

Messung 4

Temperaturmessung (WARMWASSERGERÄT)

1. Einführung, Ziel der Messung

Ziel der Messung ist die Kennlinien eines Durchfluß-Warmwassergerätes (Elektrischen Boilers) zu messen:

- die Änderung der Temperatur des ausfließenden Wassers in Abhängigkeit der Zeit (vom Zeitpunkt des Einschaltens der Heizkörper),
- die Änderung der Temperatur des ausfließenden Wassers in Abhängigkeit des durchfließenden Massenstroms.

Als Vorbereitung für diese Messung soll der Student den Begriff der Gesamtenthalpie, sowie die verschiedenen Thermometer kennenlernen. Während der Messung werden die Funktionsweise und die Eigenschaften des Warmwassergerätes im Haushalt erörtert.

2. Theoretische Grundlagen

In diesem Abschnitt werden Kenntnisse, die für das Verstehen dieser Messung erforderlich sind diskutiert. Zuerst wird die Gesamtenthalpie definiert, die Bedeutung der einzelnen Glieder dieses Ausdrucks wird untersucht. Es wird auch klar gemacht, wie die Leistung von Strömungsmaschinen berechnet wird und die am häufigsten verwendeten Thermometer werden dargestellt.

2.1. Die Gesamtenthalpie

Der Begriff Gesamtenthalpie spielt bei Behandlung von „**kalten**“ **Strömungsmaschinen** und **Thermischen Strömungsmaschinen**, die durch Flüssigkeitsströmung funktionieren eine wichtige Rolle.

In der Vorlesung ist die folgende Summe als **Bernoulli-Enthalpie** (i_B) benannt,

$$i_B = \frac{p}{\rho} + gh + \frac{v^2}{2} \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (1)$$

sie ist auf die Masseneinheit des Strömenden Mediums bezogen, darin sind

- Arbeit äußerer Druckkräfte, (p/ρ) ,
- potentielle Energie, (gh) und
- kinetische Energie $(v^2/2)$

summiert. In der Strömung einer idealen Flüssigkeit ist diese Summe entlang einer Stromlinie **konstant**.

Die neben potentieller und kinetischer Energie ans Medium gebundenen weiteren Energieformen werden als **innere Energie** bezeichnet. Die innere Energie ist eine Folge der molekularen Struktur, d.h. der Translation, Rotation und Vibration der Moleküle. Sie kann mit der **Temperatur** (T) **des Mediums** charakterisiert werden. Die Änderung der inneren Energie von Gasen oder Flüs-

sigkeiten ist proportional zur Temperatur Änderung. Ähnlich zur potentiellen Energie kann auch die innere Energie nur mit einem relativen Wert beschrieben und nur ihre Änderung erfaßt werden. Die an die Masseneinheit bezogene spezifische innere Energie wird mit u bezeichnet, ihre Meßeinheit ist [J/kg].

Falls auch die Änderung der inneren Energie während der Energieumsetzung eine wesentliche Rolle spielt, soll die obige Summe auch mit diesem Glied ergänzt werden Die **Gesamtenthalpie** ist also die Summe

$$i_g = \frac{p}{\rho} + gh + \frac{v^2}{2} + u \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (2)$$

die konstant bleibt, wenn sich zwischen der strömenden Flüssigkeit und ihrer Umgebung keine thermischen Wechselwirkungen abspielen, anders formuliert, es ist keine Wärmeaustausch vorhanden. **Die Änderung dieser Summe** (der Gesamtenthalpie) kann auch ein **ausdrücklicher Ziel** eines Prozesses sein (siehe unten).

2.2. Bestimmung der Leistung

- Wenn in einem technischen Prozeß das strömende Medium als Energieträger eine Rolle spielt, dann ist unser Ziel durch die **Abnahme** der Gesamtenthalpie des Fluids Arbeit oder Wärme freizusetzen.
- Wenn die Arbeitsfähigkeit des strömenden Mediums erhöht (z.B. beschleunigt, erwärmt, gehoben) werden soll, dann ist unser Ziel die **Erhöhung** der Gesamtenthalpie des Fluids. Das kann dadurch erreicht werden, daß dem Fluid Wärme oder Arbeit zugeführt wird.

