

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM
GÉPÉSZMÉRNÖKI KAR

KOVÁCS ATTILA

ÁLTALÁNOS GÉPTAN

MŰEGYETEMI KIADÓ, BUDAPEST

1999

Lektorálta: Dr. Kovács László
egyetemi tanár,
a műszaki tudomány doktora

A szerző tisztelettel gondol a tantárgy kidolgozójára és bevezetőjére a műegyetemi oktatásban, a nagy mérnök-pedagógusra Pattantyús Ábrahám Gézára, valamint az őt követő előadókra, akik az Általános géptant gondozták és továbbfejlesztették, Pápai Lászlóra, Varga Józsefre, Kósa Leventére és Kovács Lászlóra.

TARTALOMJEGYZÉK

ELŐSZÓ

I. BEVEZETÉS

- A. A gép és a gépészmérnök
- B. A gépek csoportosítása
- C. A tantárgy kapcsolata más tárgyakkal

II. A FIZIKAI MENNYISÉGEK ÉS KAPCSOLATAIK

- A. A fizikai mennyiségek kapcsolata más fizikai mennyiségekkel
- B. A mértékegység-rendszerek
- C. Néhány gyakran előforduló mennyiség helyes használatáról
 - 1. A tömeg és a súly
 - 2. A szög, szögsebesség és a fordulatszám
 - 3. A munka és a nyomaték
- D. Skalár- és vektormennyiségek
- E. A gépészmérnöki tevékenységet meghatározó alapvető törvények
 - 1. Az anyagmegmaradás törvénye
 - 2. Az energiamegmaradás törvénye
 - 3. az impulzusmegmaradás törvénye

III. A GÉPEK EGYENLETES ÜZEME

- A. Az egyensúly fogalma
- B. A mechanikai munka, mint görbe alatti terület
 - 1. A rugó munkája
 - 2. Vontatás lejtőn
- C. A munkateljesítmény
- D. A hatásfok
 - 1. A fajlagos fogyasztás
 - 2. A teljesítmény szalag
- E. A súrlódás üzemtani szerepe
 - 1. A kötél súrlódás
 - 2. A gördülőellenállás
 - 3. A csapsúrlódás
 - 4. A súrlódás a fékezés eszköze
- F. A mechanikai munka átvitele
 - 1. A vonó-, vagy tolórúd
 - 2. Az állócsiga
 - 3. A mozgócsiga
 - 4. A nyomaték átvitel gépeinek csoportosítása

- 5. A tengelykapcsolók
- 6. A szíjhajtás
- 7. A dörzs- és fogaskerék-hajtás
- G. A fordulatszám mérése
 - 1. Fordulatszám-látók
 - 2. Stroboszkópok
- H. A forgatónyomaték mérése
 - 1. A Prony-fék
 - 2. A villamos mérleggépek
- I. A gép veszteségei és hatásfoka változó terhelésnél
 - 1. A névleges hasznos teljesítmény és a terhelés
 - 2. Állandó veszteség
 - 3. A változó veszteség
 - 4. Különböző gépek állandó és változó veszteségei
 - 5. A terhelés és a hatásfok kapcsolata
 - 6. A hatásfok görbe maximuma
- J. Közepes terhelés, átlagos hatásfok
- K. Az üzem gazdaságossága
 - 1. Költségek, összköltség, bevétel
 - 2. A változat vizsgálat

IV. A GÉPEK VÁLTOZÓ SEBESSÉGŰ ÜZEME

- A. Egyenletesen és egyenlőtlenül változó mozgás
- B. A gyorsító erő munkája, a mozgási energia
- C. A megállási szakasz, a szabad kifutás
- D. A változó forgó mozgás
 - 1. A forgó rendszer tehetetlensége és mozgási energiája
 - 2. A forgó mozgás alapegyenlete
- E. A menetábra részletes vizsgálata
- F. A centripetális gyorsulás, centripetális erő
- G. A munkasebesség egyenlőtlensége
- H. A kulisszás hajtómű
- I. A forgattyús hajtómű

V. ENERGIAÁTVITEL FOLYADÉKOKBAN

- A. A folyadékok csoportosítása
- B. A folyadékok műszaki jellemzői
 - 1. Alapvető jellemzők
 - 2. A folytonosság törvénye
 - 3. A nyomás
 - 4. A teljes nyomás skála
- C. Erőátvitel nyomott folyadékkal
- D. A nyomás mérése

1. Folyadékos nyomásmérők

2. Fémmanométerek

E. A Bernoulli egyenlet ideális folyadékra

F. Veszteségmagasság

1. Áramlási veszteségek csővezetékben
2. A konfúzor
3. A diffúzor
4. Csőív és könyök
5. Az elzáró szerkezetek típusai
6. A szelep
7. A csap
8. A tolózár

