4. Übung

1. Aufgabe, $\boxed{50}$

- $\boxed{X = 1}$: Bezeichung: 1

$P_{Nutz,1} = 380\ kW$

$\eta_1 = 0{,}95$

- andere Zustand, $\boxed{x^* \neq 1}$: Bezeichnung: *

$P_{Nutz,*} = 200\ kW$

$\eta_* = 0{,}95$

---

a, $P_{V0} = ?$ Verlust beim Leerlauf

$P_{Vx1} = ?$ veränderlicher Verlustanteil bei Voll-last

b, $\eta_{max} = ?$

Last: $x = \dfrac{P_{Nutz}}{P_{Nenn}}$ (Nutzleistung) (Nennleistung)

Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{P_{Nutz}}{P_{Gesamt}} \text{ (Gesamtleistung)}$$

a,

$\boxed{\text{1. Fall : } x = 1}$ $\quad P_{Nutz,1} = P_{Nenn} = 380\ kW$

$$\eta_1 = \frac{P_{Nutz,1}}{P_{Ges,1}}$$

$$\hookrightarrow P_{Ges,1} = \frac{P_{Nutz,1}}{\eta_1} = \frac{380\ kW}{0{,}95} = 400\ kW$$

die Verluste: (zwei verschiedene Gleichungen)

- $P_{V1} = P_{V0} + \underbrace{x^2}_{1} \cdot P_{Vx1} = P_{V0} + P_{Vx1}$
- $P_{V1} = P_{Ges,1} - P_{Nutz,1} = 400\ kW - 380\ kW = 20\ kW$

$$\hookrightarrow P_{V0} + P_{Vx1} = 20\ kW \quad (1).$$

$\boxed{\text{2. Fall} \quad x^* \neq 1}$

$$x^* = \frac{P_{Nutz,*}}{P_{Nenn}} \left(= \frac{P_{Nutz,*}}{P_{Nutz,1}} \right) = \frac{200\ kW}{380\ kW} = 0{,}526$$

$$P_{Ges,*} = \frac{P_{Nutz,*}}{\eta_*} = \frac{200\ kW}{0{,}95} \approx 210{,}5\ kW$$

die Verluste: (zwei verschiedene Gleichungen)

- $P_{Vx^*} = P_{V0} + x^{*2} \cdot P_{Vx1}$
- $P_{Vx^*} = P_{Ges,*} - P_{Nutz,*} = 210{,}5\ kW - 200\ kW \approx 10{,}53\ kW$ (2.)

2 Gleichungen, 2 Unbekannten

(1.): $P_{V0} + P_{Vx1} = 20\,kW$

(2.): $P_{V0} + x^{*2} \cdot P_{Vx1} = 10{,}53\,kW$

(1)−(2): $P_{Vx1}(1 - x^{*2}) = 9{,}47\,kW \quad /: 1 - x^{*2}$

$$P_{Vx1} = \frac{9{,}47\,kW}{1 - 0{,}526^2} = \underline{\underline{13{,}1\,kW}}$$

in (1) zurückschreiben: $P_{V0} = 20\,kW - 13{,}1\,kW = \underline{\underline{6{,}9\,kW}}$

b) Der Wirkungsgrad ist maximal, wenn der Verlust beim Leerlauf und der veränderliche Verlustanteil gleich sind.

$\eta_{max} \longrightarrow x_{opt}$!

$$\underbrace{P_{V0}}_{\text{Verlust beim Leerlauf}} = \underbrace{x_{opt}^2 \cdot P_{Vx1}}_{\text{veränderlicher Verlustanteil}}$$

$$\hookrightarrow x_{opt} = \sqrt{\frac{P_{V0}}{P_{Vx1}}} = \sqrt{\frac{6{,}9\,kW}{13{,}1\,kW}} = 0{,}726$$

$$\left(\eta = \frac{P_{Nutz}}{P_{Ges}} = \frac{P_{Nutz}}{P_{Nutz} + P_V} = \frac{x \cdot P_{Nenn}}{x \cdot P_{Nenn} + P_{V0} + x^2 \cdot P_{Vx1}} \right)$$

$$\eta_{max} = \frac{x_{opt} \cdot P_{Nenn}}{x_{opt} \cdot P_{Nenn} + P_{V0} + x_{opt}^2 \cdot P_{Vx1}} = \frac{0{,}726 \cdot 380\,kW}{0{,}726 \cdot 380\,kW + 6{,}9\,kW + 0{,}726^2 \cdot 13{,}1\,kW} =$$

$$\cong \underline{\underline{0{,}952}} = \underline{\underline{95{,}2\,\%}}$$

2. Aufgabe #6

$P_{Nenn} = 5\ kW$

$x_{opt} = 0{,}8$

$P_{Ges} = 1{,}21 \cdot P_{Nutz}$
(bei x_{opt} !)

