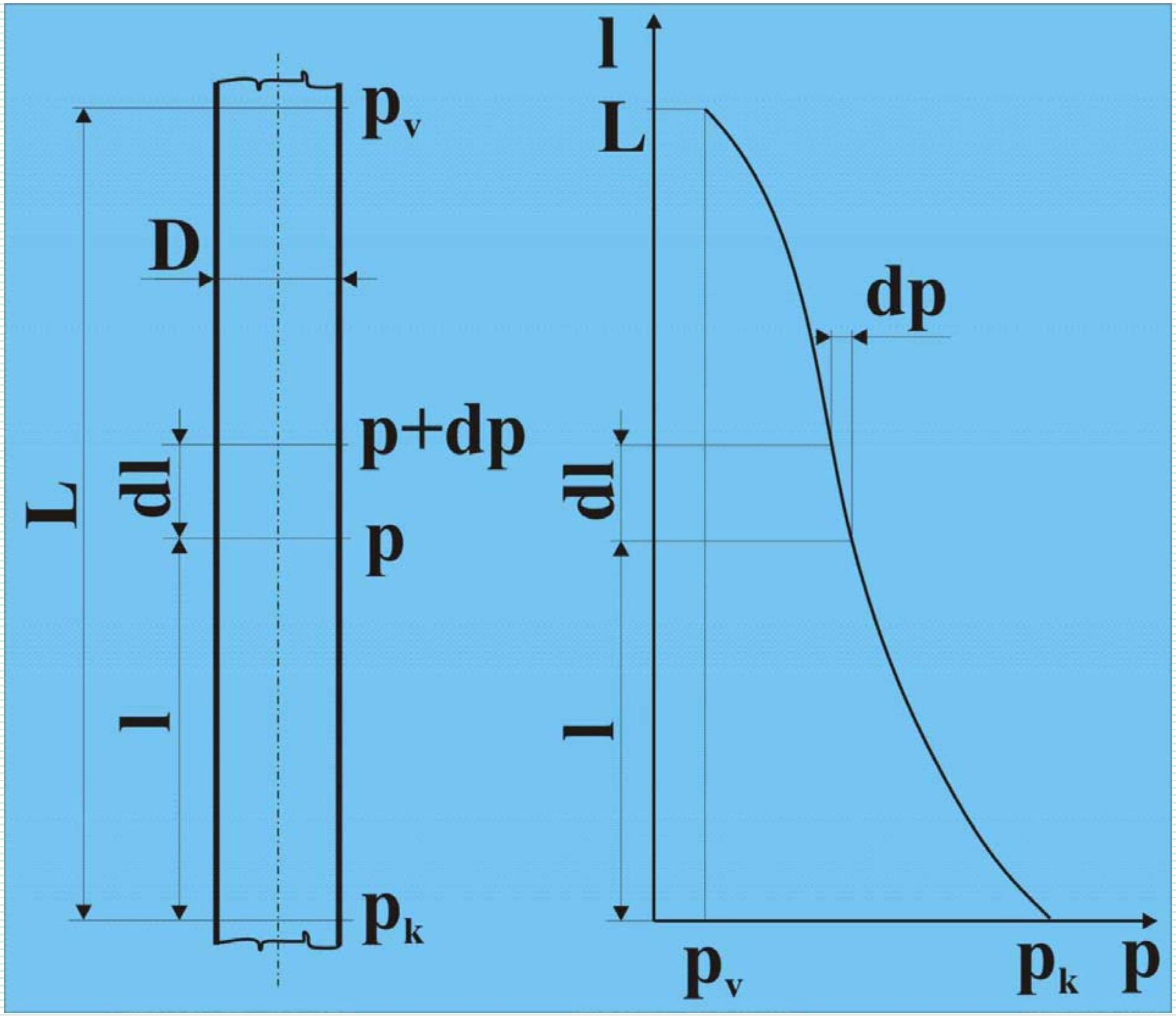
$$L^* = \frac{L}{D} \qquad l^* = \frac{l}{D}$$