Bei den kalten und thermischen Strömungsmaschinen kann aus der Änderung der Gesamtenthalpie (Δi_g), bei bekanntem Massenstrom (\dot{m}), die dazu notwendige **Leistung (P)** berechnet werden:

$$P = \dot{m} \Delta i_g \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \frac{\text{J}}{\text{kg}} = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W} \right] \quad (3)$$

Diese Leistung kann sowohl zugeführte, als auch freigesetzte Leistung sein in Abhängigkeit davon, an welcher „Seite“ das strömende Flüssigkeit der Strömungsmaschine ihre Gesamtenthalpie ändert. Wenn diese Leistung **gemessen** werden soll, dann ist unsere Aufgabe die Erfassung **beider Terme** des obigen Produktes, im weiteren wird diese Tätigkeit behandelt.

Die Bestimmung des Massenstroms (\dot{m}) kann für Fluide mit konstanter Dichte auf die Messung des Volumenstroms (q) – siehe Messung 3 – zurückgeführt werden. Wenn die Dichte (ρ) bekannt ist, ist der Massenstrom:

$$\dot{m} = \rho q \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = \frac{\text{kg}}{\text{s}} \right] \quad (4)$$

Die Änderung der **Gesamtenthalpie** (Δi_δ) kann die Folge der Änderungen der vier Gliedern in Formel (2) sein. Im Allgemeinen braucht man nicht alle vier Glieder zu kennen. Man soll folgende Vereinfachungen vor Auge halten.

- a) Bei Förderung, Erhebung (mit Pumpen), oder Energieentnahme (durch Turbinen) **tropfbarer** (also inkompressibler) **Flüssigkeiten** ist die Temperatur Änderung gering, die innere Energie bleibt praktisch konstant. Dadurch soll in diesen Fällen nur die Änderung der **Bernoulli Enthalpie** berücksichtigt werden, d.h. die Drücke (p), die Geschwindigkeiten (v) und die Höhen (h) sollen gemessen werden.
- b) Bei der Untersuchung der Änderung der Gesamtenthalpie von von **luftartigen Medien** (Gasen, Dämpfen) wird die **spezifische potentielle Energie** wegen der geringen Dichte des Mediums immer **vernachlässigt**. So werden die folgenden Glieder der Summe berücksichtigt:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + u \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (5)$$

Es müssen also die Drücke (p), die Geschwindigkeiten (v) und die Temperaturen (t) gemessen werden. Beispiel hierfür sind Kompressoren und Gasturbinen

- c) Durch die passenden Größen der Saug- und Druckstutzen der Maschinen oder bei **geringen Strömungsgeschwindigkeiten** sind nur das erste und letzte Glied der erwähnten Formel maßgebend, wenn es sich also hauptsächlich um **Wärme Zu- oder Abfuhr** handelt. Die Summe dieser beiden Glieder ist die **thermodynamische**, oder kurz **spezifische Enthalpie**:

$$i = \frac{p}{\rho} + u \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (6)$$

Temperaturen (T) und Drücke(p) sollen an Maschinen, die die spezifische Enthalpie ändern, gemessen werden. Beispiele hierfür sind Verbrennungsmotoren oder Kessel.

- d) Das Arbeitsvermögen **eines luftartigen Mediums** kann auch so sich ändern, daß bei relativ kleiner Druckänderung **die kinetische Energie** wesentlich **kleiner oder größer wird, nicht aber die Temperatur**. Bei Windturbinen (Energieträger ist die strömende Luft), oder bei Ventilatoren (sie fördern Luft) ist die Änderung der Glieder

$$\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] \quad (7)$$

für die spezifische Arbeit charakteristisch.

2.3. Temperaturmessung

Die Temperatur wird mit Thermometern gemessen. Ihr Aufbau kann verschieden sein. Hier werden folgende Typen erwähnt:

- a) **Glasthermometer:** Die Industrieglasthermometer sind einfache, bequem anwendbare, sehr verbreitete Meßinstrumente der Temperaturmessung. Ihr Meßprinzip basiert sich auf die Differenz des Ausdehnungs-Koeffizienten des Glases und der Flüssigkeitsfüllung. Der Glasthermometer ist ein kleines Gefäß an den eine – an anderem Ende geschlossene – Kapillare angeschlossen ist. Das Gefäß ist mit Flüssigkeit gefüllt, wenn sie erwärmt wird, dehnt sie aus und steigt in der Kapillare. Bei Abkühlung vermindert sich das Volumen der Flüssigkeit und zieht sich aus der Kapillare zurück. Hinter der Kapillare befindet sich eine Skale, an der die zur Ausdehnung proportionale Temperatur abgelesen werden kann.
- b) **Federthermometer mit Druckänderung:** Bei diesem Typ bewegt der (durch die Temperatur Änderung hervorgerufene) Druckänderung den Zeiger. Die Druckänderung ist proportional zur Änderung der Temperatur.