---

a) $P_{V0} = ?$ der Verlust beim Leerlauf

b) $P_{Vx1} = ?$ der veränderliche Verlustanteil

c) $\eta_{max} = ?$ der optimale Wirkungsgrad

d) $\eta_{x=1} = ?$ der Wirkungsgrad wenn die Belastung 1 ist

Bei optimaler Last:

Verlust beim Leerlauf = veränderlicher Verlustanteil

$$P_{V0} = x_{opt}^2 \cdot P_{Vx1}$$

a)
$$\eta_{x\,opt} = \underbrace{\frac{P_{Nutz}}{P_{Ges}}}_{=\frac{1}{1{,}21}} = \frac{x_{opt} \cdot P_{Nenn}}{x_{opt} \cdot P_{Nenn} + \underbrace{P_{V0} + x_{opt}^2 \cdot P_{Vx1}}_{=}}$$

$$\frac{1}{1{,}21} = \frac{x_{opt} \cdot P_{Nenn}}{x_{opt} \cdot P_{Nenn} + 2 \cdot P_{V0}}$$ ← unbekannt

$$x_{opt} \cdot P_{Nenn} + 2 \cdot P_{V0} = 1{,}21 \cdot x_{opt} \cdot P_{Nenn}$$

$$P_{V0} = \frac{(1{,}21 - 1) \cdot x_{opt} \cdot P_{Nenn}}{2} =$$

$$= \frac{1{,}21 - 1}{2} \cdot 0{,}8 \cdot 5\ kW = \underline{\underline{0{,}42\ kW}}$$

b) $$P_{Vx1} = \frac{P_{V0}}{x_{opt}^2} = \frac{0{,}42\ kW}{0{,}8^2} = \underline{\underline{0{,}656\ kW}}$$

c) $$\eta_{max} \left(= \eta_{x\,opt}\right) = \frac{P_{Nutz}}{P_{Ges}} = \frac{1}{1{,}21} = \underline{\underline{0{,}826}}$$

d) $$\eta_{x=1} = \frac{x \cdot P_{Nenn}}{x \cdot P_{Nenn} + P_{V0} + x^2 P_{Vx1}} = \frac{P_{Nenn}}{P_{Nenn} + P_{V0} + P_{Vx1}} =$$

$$= \frac{5\ kW}{5\ kW + 0{,}42\ kW + 0{,}656\ kW} = \underline{0{,}823}\ [-]$$

3. Aufgabe $\boxed{67.}$

$t_1 = 40$ min

$P_{1,Ges} = 8$ kW

$P_{2,Ges} = 1{,}3$ kW

(„ im Leerlauf)

$\eta_1 = 0{,}79$

(wenn die Last 1 ist)

$\eta_d = 0{,}75$

$t_3 = 10$ min

a, $t_2 = ?$

b, $x_{d,3} = ?$

(die durchschnittliche Belastung, $t_3 = 10$ min!)

a, der durchschnittliche Wirkungsgrad

$$\eta_d = \frac{W_{Nutz}}{W_{Ges}} = \frac{\eta_1 \cdot P_{1,Ges} \cdot t_1}{P_{1,Ges} \cdot t_1 + P_{2,Ges} \cdot t_2} \quad /\cdot$$

(Nutzarbeit)

(Gesamtarbeit)

einige unbekannt

$$\eta_d \left(P_{1,Ges} \cdot t_1 + P_{2,Ges} \cdot t_2\right) = \eta_1 \, P_{1,Ges} \cdot t_1$$

$$\eta_d \cdot P_{1,Ges} \cdot t_1 + \eta_d \cdot P_{2,Ges} \cdot t_2 = \eta_1 \cdot P_{1,Ges} \cdot t_1$$

$$\eta_d \cdot P_{2,Ges} \cdot t_2 = P_{1,Ges} \cdot t_1 \left(\eta_1 - \eta_d\right)$$

$$t_2 = \frac{\eta_1 - \eta_d}{\eta_d} \cdot \frac{P_{1,Ges}}{P_{2,Ges}} \cdot t_1 = $$

$$= \frac{0{,}79 - 0{,}75}{0{,}75} \cdot \frac{8}{1{,}3} \cdot 40 \text{ min} = $$

$$= \underline{\underline{13{,}13 \text{ min}}}$$

b, Während des Betriebs ist die Last $x = 1$.