$$p^* = p^*_{vég} \cdot \sqrt{[a_v + 1] \cdot e^{b_v \cdot \left(L^* - l^*\right)} - a_v}$$

ha: $l^* = 0$ akkor: $p^* = p^*_k$

Függőleges csővezeték

$$-dp = dp_0 + dp_ü + dp_s + dp_e$$



$$-dp = \left[\frac{\lambda \cdot \rho_g \cdot v_g^2}{D \cdot 2} + \frac{k_{üf} \cdot \dot{m}_a \cdot v_g}{D \cdot A} + \frac{\left(k_{sf} + k_{ef}\right) \cdot \dot{m}_a \cdot g}{v_g \cdot A} \right] \cdot dl$$

- $k_{üf}$ ütközési tényező függőleges csőben (anyagjellemző)
- k_{sf} súrlódási tényező függőleges csőben (anyagjellemző)
- k_{ef} emelési tényező függőleges csőben

$$(k_{ef} = 1)$$

diff. egy. megoldása:

$$p = p_{vég} \cdot \sqrt{\left[a_f + 1\right] \cdot e^{b_f \cdot (L-l)} - a_f}$$

ahol: $$a_f = Fr_{vég}^2 \cdot \left(\frac{\lambda}{2 \cdot \mu \cdot (1 + k_{sf})} + \frac{k_{üf}}{1 + k_{sf}} \right)$$

összevont állandó

$$b_f = \frac{2 \cdot (1 + k_{sf}) \cdot \mu \cdot g}{R \cdot T}$$ összevont állandó

A $p = p_k$ kezdőnyomás itt is $l = 0$ helyettesítéssel adódik

<u>*Dimenziótlan*</u> alakban:

$$p^* = p_{vég}^* \cdot \sqrt{\left[a_f + 1\right] \cdot e^{b_f \cdot \left(L^* - l^*\right)} - a_f}$$

Hosszú csővezeték méretezése.
Az átmérő változási helyek meghatározása

- aerodinamikai előrehajtó erő: $F = C_e \cdot A_0 \cdot \frac{\rho_g}{2} \cdot w^2$

- a „ C_e ” ellenállás tényező Re-szám
  függésétől eltekintünk

- a sűrűáramú szállítás tartományban $w = v_g - v_a \approx v_g$

- ezzel az előrehajtó erő: $F \approx \rho_g \cdot v_g^2$

Feltételként előírhatjuk, hogy a cső keresztmetszete a hossz mentén úgy változzék, hogy közben az expanziót is figyelembe véve a $\rho_g \cdot v_g^2 = áll.$ értékű maradjon.

Ezzel: $$v_g = v_{g0} \cdot \sqrt{\frac{\rho_{g0}}{\rho_g}} = v_{g0} \cdot \sqrt{\frac{p_0}{p}}$$

Az elemi csőszakaszra felírt differenciálegyenlet:

$$-dp = dp_0 + dp_ü + dp_s + dp_e$$

$$-dp = \left[\frac{\lambda \cdot \rho_g \cdot v_g^2}{2 \cdot D} + \frac{k_ü \cdot \dot{m}_a \cdot v_g}{D \cdot A} + \frac{(k_s + k_e) \cdot \dot{m}_a \cdot g}{v_g \cdot A} \right] \cdot dl$$

Az anyag keresztmetszet szűkítő hatását elhanyagolva:

$$\dot{m}_g = A \cdot \rho_g \cdot v_g$$

Izotermikus állapotváltozás figyelembevételével a gáz tömegáram:

$$A \cdot \rho_g \cdot v_g = A \cdot \rho_{g0} \cdot \frac{p}{p_0} \cdot v_g = A_0 \cdot \rho_{g0} \cdot v_{g0} = áll.$$

felhasználva:

$$\frac{v_{g0}}{v_g} = \sqrt{\frac{p}{p_0}}$$

$$A = A_0 \cdot \frac{p_0}{p} \cdot \frac{v_{g0}}{v_g} = A_0 \cdot \sqrt{\frac{p_0}{p}}$$