Ein **Quecksilbergefüllter Federthermometer** kann in der *Abbildung 4.1* betrachtet werden. Bei diesem Typ ist der Gefäß (1), die Kapillare (2) und die Rohrfeder (3) mit Quecksilber gefüllt. Bei der Erhöhung der Temperatur dehnt sich der Quecksilber aus, durch seinen Druck verbeugt er die Rohrfeder und diese Fortbewegung ist mittels des Pleuels (4) und des bezahnten Bogens (5) auf den Zeiger (6) übertragen.

- c) **Bimetallthermometer:** Bimetalle finden aus ihren Eigenschaften folgend sowohl als Sensor als auch als Zeiger in Thermometern Anwendung. In *Abbildung 4.2.* sind (oben und unten) zwei verschiedene Ausführungen gezeigt. Ein Bimetall besteht aus zwei Metallbänden (siehe Vergrößerung), der Ausdehnungskoeffizient des einen ist relativ gering gegenüber dem des anderen.

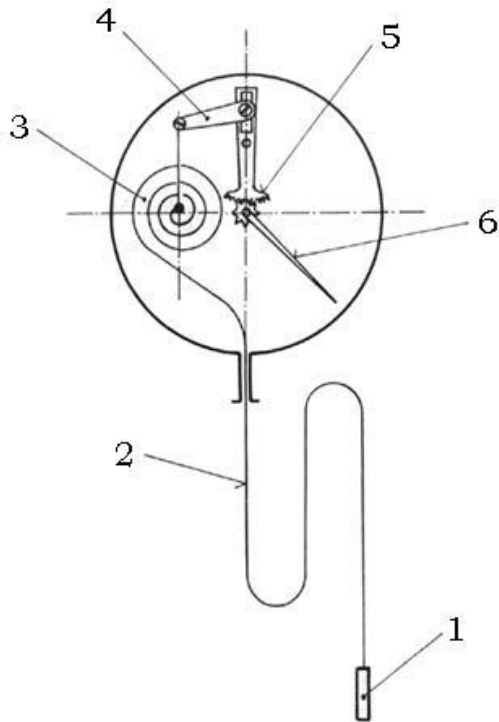


Abbildung 4.1: Federthermometer mit Druckänderung

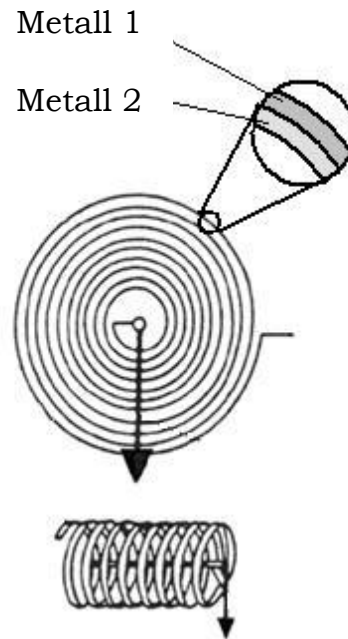


Abbildung 4.2: Bimetallthermometer

d) **Thermoelemente:** Die Temperaturmessung mit Thermoelementen fußt auf der physikalischen Erscheinung, daß wenn die Enden von zwei verschiedenen Metall-Leitern zusammengelötet (oder stark aneinander gepreßt) sind, entsteht eine (ihren Kontaktpotential entsprechende) Spannung zwischen den anderen Enden dieser Leiter. Die Spannung hängt von den **Arten** und **Temperaturen** dieser Metall-Leitern. In *Abbildung 4.3* sind zwei Anordnungen und Schaltungsmöglichkeiten dargestellt.