$$\eta_1 = \frac{P_{1,Nutz}}{P_{1,Ges}} \Rightarrow P_{1,Nutz} = \eta_1 \cdot P_{1,Ges} = 0{,}79 \cdot 8 \text{ kW} = 6{,}32 \text{ kW}$$

Wenn $x = 1$: $P_{1,Nutz} = P_{Nenn} = 6{,}32$ kW

$$x_{d,3} = \frac{P_{mittel}}{P_{Nenn}} = \frac{\frac{\Sigma W_{Nutz}}{\Sigma t}}{P_{Nenn}} = \frac{\frac{\eta_1 \cdot P_{1,Ges} \cdot t_1}{t_1 + t_3}}{P_{Nenn}} =$$

$$= \frac{\frac{0{,}79 \cdot 8 \text{ kW} \cdot 40 \text{ min}}{40 \text{ min} + 10 \text{ min}}}{6{,}32 \text{ kW}} = \underline{\underline{0{,}8}}$$

4. Aufgabe 127

$\rho_W = 1000\ kg/m^3$
die Dichte des Wassers

$\rho_{Hg} = 13600\ kg/m^3$
die Dichte des Quecksilbers

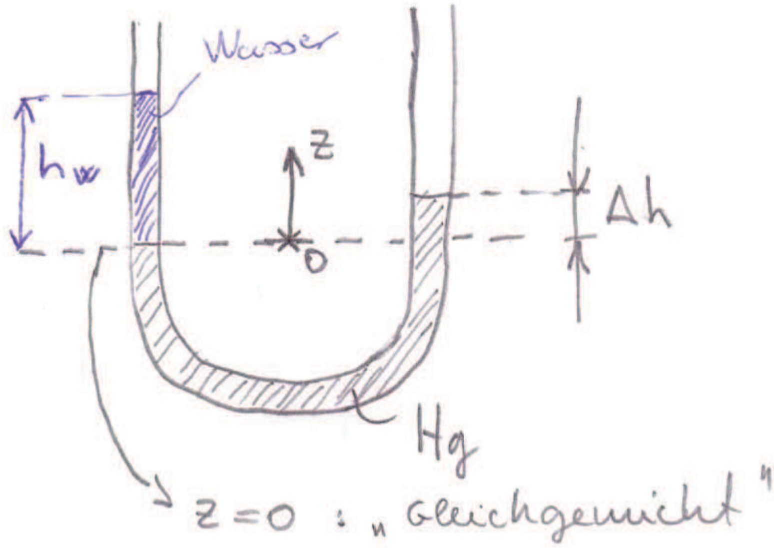
$\Delta h = 16mm = 0{,}016\ m$

---

a, $h_W = ?$

b, $P_ü = ?$
der Überdruck an der Trennfläche zwischen Quecksilber und Wasser

Abbildung U-Rohr Manometer



a, An z = 0 : der hydrostatische Druck

$$\rho_W \cdot \cancel{g} \cdot h_W = \rho_{Hg} \cdot \cancel{g} \cdot \Delta h$$

$$h_W = \frac{\rho_{Hg}}{\rho_W} \cdot \Delta h = \frac{13600\ kg/m^3}{1000\ kg/m^3} \cdot 0{,}016\ m =$$

$$= \underline{\underline{0{,}218\ m}}$$

b, $P_ü = \rho_W \cdot g \cdot h_W = 1000\ kg/m^3 \cdot 9{,}81\ \frac{N}{kg} \cdot 0{,}218\ m =$

