Nyíltfelszínű áramlások mérése

2012. február 1.

1. Bevezetés

A folyókban, tavakban, patakokban, ill. pl. városi csatornahálózatokban kialakuló áramlások esetén a folyadék nem tölti ki teljesen a rendelkezésére álló keresztmetszetet, hanem egy szabad folyadékfelszín alakul ki. Hajók, óceánjárók, yachtok tervezésénél is hasonló áramlástechnikai kérdésekkel szembesülünk, például hogy milyen módon lehet egy olyan test áramlási eredetű ellenállását meghatározni, mely nem merül teljesen bele az áramló közegbe (üzemszerű állapotban). A mérés során az ilyen, ún. nyíltfelszínű áramlások alapvető jellemzőivel ismerkedünk meg.

Mivel nyíltfelszínű áramlásokkal Áramlástan tárgy keretében keveset foglalkoztunk, ehhez a méréshez egy hosszabb elméleti összefoglalót készítettünk.

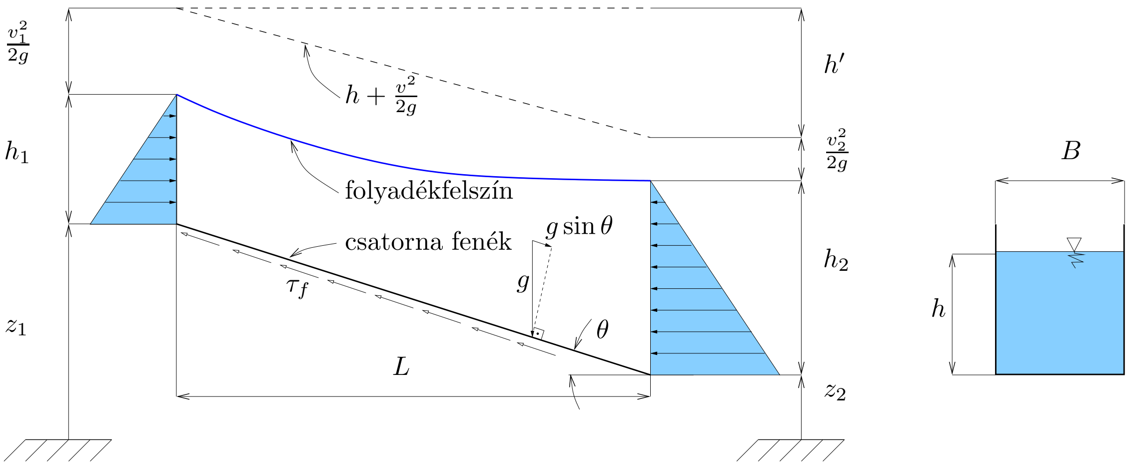
2. Elméleti háttér

Nyíltfelszínű áramlások esetén a folyadék nem tölti ki teljes egészében a rendelkezésre álló teret és kialakul olyan (szabad) folyadékfelület, melyre légköri nyomás hat. Mivel a szabad felszínre konstans (általában légköri) nyomás hat, az áramlási tér nyomáseloszlása a vízmagasság változásában jelentkezik (hullámok). Például ismert áramlástanból, hogy egy folyadékban mozgó test 'orrán' torlónyomás alakul ki, ami hajóknál szintén megfigyelhető és orrhullámnak nevezik. Egy másik példa, hogy egy szabad (potenciálos) örvényben a nyomás a középpont felé haladva csökken (a tornádók szívóhatásának is ez az oka), ami ugyancsak megfigyelhető egy konyhai vagy fürdőszobai lefolyó örvényen, hogy ti. az örvény középpontjában jóval alacsonyabb a vízszint, mint a nagyobb sugarakon.

A mérés keretében nyíltfelszínű csatornaáramlásokkal foglalkozunk (pl. természetes folyók, csatornahálózatok). Az ilyen esetekben a folyadék áramlását nem egy külső nyomáskülönbség hozza létre (mint pl. egy zárt csőben), hanem a csatorna esése, azaz a gravitációs erőtér csatornafenék irányába eső komponense. Ezért az ilyen áramlásokat gyakran gravitációs áramlásoknak nevezzük.

A továbbiakban az alábbi egyszerűsítéseket tesszük:

- A közeg anyagjellemzői (sűrűség, viszkozitás) állandók.
- 2D áramlás.
- Az áramvonalak egyenesek, azaz a nyomáseloszlás a függőleges irányban hidrosztatikus.
- A csatorna lejtése "kicsi", azaz $\tan\theta \approx \sin\theta$.
- Állandósult állapot (az áramlástani egyenletekben az idő szerinti derivált zérus).
- Téglalap keresztmetszetű, állandó szélességű csatorna.