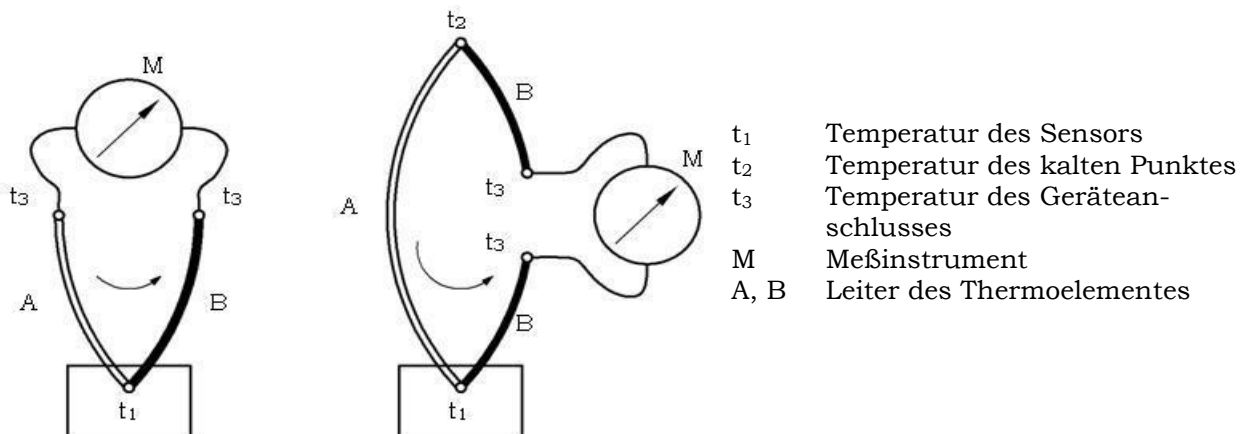


Abbildung 4.3: Thermoelemente und ihre Schaltung

Thermoelemente werden zwischen 300 bis 1600 °C eingesetzt. Neben ihrer Genauigkeit haben diese Instrumente auch den Vorteil, daß der Sensor klein ist und dadurch die Temperaturen in kleinen Teilräumen gemessen werden können.

Thermoelemente werden, wie folgt angewendet: die Temperatur der Vergleichsstelle (kalter Punkt) wird unter bekannter konstanter Temperatur gehalten, am häufigsten wird diese Stelle in schmelzendes Eis gelegt. Die Lötstelle (Sensor) ist das eigentliche Thermoelement. Wenn die Temperatur der Vergleichsstelle konstant bleibt, ist die Spannung eine direkte Funktion der Temperatur des Sensors.

3. Die Meßübung

In diesem Kapitel werden der Prüfstand im Labor, sowie ihre Charakteristiken (Aufwärmungsprozeß und stationärer Betrieb) vorgestellt. Danach folgt kurz die Beschreibung der Meßaufgabe, zuletzt werden die Bedingungen der Teilnahme an dieser Messung zusammengefaßt. Für die erfolgreiche Durchführung dieser Meßübung ist der Inhalt dieses Kapitels von besonderer Bedeutung.

3.1. Beschreibung des Prüfstandes

Die Skizze des im Labor aufgestellten **elektrisch geheizten Durchfluß-Warmwassergerätes** ist in *Abbildung 4.4* zu sehen, sein Foto ist in *Abbildung 4.5* gezeigt.