$= \underline{\underline{2135\ Pa}}$

5. Aufgabe $\boxed{136.}$

Abbildung

$F = 36\ kN$

$x = 4{,}5\ m$

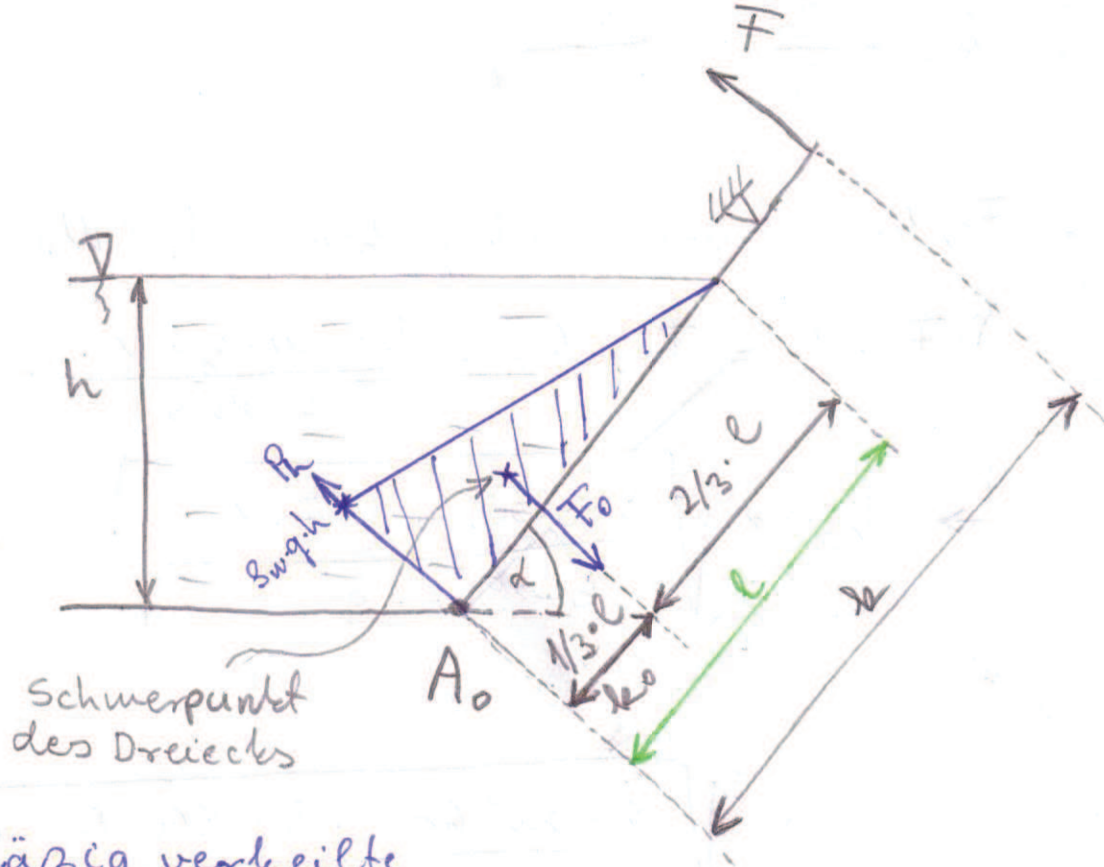
$b = 3\ m$
(die Breite des Tores)

$\alpha = 60°$

$m_T \approx 0$

$(\rho_W = 1000\ kg/m^3)$

$h = ?$



- Gleichmäßig verteilte Belastung: senkrecht auf dem Tor!

- $\sin\alpha = \frac{h}{\ell}$ (Geometrie)

- die Oberfläche des Tores:

  $A = b \cdot \ell = b \cdot \frac{h}{\sin\alpha}$

- Momentengleichgewicht auf dem Punkt A_0:

  $\sum M_{A_0} = 0$ Unbekannten

  $F \cdot x = F_0 \cdot x_0$

- Die Kraft aus der gleichmäßige verteilte Belastung was das Wasser verursacht: (senkrecht auf dem Tor)

  $F_0 = A \cdot P_{h,d} = A \cdot \frac{P_{h,max}}{2} = A \cdot \frac{\rho_W \cdot g \cdot h}{2} =$

  $= b \cdot \frac{h}{\sin\alpha} \cdot \frac{\rho_W \cdot g \cdot h}{2} = \frac{b \cdot \rho_W \cdot g \cdot h^2}{2 \cdot \sin\alpha}$ (aus der Statik)

↓

• Der Kraftarm der Kraft F_0 (aus der Geometrie):

$$k_0 = \frac{\ell}{3} = \frac{h}{3\cdot\sin\alpha}$$

• F_0, k_0: zurückschreiben $(\Sigma M_{A_0} = 0)$:

$$F\cdot\ell = F_0\cdot k_0 = \frac{b\cdot\rho_w\cdot g\cdot h^2}{2\sin\alpha}\cdot\frac{h}{3\sin\alpha}$$

$$\hookrightarrow h = \sqrt[3]{\frac{2\cdot 3\cdot(\sin^2\alpha)\cdot F\cdot\ell}{b\cdot\rho_w\cdot g}} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{6\cdot\sin^2 60^\circ\cdot 36\,000\,N\cdot 4{,}5\,m}{3\,m\cdot 1000\,kg/m^3\cdot 9{,}81\,\frac{N}{kg}}} =$$