1. ábra. Áramlás nyíltfelszínű csatornában.

- A sebesség a csatorna teljes (függőleges) keresztmetszetében azonos az átlagsebességgel.

Állandósult állapotban a folyadék összenergiájának megváltozása egyenlő a veszteséggel (azaz a τ_f fali csúsztatófeszültség munkájával):

$$\left(h_1 + \frac{v_1^2}{2g} + z_1\right) - \left(h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + z_2\right) = h', \tag{1}$$

A h' veszteségmagasságra az ún. Chézy-összefüggés terjedt el. Egységnyi csatornahosszon a veszteségmagasság:

$$\frac{dh'}{dx} = \frac{v^2}{C^2 R_h}, \quad \text{ahol} \quad R_h = \frac{A}{K}. \tag{2}$$

A fenti egyenletekben R_h a hidraulikai sugár[1] (ld. [1] 10.2.3.), a nedvesített terület A és kerület K aránya, C pedig a Chézy-állandó. Ez utóbbit pl. a Manning-féle összefüggéssel becsülhetjük:

$$C = \frac{R_h^{1/6}}{n}, \tag{3}$$

ahol n a csőérdességre jellemző paraméter és kézikönyvekben megtalálható. Például új öntöttvas fal esetén $n = 0.013 - 0.017$, vasbeton esetén $n = 0.012 - 0.016$, természetes folyóvizek esetén pedig $n = 0.02 - 0.06$.

A kontinuitási egyenlet a

$$Q = vA = vhB = \text{konstans} \tag{4}$$

alakot ölti, általános esetben tehát mind az átlagsebesség, mind a vízmélység változik a csatorna hossza mentén.

2.1. Normál térfogatáram

Azt a speciális esetet, amikor a vízfelszín párhuzamos a fenékkel, normáláramlásnak nevezzük. Ekkor, mivel $h_1 = h_2$, a kontinuitásból következik, hogy $v_1 = v_2$, így (1) a $z_1 - z_2 = h'$ alakot ölti, azaz a geodetikus magasságkülönbség fedezi a veszteségeket. Ilyenkor egységnyi hosszon a nyomásesés:

$$\frac{dh'}{dx} = \frac{z_1 - z_2}{L} \overset{def.}{=} i = \tan\theta \approx \sin\theta, \tag{5}$$

[1] Egyes irodalmakban a hidraulikai sugarat $R_h = \frac{4A}{K}$ alakban definiálják, ennek előnye, hogy kör keresztmetszetre $R_h = R$.

ahol i-vel a lejtést jelöljük.

Tekintsük a folyadékra ható erők egyensúlyát normáláramlás esetében! A folyadékot gyorsítja a gravitációs erőtér lejtőirányú komponense, amivel a csúsztatófeszültség tart egyensúlyt nedvesített kerület (K) $\times$ hossz (L) felületen:

$$mg\sin\theta = \rho ALg\sin\theta = \tau_f KL \quad \Rightarrow \tau_f = \rho R_h g\sin\theta = \rho R_h gi. \tag{6}$$

Másrészről a veszteségmagasságot (nyomásesést) a szokott módon kapcsoljuk a sebességhez:

$$\tau_f = C_f\frac{v^2}{2g} \tag{7}$$

Így kapjuk, hogy

$$v = \sqrt{2g\frac{\tau_f}{C_f}} = \sqrt{2g\frac{\rho R_h i}{C_f}} \overset{def.}{=} C\sqrt{R_h i}. \tag{8}$$

Most vegyük figyelembe, hogy a csatorna B szélességű, így a nedvesített felület $A = Bh$, a nedvesített kerület $K = B + 2h$, tehát $R_h(h) = Bh/(B + 2h)$, így a h vízmagassághoz tartozó normál térfogatáram:

$$Q_n = AC\sqrt{R_h i} = Bh\left(\frac{Bh}{B+2h}\right)^{2/3}\frac{\sqrt{i}}{n}. \tag{9}$$