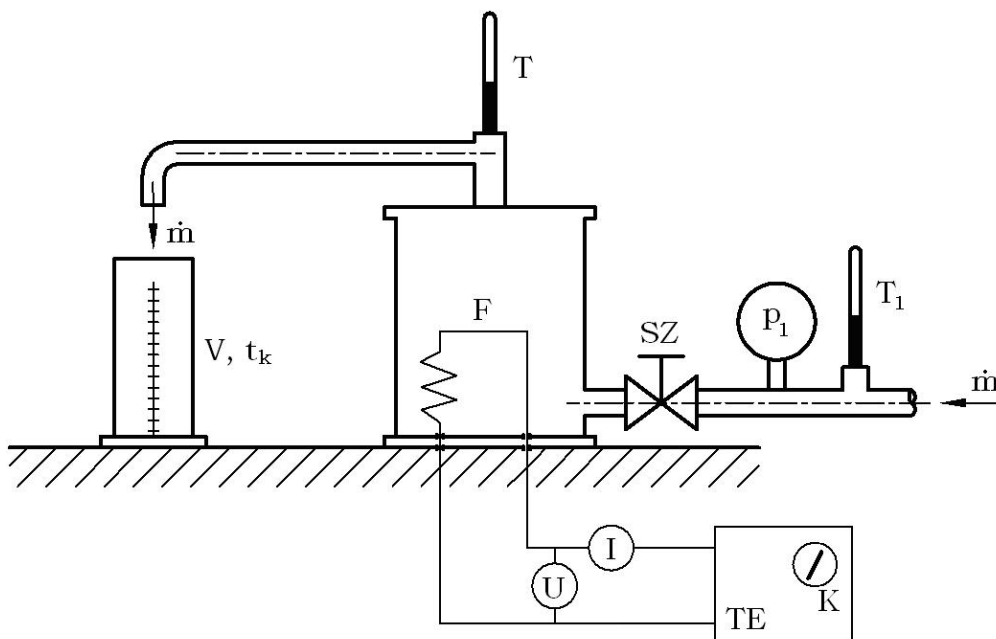


Abbildung 4.4: Skizze des Prüfstandes

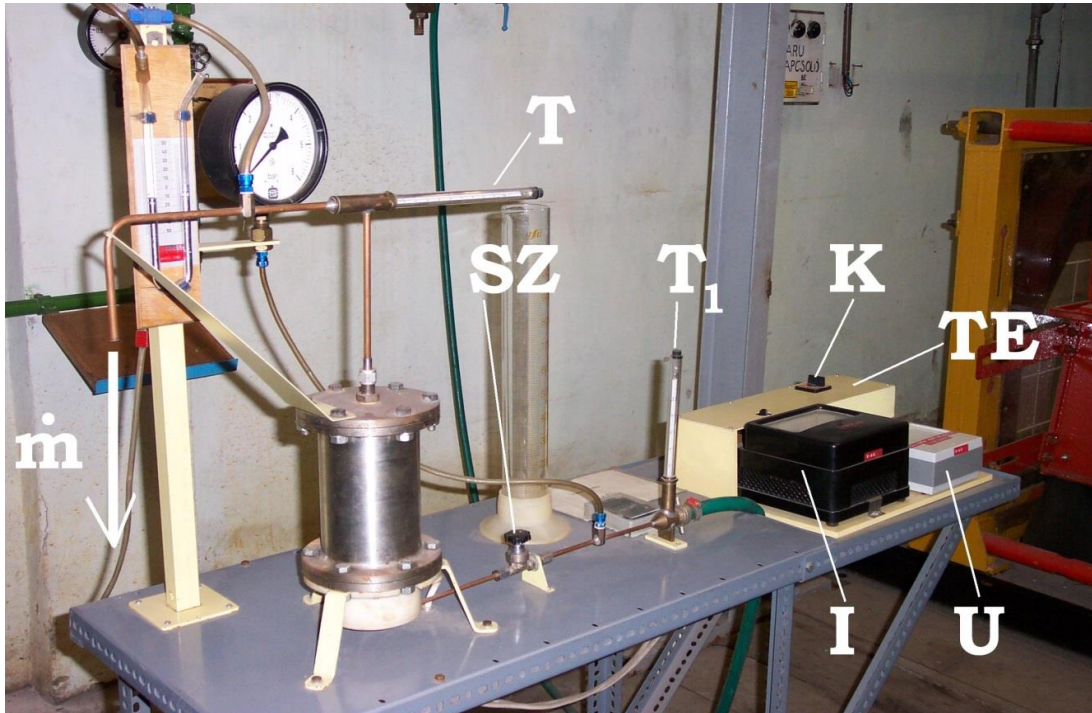


Abbildung 4.5: Foto des Prüfstandes

Der Massenstrom des durch das Gerät fließenden Wasserstromes \dot{m} wird mit Hilfe des Ventils SZ eingestellt, und mit einem Meßbehälter (V, t_w) gemessen. Der elektrische Heizkörper F , der (mit dem am Adapter TE befindlichen Schalter K) in eine Leistungsstufe eingestellt werden kann, erwärmt stetig das durch das Gerät fließende kalte Wasser. Die Temperatur des zufließenden Wassers wird mit dem Thermometer T_1 , die des ausfließenden Wassers mit T gemessen. Die Spannung U und den Strom I des Heizkörpers messen elektrische Meßinstrumente. Der Druck des zufließenden Wassers werden auch mit (in Abb. 4.4 gezeigten) Druckmeßgerät p_1 gemessen, aber diese Größe dient nur für Information.

3.2 Der Betrieb des Warmwassergerätes

Die Leistungsbilanz des **Warmwassergerätes** im stationären Betrieb ist mit den Bezeichnungen der *Abbildung 4.6* wie folgt:

$$\dot{m} \cdot i_{\delta 1} + P_{el} = \dot{m} \cdot i_{\delta 2} + P_{Umwelt} \quad (8)$$

Die Bedeutung der Größen in der Gleichungen:

\dot{m}	Massenstrom des durchfließenden Wassers [kg/s],
$i_{\delta 1}$	spezifische Enthalpie des zufließenden Wassers [J/kg],
$i_{\delta 2}$	spezifische Enthalpie des ausfließenden Wassers [J/kg],
P_{el}	zugeführte Leistung des Heizkörpers (elektrische Leistung) [W],
P_{Umwelt}	die in die Umgebung abgeführte Verlustleistung [W].
P_1	die Nutzleistung des Heizkörpers [W].

Aus Gleichung (8) folgt:

$$P_{el} = \dot{m}(i_{\theta 2} - i_{\theta 1}) + P_{Umwelt} = P_1 + P_{Umwelt} \quad (9)$$

d.h. die Leistung des Heizkörpers (P_{el}) erhöht die Enthalpie des durchströmenden Wassers und ein kleiner Teil wird in die Umgebung (P_{Umwelt}) abgegeben.