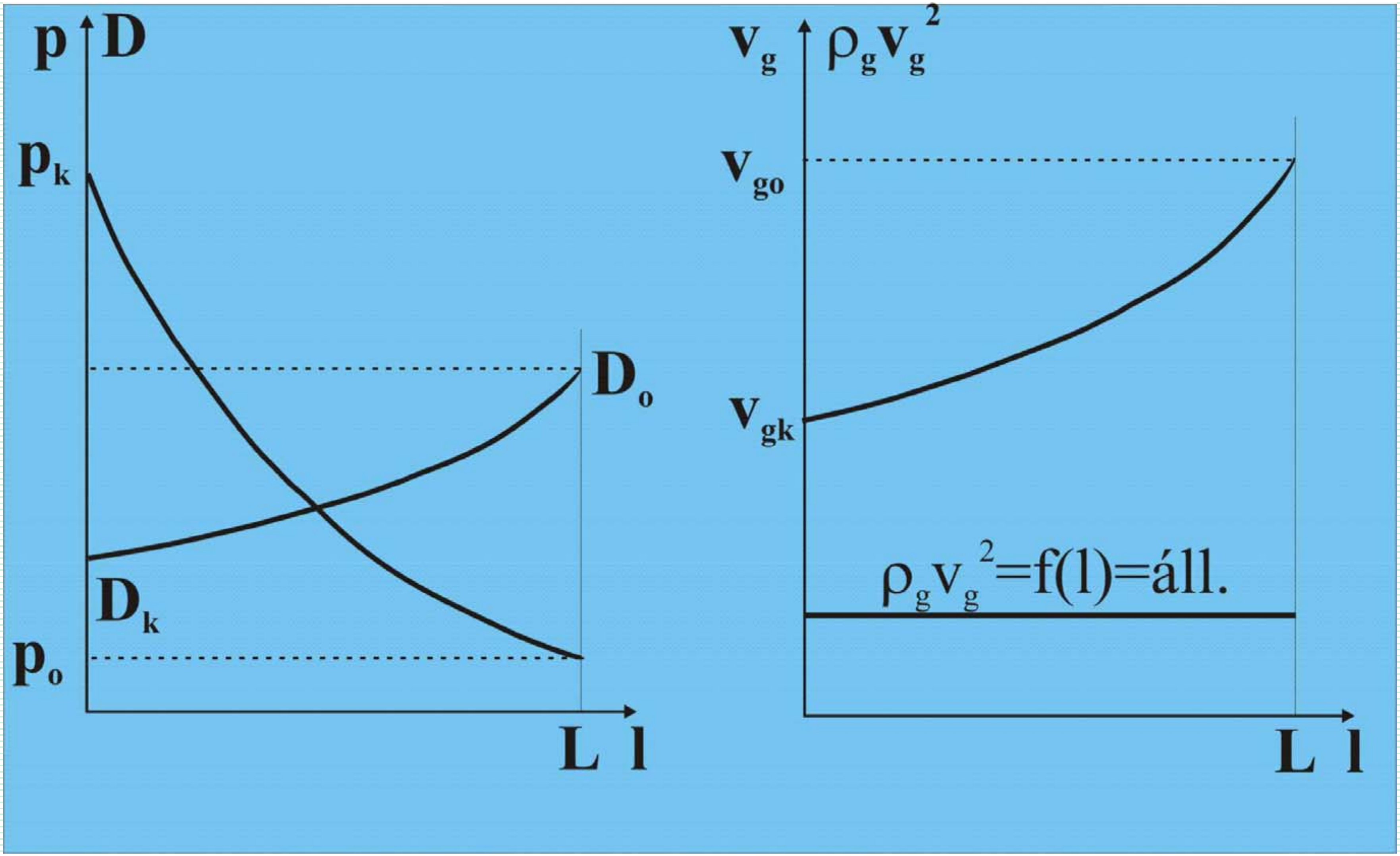
$$D = D_0 \cdot \sqrt[4]{\frac{p_0}{p}}$$