2.2. Hullámterjedési sebesség, Froude szám

Sekélyvízi hullámok terjedési sebessége $a = \sqrt{gh}$, ahol h az *átlagos* vízmélység (ld. [1], 7.7.4.), a hullám magasságának és a nyugalmi vízmélységnek számtani közepe, de ez jó közelítéssel a nyugalmi vízmélység, mivel sekélyvízi hullámokat vizsgálunk. Például ha $h = 15\,mm$, $a = \sqrt{0.015 \times 9.81} = 0.384\,m/s$, ami viszonylag kis sebesség és a folyadék is könnyen felgyorsulhat erre a sebességre. Amennyiben az áramlás v sebessége nagyobb a hullámterjedési sebességnél, *szuperszónikus* áramlásról beszélünk, ha pedig $v < a$, *szubszónikus*ról. Gyakran használjuk a két sebesség hányadosát, amit Froude-számnak nevezünk (ld. [1] (8.67) egyenlet):

$$Fr = \frac{v}{a} = \frac{v}{\sqrt{gh}}, \tag{10}$$

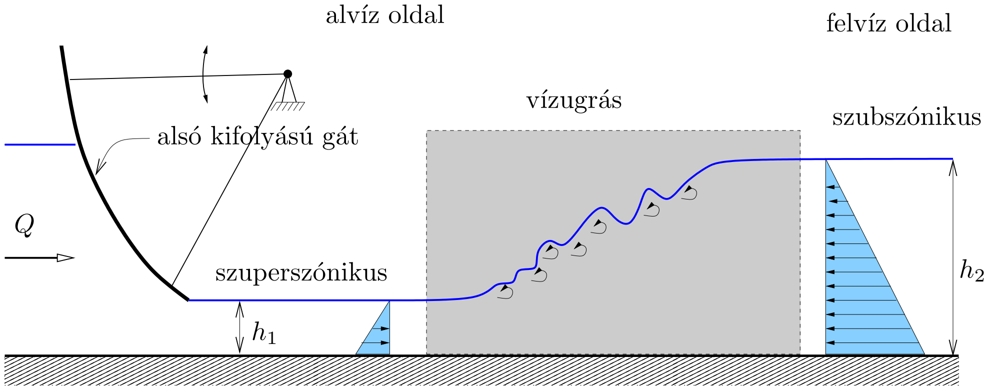
és analóg a gázdinamikából ismert Mach-számmal.

2.3. Vízugrások

Tekintsük a 2. ábrán látható áramlást! A felvízoldalon egy alsó kifolyású gát alatt folyik át a víz, a kilépésnél szuperszónikus, azaz $v > a$ és $Fr > 1$. Amennyiben a súrlódási veszteség nagyobb, mint a lejtésből származó energiabevitel, a közeg lassulni fog (azaz v csökken), a kontinuitás miatt azonban ezzel egyidejűleg a vízszint és a hullámterjedési sebesség (a) nő. A folyadék tehát lelassul hangsebesség alatti sebességre, de ez a lassulás ugrásszerűen megy végbe (hasonlóan, mint a szuperszónikus repülőgépek szárnyán kialakuló merőleges lökéshullám). Nyíltfelszínű áramlások esetén ez a jelenség a *vízugrás*.

Összefüggést szeretnénk kapni a vízugrás két oldali vízmélysége között. Alkalmazzuk az impulzustételt a szürkén jelölt ellenőrző felületre. A gravitációs erő vízszintes komponense és a súrlódási erő (az ellenőrző felület rövid x irányú kiterjedése miatt) számottevő hiba nélkül elhanyagolható, így kapjuk, hogy az impulzus és a nyomásból származó erők összege állandó:

$$Q\rho v_1 + \frac{\rho g h_1}{2}A_1 = Q\rho v_2 + \frac{\rho g h_2}{2}A_2. \tag{11}$$



2. ábra. Vízugrás

Figyelembe véve, hogy téglalap keresztmetszetű csatornát vizsgálunk ($A_1 = h_1B$, $A_2 = h_2B$), felhasználva a kontinuitást ($A_1v_1 = A_2v_2$), néhány átalakítás után egy másodfokú egyenlet adódik h_2/h_1-re, amit megoldva kapjuk a vízugrás előtti és utáni szintek közötti kapcsolatot:

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{\sqrt{1+8Fr_1^2}-1}{2} \quad \text{ahol} \quad Fr_1 = \frac{v_1}{\sqrt{h_1 g}}. \tag{12}$$

Számítsuk még ki a folyadék összenergiájának megváltozását a vízugráson keresztül az alvíz oldali összenergiához viszonytva!