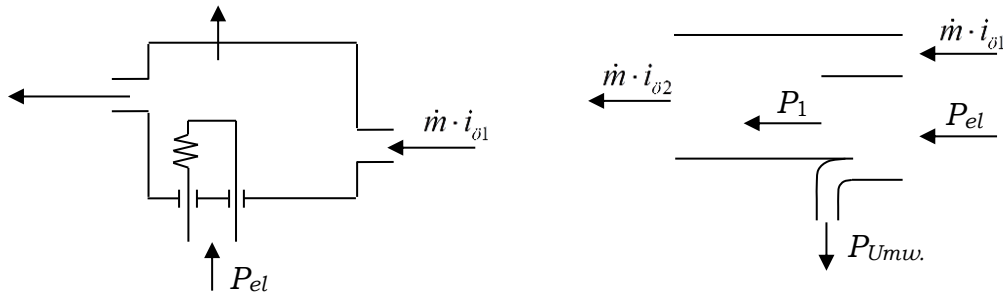


Abbildung 4.6 Energiebilanz des Warmwassergerätes

Nach dem Einschalten der Heizung fängt die Temperatur T des aus dem Gerät ausfließenden Wasserstromes (\dot{m}) an zu steigen, aber nach einer bestimmten Zeit ändert sie sich nicht mehr. Die Lösung der den **transienten Erwärmungsprozess** näherungsweise richtig beschreibende dimensionslosen Differentialgleichung (man finde die Herleitung auf Seite 12) ist:

$$T^* = 1 - e^{-t^*} \quad (10)$$

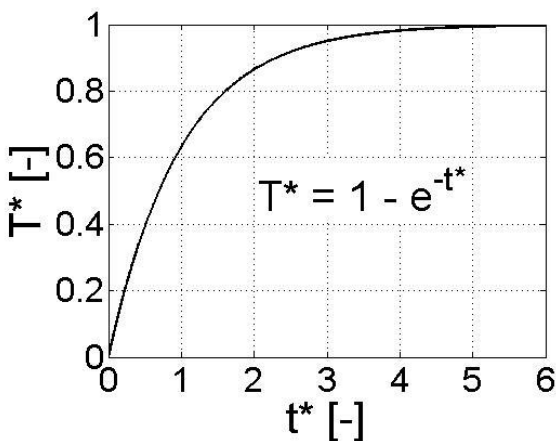


Abbildung 4.7: Erwärmungsdiagramm

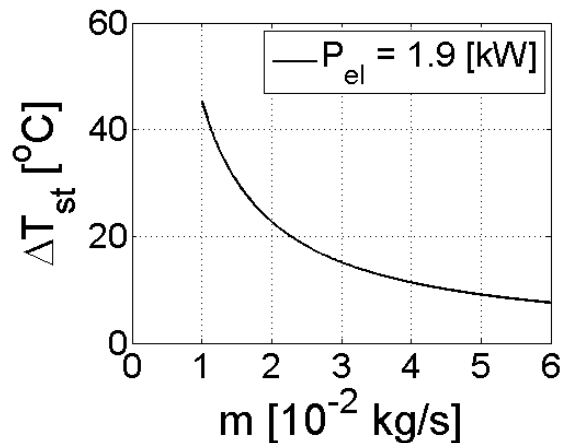


Abbildung 4.8: Stationäre Zustände

Abbildung 4.7. zeigt den Verlauf der Lösung. Die in der Formel auftretenden Größen sind:

$$T^* = \frac{\Delta T}{\Delta T_{st}} \quad \text{dimensionslose Temperaturänderung [-]} \quad (11)$$

$$\Delta T = T - T_1 \quad \text{zeitlich veränderliche Temperaturerhöhung [°C]} \quad (12)$$

$$\Delta T_{st} = T_{st} - T_1 \quad \text{Endwert der Temperaturerhöhung [°C]} \quad (13)$$

$$T_{st} \quad \text{stationäre Austrittstemperatur [°C]}$$

$$c_w \quad \text{spezifische Wärme des Wassers [J/(kg°C)]}$$

$$t^* = \frac{t}{\tau} \quad \text{dimensionslose Zeit [-]} \quad (14)$$

$$t \quad \text{Zeit vom Zeitpunkt des Einschaltens gemessen [s]}$$

$$\tau = \frac{m_{red}}{\dot{m}} \quad \text{dynamische Zeitkonstante des Heizkörpers [s]} \quad (15)$$

$$m_{red} \quad \text{reduzierte Masse [kg] (siehe Herleitung)}$$

Werden die Strömungsverluste und P_{Umwelt} vernachlässigt, so ergibt sich folgende Approximation für den **Endwert der Temperaturänderung**:

$$\Delta T_{st} \approx \frac{P_{el}}{c_w \dot{m}} \quad (16)$$

Im Falle einer konstanten elektrischen Leistung verläuft die Funktion ΔT_{st} über den Massenstrom wie eine Hyperbel, mit dem Parameter $P_{el} = \text{konstant}$. Solche Kurvenverläufe sind in *Abb. 4.8.* dargestellt, mit deren Hilfe kann schnell abgeschätzt werden, bis zu welcher Temperatur ein Wasserstrom \dot{m} der eingestellten Heizungsstufe entsprechend erwärmt wird.

3.3. Meßaufgaben

Messung des Erwärmungsprozesses:

- Einstellen eines dünnen aber kontinuierlichen Wasserstrahl sichernden Wasserstromes \dot{m} , seine Messung mit dem Behälter, sogenannte Wägung. (Achtung, das ausfließende Wasser ist tatsächlich heiß!)
- Berechnung der Zeitkonstante τ des Gerätes (15), den Zahlenwert m_{red} wird im Labor bekanntgegeben.
- In Abhängigkeit der Zeit t nach dem Einschalten der Heizkörper werden die Temperaturwerte T bis zum Erreichen der Endtemperatur, etwa nach $t > 3\tau$ abgelesen und notiert. Es reicht, die Temperaturen nur in allen $0,5\tau$ Zeitintervallen abzulesen, jedoch bei ganzen Sekunden (insgesamt sind es 6-7 Temperaturwerte). Die unveränderlichen Größen (Spannung U , Stromstärke I) müssen nur einmal registriert werden.

Kopf der Tabelle der gemessenen und berechneten Daten:

Nr.	t s	T °C	ΔT °C	t^* -	T^* -

Einmal gemessene Größen, Konstanten und berichtete Größen:

Einmal gemessene

U'	=	[Grad]	Spannung in Skaleneinheiten
I'	=	[Grad]	Stromstärke in Skaleneinheiten
V	=	[m ³]	im Behälter aufgefangenes Volumen
t_w	=	[s]	Ausflußzeit (Zeitdauer der Wägung)
T_1	=	[°C]	Temperatur des eintretenden Wassers

Konstanten

m_{red}	=	[kg]	reduzierte Masse
ρ_w	=	1000 [kg/m ³]	Dichte des Wassers
$C_p = C_U \times C_I$	=	1[V/Grad] × 0,25[A/Grad]	Instrumentskonstante
c_w	=	4187 [J/kg°C]	spezifische Wärme

Berichtete

$\dot{m} = \frac{V}{t_w} \rho_w$	=	[kg/s]	Massenstrom
$\tau = \frac{m_{red}}{\dot{m}}$	=	[s]	Zeitkonstante
$P_{vill} = C_p U' I'$	=	[W]	elektrische Leistung

Messung der stationären Zustände (Kennlinien)

- Bei konstanter Heizleistung, $P_{el} \approx 1.9$ kW (der genaue Wert ist als einmal gemessener Wert einzutragen) werden insgesamt 5-6 Wasserströme \dot{m} eingestellt und die Messung durchgeführt, zuletzt werden die stationären Endwerte registriert. Im stationären Zustand (t ist größer als 3τ) ändert sich die Temperatur nicht mehr.
- Die Meßpunkte werden in das **zu Hause vorbereitete Diagramm** gemäß *Abbildung 4.8* eingetragen. (Die Abweichung zwischen den Meßpunkten und der Hyperbel ist proportional zur in die Umgebung abgegebenen Leistung P_{Umwelt}).

Kopf der Tabelle der gemessenen und berechneten Daten:

Nr.	V l	t_k s	T_{st} °C	\dot{m} kg/s	ΔT_{st} °C

3.4. Vorbereitung für die Meßübung, Bedingungen der Teilnahme

Für die Meßübung müssen ein Diagrammblatt, Format DIN A-4 vorbereitet werden.

An die obere Hälfte des stehenden Diagrammblattes wird die Erwärmungskennlinie gezeichnet, an die untere Hälfte dieses Blattes kommt die hyperbolische Kennlinie der stationären Zustände.