Helyettesítés után:

$$-dp = \left(\frac{\lambda \cdot \rho_{g0} \cdot v_{g0}^{2}}{D_0 \cdot 2 \cdot p_0^{1/4}} + \frac{k_{ü} \cdot \dot{m}_a \cdot v_{g0}}{D_0 \cdot A_0 \cdot p_0^{1/4}} \right) \cdot p^{1/4} \cdot dl + \frac{(k_s + k_e) \cdot \dot{m}_a \cdot g}{A_0 \cdot p_0 \cdot v_{g0}} \cdot p \cdot dl$$

A fenti diff.egy. Leírja a nyomás csőhossz menti változását: p(l)-függvény

[független változó - indepent variable
függő változó - dependent variable]


p
D
p_k
D_o
D_k
p_o
L
l
v_g
$\rho_g v_g^2$
v_{go}
v_{gk}
$\rho_g v_g^2 = f(l) = \text{áll.}$
L
l

A differenciálegyenlet dimenziótlanításához bevezetett jelölések:

$$p^* = \frac{p}{p_0} \qquad l^* = \frac{l}{D_0} \qquad L^* = \frac{L}{D_0} \qquad Fr_0 = \frac{v_{g0}}{\sqrt{g \cdot D_0}}$$

Ezzel a dimenziótlan differenciálegyenlet:

$$-\frac{dp^*}{\pi_{10} \cdot p^{*1/4} + \pi_2 \cdot p^*} = dl^*$$

ahol: $\pi_{10} = \lambda \cdot \pi_0 + \pi_1$ $\qquad \pi_0 = \dfrac{\rho_{g0} \cdot v_{g0}^2}{2 \cdot p_0}$

$$\pi_1 = \frac{k_{ü} \cdot \dot{m}_a \cdot \dot{m}_g}{A_0^2 \cdot \rho_{g0} \cdot p_0} \qquad \pi_2 = \frac{(k_s + k_e) \cdot \mu \cdot g \cdot D_0}{R \cdot T}$$

Integrálás után az <u>állandó előrehajtó erő feltételéből</u> származó dimenziótlan nyomáseloszlást a következő összefüggés írja le:

$$p^* = \left[\left(\frac{\pi_{10}}{\pi_2} + 1 \right) \cdot e^{\frac{3 \cdot \pi_2}{4} \cdot \left(L^* - l^* \right)} - \frac{\pi_{10}}{\pi_2} \right]^{4/3}$$

A bemutatott módszer alapján lehetőség nyílik más törvényszerűség előírása szerint változó keresztmetszetű csővezeték vizsgálatára is:

$v_g = áll.$

$Fr = áll.$

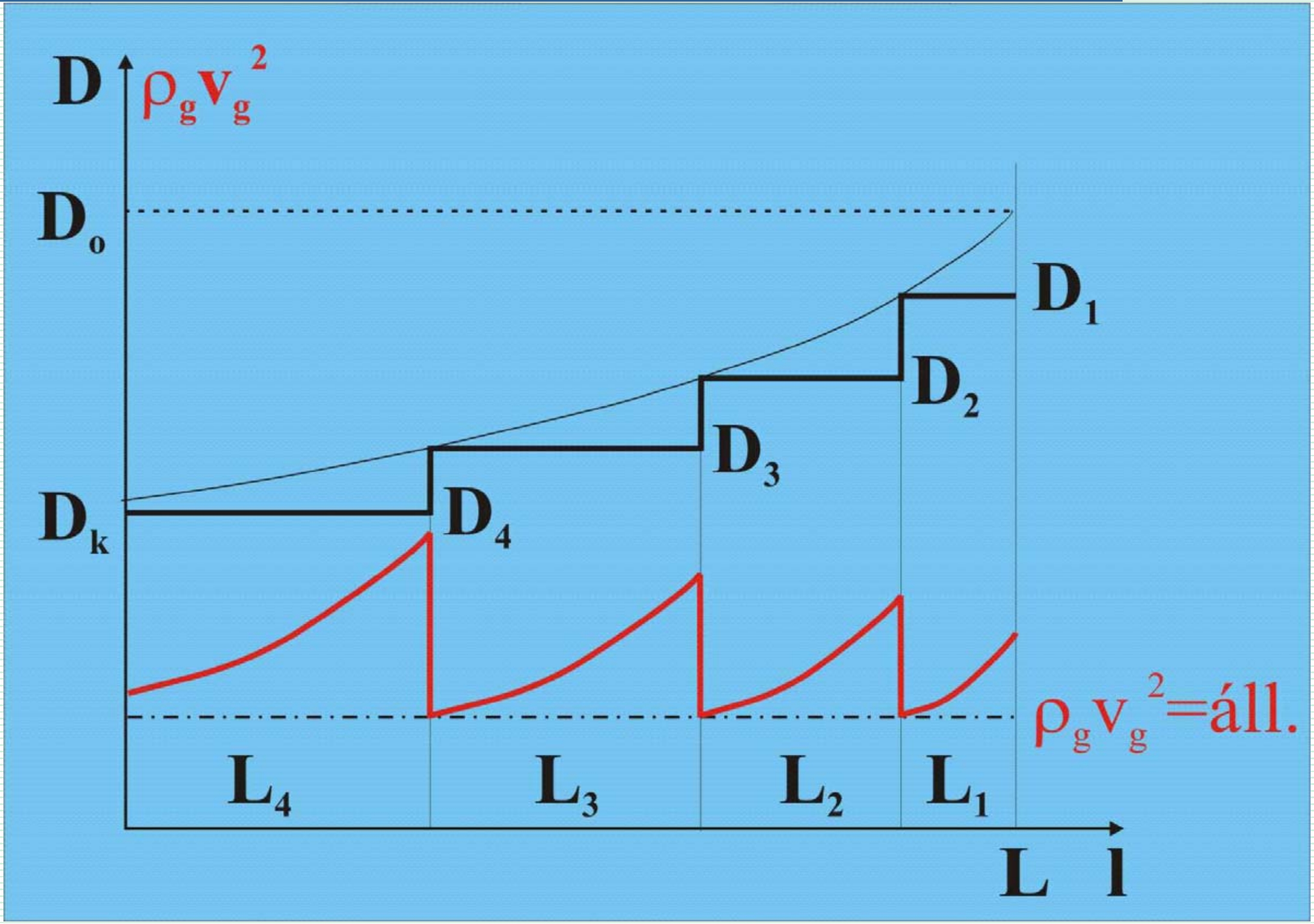
$\mathrm{Re} = áll.$

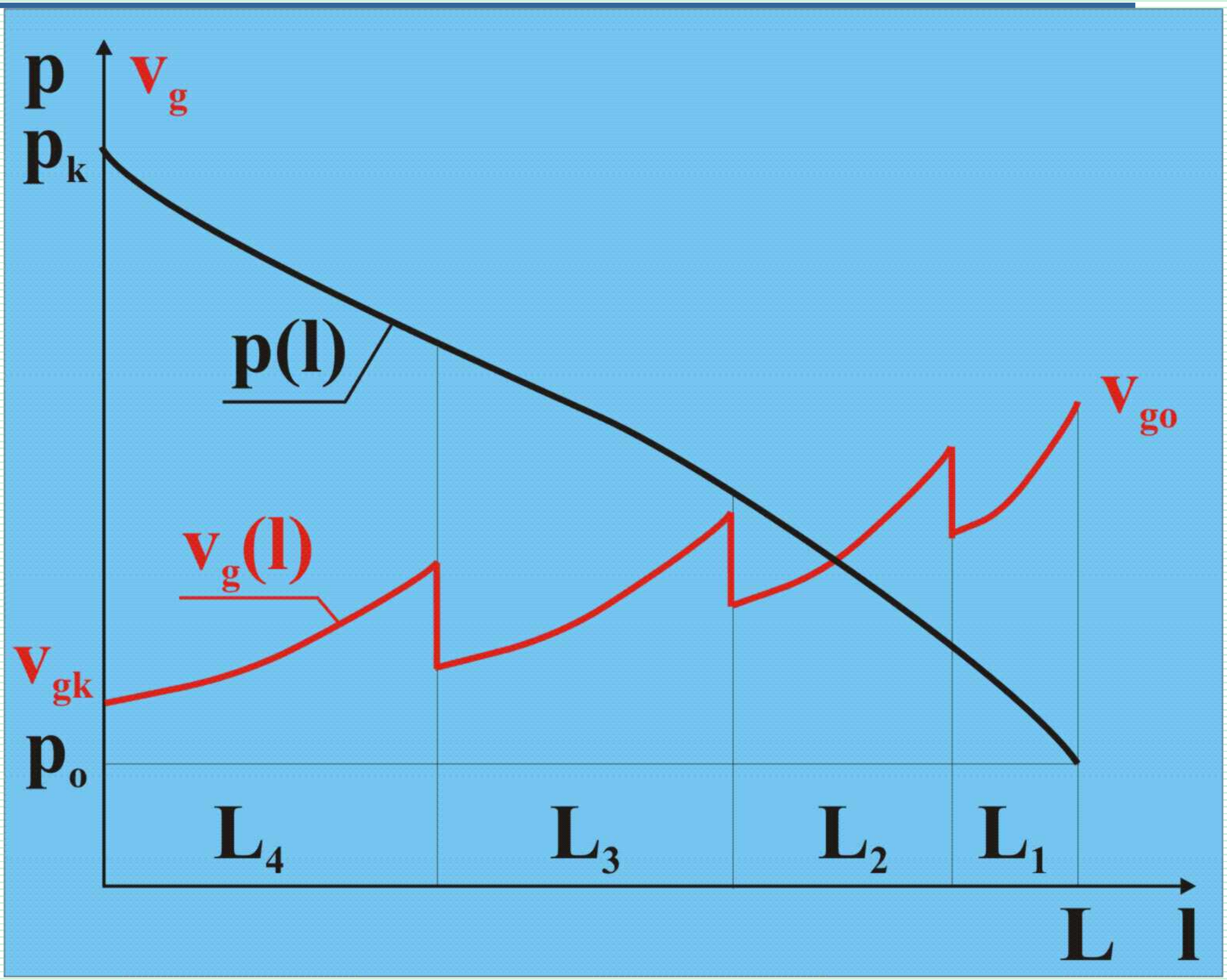
figyelem: a gáz összenyomhatósága miatt nem állandó csőátmérő tartozik ehhez a megoldáshoz

(változó keresztmetszetű pneumatikus szállítóvezeték $\mathrm{Re} = áll.$ feltételt figyelembe véve nem készíthető!!!)

Lépcsősen változó átmérőjű pneumatikus szállítóvezeték vizsgálata

A szállítandó anyagra jellemző legkisebb megengedhető „ $\rho_g \cdot v_g^2$ ” érték ismeretében a szabványos csőátmérők figyelembe vételével adódik a megvalósítható közelítő megoldás.


D
$\rho_g v_g^2$
D_o
D_1
D_2
D_3
D_k
D_4
$\rho_g v_g^2$=áll.
L_4
L_3
L_2
L_1
L
l



p
v_g
p_k
p(l)
v_{go}
$v_g(l)$
v_{gk}
p_o
L_4
L_3
L_2
L_1
L
l

A szállítás teljesítményszükséglete

$$P_{pol} = \frac{n}{n-1} \cdot p_0 \cdot \frac{\dot{m}_g}{\rho_{g0}} \cdot \left[\left(\frac{p_{tart}}{p_0} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$

$$p_{tart} = p_k + \Delta p$$

p_k - nyomás a szállítócső kezdeténél

Δp - nyomásesés a nyomótartálynál

p_{tart} - a nyomótartály előtti nyomás (absz.)

A fajlagos energiaigény

$$e = \frac{P_{pol}}{\dot{m}_a \cdot L} = \frac{R \cdot T}{L \cdot \mu} \cdot \frac{n}{n-1} \cdot \left[\left(\frac{p_{tart}}{p_0} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \qquad [J / kg \cdot m]$$