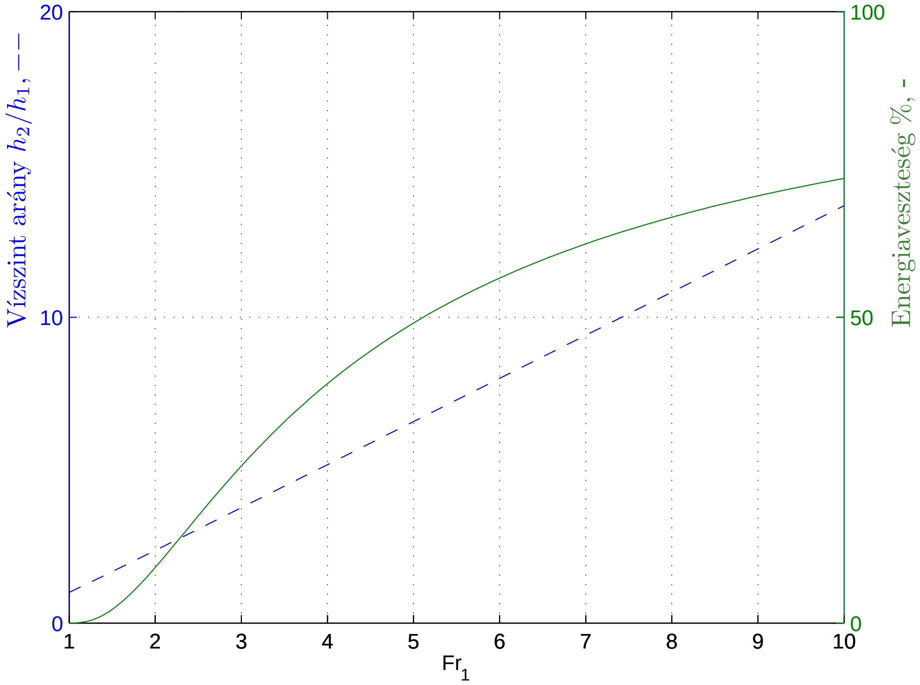
$$\frac{e_1 - e_2}{e_1} = \frac{\left(p_1 + \frac{\rho}{2}v_1^2\right) - \left(p_2 + \frac{\rho}{2}v_2^2\right)}{p_1 + \frac{\rho}{2}v_1^2} = 1 - \frac{h_2 + \frac{v_2^2}{2g}}{h_1 + \frac{v_1^2}{2g}} = 1 - \frac{\frac{h_2}{h_1} + \frac{Fr_1^2}{2}\left(\frac{h_1}{h_2}\right)^2}{1 + \frac{Fr_1^2}{2}} \tag{13}$$

Az (12) és (13) kifejezéseket a 3 diagramon ábrázoltuk. Mint az látható, az alvíz oldali sebesség (Froude-szám) növelésével a h_2/h_1 arány is nő és az energiaveszteség is nő. Pl. ha $Fr_1 \approx 3$, a felvíz oldali vízszint a kétszerese az alvíz oldalinak és az alvíz oldali energia majdnem fele elveszik. Ez az energiadisszipáció hasznos is lehet, pl. nagy esésű (gyorsan áramló) folyók esetén gátakkal mesterségesen vízugrást hozunk létre, hogy a folyadék nagy kinetikus energiája ne a medret erodálja.

Vízugrásoknak több típusa ismert, ezeket a 1. táblázat foglalja össze.

Típus	Fr_1	h_2/h_1	Jellemzők	Energia disszipáció
0	$\leq$1.0	1.0	Nincs vízugrás	0
1	1.0 - 1.7	1.0 - 2.0	Hullámos vízugrás	$\leq$ 5%
2	1.7 - 2.5	2.0 - 3.1	Gyenge vízugrás (kis fedőhengerek sorozata)	5% - 15%
3	2.5 - 4.5	3.1 - 5.9	Instabil, oszcilláló vízugrás	15% - 45%
4	4.5 - 9.0	5.9 - 12.0	Stabil fedőhengeres vízugrás	45% - 70%
5	$\geq$ 9.0	$\geq$ 12.0	Stabil, turbulens, erős vízugrás	70% - 85%