$$= \underline{\underline{2{,}915\,m}}$$

6. Aufgabe $\boxed{\#7.}$

$a = 50\ mm$

$x_1 = 5\ mm$

$x_0 = 25\ mm$

$\rho_W = 1000\ kg/m^3$

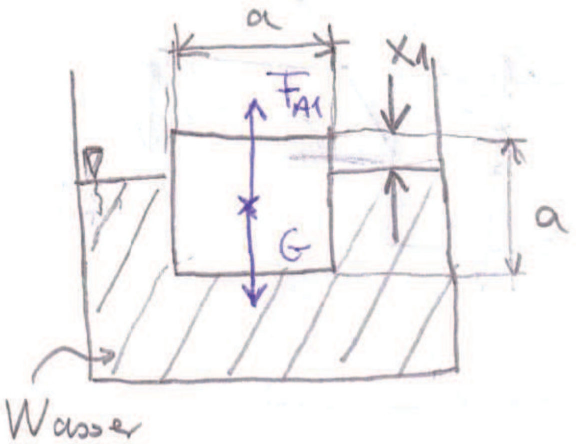
$\rho_{Luft} \approx 0\ kg/m^3$

---

a, $\rho_{Wü} = ?$
(die Dichte des Würfels)

b, $\rho_{Ö} = ?$
(die Dichte des Öls)

a, 1. Fall, nur Wasser!



F_a: Auftriebskraft
G: Schwerkraft

(Der Kubikinhalt des Würfels:)

- $V_{Wü} = a^3$

$$m_{Wü} = \rho_{Wü} \cdot V_{Wü} = \rho_{Wü} \cdot a^3$$

$$G = m_{Wü} \cdot g = \rho_{Wü} \cdot a^3 \cdot g$$

- Auftriebskraft: (im 1. Fall)

$$F_{A1} = a^2 (a - x_1) \cdot \rho_W \cdot g$$

- Der Würfel ist im Gleichgewicht:

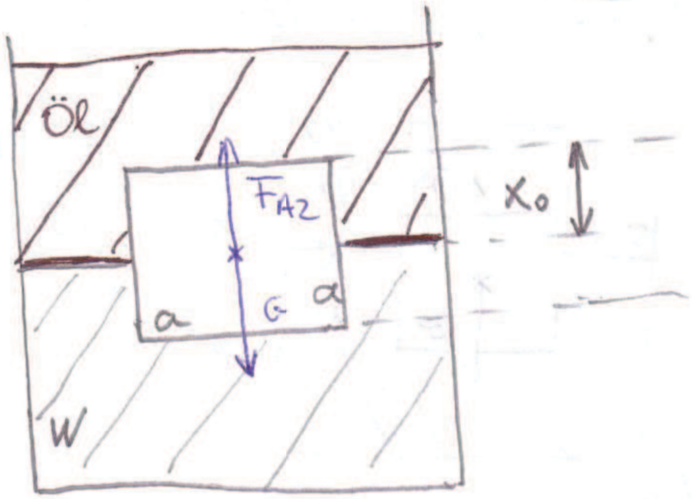
$$F_{A1} = G$$

$$\rho_W \cdot \cancel{g} \cdot \cancel{a^2} \cdot (a - x_1) = \rho_{Wü} \cdot a^{\cancel{3}} \cdot \cancel{g}$$

$$\rho_{Wü} = \frac{a - x_1}{a} \cdot \rho_W = \frac{50-5}{50} \cdot 1000\ kg/m^3 =$$

$$= \underline{\underline{900\ kg/m^3}}$$

b, 2. Fall, mit Öl



Die Auftriebskraft in 2. Fall:

$$F_{A2} = a^2(a - x_0) \cdot \rho_w \cdot g + a^2 \cdot x_0 \cdot \rho_ö \, g$$

Gleichgewicht: $F_{A2} = G$

$$a^2(a - x_0) \cdot \rho_w \cdot \cancel{g} + \cancel{a^2} x_0 \rho_ö \cancel{g} = \rho_{Wü} \cdot a^3 \cdot \cancel{g}$$

$$(a - x_0) \rho_w + x_0 \cdot \rho_ö = \rho_{wü} \cdot a$$

$$\hookrightarrow \rho_ö = \frac{\rho_{Wü} \cdot a - \rho_W \cdot (a - x_0)}{x_0} =$$

$$= \frac{900 \, kg/m^3 \cdot 50 \, mm - 1000 \, kg/m^3 \, (50 \, mm - 25 \, mm)}{25 \, mm} =$$

$$= 800 \, kg/m^3$$