Eine notwendige Bedingung der Teilnahme an der Meßübung ist die Existenz dieser Diagramme. Da die in dieser Beschreibung gezeigten Diagramme (*Abbildungen 4.7. und 4.8*) nur das Verständnis dienen, müssen die **theoretischen Kennlinien** durch mindestens 15 Punkten **mit Hilfe der Gleichungen (10) und (16)** angefertigt werden. Im stationären Zustand reicht es aus nur eine Kennlinie, bei $P_{el} = 1.9$ [kW] zu zeichnen. Empfohlene Skalenlängen der Koordinatenachsen sind: $t^* = [0 \div 5]$, $T^* = [0 \div 1]$, $\dot{m} = [0 \div 0.06]$ [kg/s], $\Delta T_{st} = [0 \div 70]$ [°C]. Die Auswertung der Meßdaten soll gemäß der **Formeln (11) und (13)** durchgeführt werden!

- Bitte mitnehmen noch Bleistift, Lineal, und Rechenmaschine auf der Messung!
- Füllen Sie das Bianco-Protokoll bis dem 4. Punkt aus!
- Die Studenten schreiben eine kurze (5-10 Minuten lange) Klausurarbeit vor der Messung. Die Probeaufgaben und die theoretische Fragen sind im Internet (www.hds.bme.hu).

Das Bemerken warten wir auf der folgenden Adresse: csizmadia@hds.bme.hu



Az **elméleti felmelegedési diagram** levezetésének egy lehetséges módját (az előadáson elhangzott anyaggal összhangban) az alábbiakban ismertetjük. A felhasznált jelölések megegyeznek a 4.4. és 4.6. ábránhasználtakkal, továbbá m_0 -val jelöljük a vízmelegítő össztömegét (fémház és kavicságy) és c_f -fel fajhőjét.

A levezetés célja, hogy meghatározzuk a felmelegedés idő-hőmérséklet függvénykapcsolatát. A környezetbe távozó hő miatti veszteségtől eltekintünk, illetve feltételezzük, hogy a vízmelegítő hőmérséklete adott pillanatban megegyezik a kilépő víz hőmérsékletével.

Δt idő alatt a villamos fűtőszál $P_{vill}\Delta t$ mennyiségű energiát vezet a rendszerbe, mely melegíti a házat: $m_0c_f\Delta T$, és melegíti a vízmelegítőn átfolyt vizet: $\dot{m} c_v(T-T_1)$, mely alapján írható az alábbi egyensúly:

$$P_{vill}\Delta t = m_0c_f\Delta T + \dot{m} c_v\Delta(T - T_1) \quad (17)$$

Definiáljuk az ún. redukált tömeget a következőképpen:

$$m_{red}c_v = m_0c_f \quad (18)$$

melyet behelyettesítve (17)-be, kapjuk, hogy:

$$1 = \frac{m_{red}c_v}{P_{vill}} \frac{\Delta T}{\Delta t} + \frac{\dot{m}c_v}{P_{vill}} (T - T_1) \quad (19)$$

A (19)-es egyenlet már ugyan alkalmas lenne a felmelegedési görbe meghatározására, azonban még több, az adott vízmelegítőre jellemző változót (m_{red} , c_v , P_{vill}) tartalmaz. Ezek kiiktatására, és így egy minden ilyen típusú vízmelegítőre érvényes, általános függvénykapcsolat levezetésére további átalakításokat eszközölünk. Vezessük be az alábbi, dimenziótlan változókat:

$$T^* = \frac{\dot{m}c_v}{P_{vill}} (T - T_1) \quad (20)$$

$$\Delta T^* = \frac{\dot{m}c_v}{P_{vill}} \Delta T \quad (21)$$

$$\Delta t^* = \Delta t \frac{\dot{m}}{m_{red}} \quad (22)$$

Ezeket beírva a (19)-es egyenletbe, azt kapjuk, hogy:

$$1 = \frac{\Delta T^*}{\Delta t^*} + T^* = \frac{dT^*}{dt^*} + T^* \quad (23)$$

Ha Δt és ΔT egyaránt nullához tart, akkor a differencia-hányados tart a differenciál-hányadoshoz.

Ez egy ún. **differenciálegyenlet**, amely nem csak az ismeretlen $T^*(t^*)$ függvényt, hanem annak a deriváltját is tartalmazza. A differenciálegyenlet megoldása a $T^*(t^*)$ függvény. A megoldási módszert későbbi tanulmányaik során tanulni fogják, azonban az eredmény helyessége jelenlegi ismereteik birtokában is ellenőrizhető. A megoldás tehát (a függvény menétét a 4.7. ábra mutatja):

$$T^* = 1 - e^{-t^*} \quad (10)$$

figyelembe véve, hogy

$$\frac{dT^*}{dt^*} = e^{-t^*} \quad (24)$$

az ellenőrzés a következő:

$$1 = e^{-t^*} + 1 - e^{-t^*} = 1 \checkmark$$