1. táblázat. Vízugrás típusai



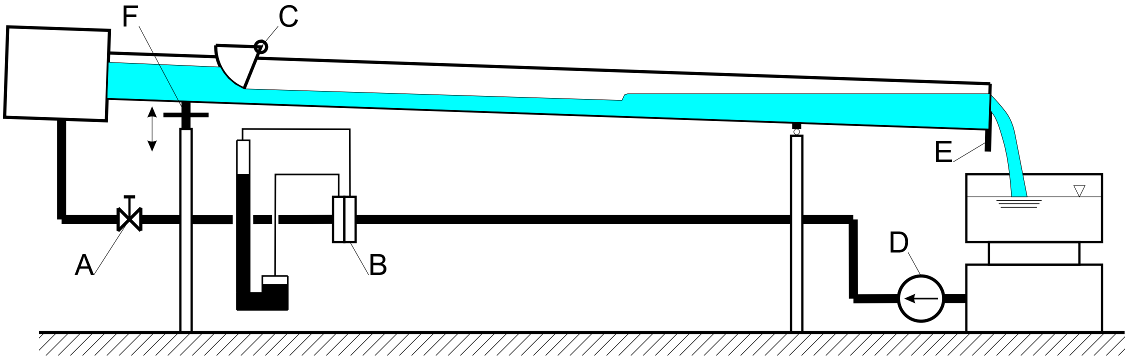
3. ábra. Vízszintarány (ld. (12)) és energia veszteség az alvízoldali energiához viszonyítva (ld. (13)) az alvíz oldali vízsebesség (Froude-szám) függvényében.

4. ábra. Stabil fedőhengeres vízugrás

5. ábra. Hullámos vízugrás

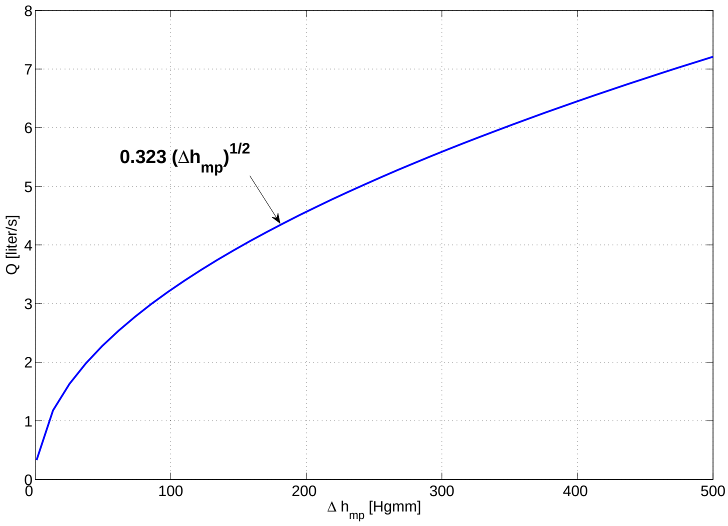
3. Mérések

A mérőberendezés a 6. ábrán látható. A (D) jelű szivattyú keringeti a vizet, a térfogatáramot az (A) jelű pillangószeleppel állítjuk be és a (B) mérőperem segítségével mérhetjük. Az (F) orsóval a csatorna dőlését állíthatjuk be. A vízszinteket a (C) jelű alsókifolyású zsilippel és az (E) jelű bukógát segítségével állíthatjuk be.



6. ábra. Nyíltfelszínű csatorna.

A térfogatáram meghatározásához a mérőperemes térfogatáram mérés összefüggéseire van szükség. A beépített mérőperem $D/d = 84/36$ átmérőviszonyú, a 7. ábrán a mérőperemre kötött higanyos manométeren leolvasott szintkülönbség függvényében ábrázoltuk a térfogatáramot.



7. ábra. Mérőperem kitérés - térfogatáram kapcsolat.

3.1. Csatorna súrlódási tényező és hullámsebesség mérése

A mérés első részénél az alsókifolyású zsilipet vegyük ki a csatornából!

A mérése első részének célja (a) a hullámsebesség mérése ill. (b) a csatorna súrlódási tényezőjének meghatározása (n az (3) Manning formulában). A hullámsebességet egyszerű idő - hullám által megtett út kapcsolat segítségével határozzuk meg. A súrlódási tényezőt a normáláramlásra nyert (9) összefüggés segítségével határozzuk meg. A két mérést egyszerre végezzük praktikus okok miatt. A mérés menete:

1. Csatornaszélesség mérése:

$$B = \ldots\ldots$$

2. Lejtés meghatározása. A csatornát töltsük fel vízzel, az (E) jelű bukógátat pedig állítsuk valamilyen (tetszőleges) állásba. Az (A) jelű pillangószelep elzárásával állítsuk meg a folyadékáramlást. Ekkor vízszintes felszín alakul ki, ennek két pontján a csatornafenéktől számított magasságot mérjük meg ($h_{1,2}$) ill. a két pont távolságát (L) is jegyezzük fel. A lejtés :

$$i = \frac{h_2 - h_1}{L} = \ldots\ldots$$

3. Az (A) pillangószelep nyitásával állítsunk be valamilyen térfogatáramot. Az (E) jelű bukógát segítségével állítsunk be olyan állapotot, amikor a csatorna eleje után és a bukógát előtt kb. 0.5m-re azonosak a vízszintek[2]. Ez a normáláramlás. Jegyezzük fel a normálszintet (h_n) és a mérőperem kitérését Δh_{mp}.
4. A normálállapot beállítása után zavarjuk meg a bukógátnál (a csatorna végén) a felszínt és mérjük meg, hogy mennyi idő alatt ér a hullám a csatorna elejére. Ezt a mérést háromszor végezzük el és a kapott időket átlagoljuk, így megkapjuk $t\,[s]$ értékét. Mérjük meg a megtett utat is, L.
5. A 3. és 4. pontot megismételjük, összesen 3 normáláramlást mérünk.
6. Végül a kapott értékek átlagolásával számítsuk a súrlódási tényezőt:

$$n = \ldots\ldots$$

	Térfogatáram		Súrlódási tényező			Hullámsebesség			
Ssz.	$\Delta h_{mp}\,[mm]$	$Q\,[l/s]$	$h_n\,[mm]$	$R_h\,[mm]$	$n\,[m^{-1/3}s]$	$t\,[s]$	$L\,[m]$	$a\,[m/s]$	$\sqrt{h_n g}\,[m/s]$
1.									
2.									
3.									

2. táblázat. Kiértékelő táblázat a súrlódási tényező ill. hullámsebesség méréséhez. A szürkén kitöltött oszlopok mérési adatok, a többi számolt érték.

Kiértékelő összefüggések:

- Q: 7. ábrából kiolvasva Δh_{mp} segítségével.
- hidraulikai sugár: $R_{h,n} = \frac{A}{K} = \frac{h_n B}{B+2h_n}$, érdesség: $n = B h_n R_{h,n}^{2/3}\sqrt{i}/Q$
- megfigyelt (relatív) hullámsebesség: $a_m = \frac{L}{t}$, áramlási sebesség: $v = \frac{Q}{h_n B}$, valós (abszolút) hullámsebesség: $a = a_m + v$.

[2] Ügyeljünk arra, hogy a zsilip állítása után hagyjunk elegendő időt a keletkezett hullámok elhalására!

3.2. Vízugrások mérése

A mérés ezen részénél az alsókifolyású zsilipet tegyük vissza a csatornába!

A mérés második felének célja vízugrások vizsgálata. A mérés lépései:

- Térfogatáram beállítása az (A) pillangószelep segítségével.
- Az (E) bukógátat teljesen engedjük le. Így szuperkritikus áramlás jön létre.
- A (C) zsilipet engedjük bele a vízbe, az (E) zsilip emelésével "befelé tolhatjuk" a vízugrást a csatornába. Mérjük meg a h_1, h_2 és L (vízugrás hossza) méreteket és jegyezzük fel, milyen típusú a vízugrás (ld. 1. táblázat).
- Összesen vegyünk fel 20 mérési pontot, tetszőleges térfogatáramok és zsilipállások mellett.

Ssz.	$\Delta h_{mp}\,[mm]$	$Q\,[l/s]$	$h_1\,[mm]$	$h_2\,[mm]$	$Fr_1\,[-]$	$Fr_2\,[-]$	h_2/h_1
1.							
2.							
3.							
⋮							
20.							

3. táblázat. Kiértékelő táblázat vízugrás méréséhez. A szürkén kitöltött oszlopok mérési adatok, a többi számolt érték.

Kiértékelő összefüggések:

- $Fr_1 = \frac{v_1}{\sqrt{gh_1}} = \frac{Q}{Bh_1\sqrt{gh_1}}$.
- $Fr_2 = \frac{Q}{Bh_2\sqrt{gh_2}}$.

Otthon elkészítendő az (12) **képlet szerinti grafikon** az $Fr_1 = 1 \ldots 5$ tartományban. A mérések befejezése után a kapott eredményeket $h_2/h_1(Fr_1)$ ugyanitt ábrázoljuk.

Hivatkozások

[1] Lajos Tamás. *Az áramlástan alapjai.* Műegyetem Kiadó, 2004.