G. A csővezeték jelleggörbe

H. A térfogatáram mérése

1. A köbözés
2. A Venturi cső

I. Az entalpia fogalma

1. Az összentalpia
2. A termodinamikai entalpia
3. A Bernoulli entalpia
4. A vízgőz jellemzői

J. Az impulzustétel

1. A sík lapra ható erő
2. A kifolyó sugár reakciója
3. A Borda-Carnot veszteség

VI. A MUNKAGÉPEK NÉHÁNY TÍPUSA

A. Az emelőgépek

1. A villamos üzemű emelőgép
2. A felvonó

B. A szivattyúk

1. Az egyszeres működésű dugattyús szivattyú
2. A folyadékszállítási diagram
3. Az indikátor diagram
4. A kétszeres működésű dugattyús szivattyú
5. A dugattyús szivattyú jelleggörbéje és összehatásfoka
6. Az örvényszivattyú

C. A ventilátor

VII. AZ ERŐGÉPEK ALAPVETŐ TÍPUSAI

A. A vízerőgépek

1. A vízkerék
2. A vízturbinák

B. A hőerőgépek

1. A hőerőmű

- 2. A kazánok
- 3. A gőzturbinák
- 4. A besőégésű motorok
- C. Villamos motorok
 - 1. Egyenáramú motorok
 - 2. A váltóáramú villamosenergia hálózat
 - 3. A váltóáramú, háromfázisú, indukciós aszinkron motor

VIII. A GÉPCSOPORT ÜZEME

- A. A jelleggörbe
 - 1. Erő- és munkagépek tipikus jelleggörbéi
 - 2. A munkapont
 - 3. Áramlástechnikai gépek jelleggörbéi
- B. A rendszertervezés

ELŐSZÓ

Ez a tankönyv elsősorban a BME Gépészmérnöki Karán oktató, azonos című tantárgy megtanulását kívánja segíteni, de számot tart a gépészmérnöki hivatást gyakorló, az alapfogalmak egyszerű magyarázata iránt érdeklődő olvasók érdeklődésére is.

A tárgyalásmód viszonylag egyszerű, hiszen a kapcsolódó tantárgyat elsőéves gépészmérnök hallgatók tanulják, matematikai előképzettségük szintje nem teszi lehetővé bizonyos fogalmak elmélyültebb tárgyalását.

E könyv mind tartalmában, mind szerkezeti felépítésében követi Pattantyús Ábrahám Géza sok kiadást megért, A gépek üzemtana című művét, amely gépészmérnök nemzedékek számára jelentette azt a tankönyvet, amelyet gyakorló mérnökként is haszonnal forgathattak. A szerző reméli, hogy ahhoz hasonlóan e tankönyv felkelti az elsőéves gépészmérnök hallgatók érdeklődését is és hozzájárul a legfontosabb célhoz, leendő hivatásuk megszerettetéséhez.

I. BEVEZETÉS

A) A gép és a gépészmérnök

Az Előszóban hivatkozott tankönyvben olvashatjuk: „Az ember életszükségleteiről való gondoskodás az anyagi alapja minden szellemi haladásnak is. E sokrétű szükséglet kielégítésére a természet nyújtotta **anyagok** és a **természeti erők** ősszállapotukban többnyire nem alkalmasak, szükség van tehát azok kitermelésére, tovaszállítására, feldolgozására, elraktározására és szétosztására is.

Ez az első pillantásra áttekinthetetlenül változatos feladatcsoport nagy általánosságban két részre osztható: **anyaggazdálkodásra** és **energiagazdálkodásra**, műszaki vonatkozásban pedig mindkét feladatkör kétféle eleme: az **alakváltozás** és a **helyváltoztatás**.”

Majd a továbbiakban:

„**Gépnek** nevezhető eszerint minden - **mechanikai elven működő** - **szerkezet**, amely az **anyag, vagy energia alakjának, vagy helyzetének tervszerű megváltoztatására alkalmas**.”

E meghatározás után olvassuk el, hogyan fogalmazták meg a BME Gépészmérnöki Karán 1976-ban a leendő **gépészmérnök feladatkörét!**

1. Gépek és gépészeti jellegű (mechanikai, áramlástechnikai és kalorikus) szerkezetek, berendezések és rendszerek tervezése, fejlesztése és az ehhez szükséges kutatómunka.
2. Gépészeti szerkezetekben, berendezésekben és rendszerekben lejátszódó jelenségek vizsgálata, folyamatok, műveletek és technológiák tervezése, fejlesztése és kutatása.
3. Az előbbiekkal összefüggő termelési gyártási és üzemeltetési folyamatok tervezése és irányítása.

B) A gépek csoportosítása

A gépek alakja, szerkezete, rendeltetése rendkívül változatos. A csoportosítási szempontok is sokfélék. Gyakori például a **rendeltetés szerinti** csoportosítás. Így csoportosítva beszélhetünk mezőgazdasági, közlekedési, vegyipari, építőipari, háztartási, stb. gépekről.

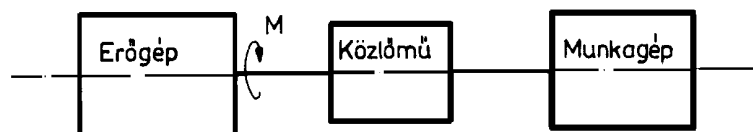
A **munka minősége** szerint beszélhetünk a szállítás és az alakváltoztatás gépeiről. E csoportokon belül megkülönböztethetők az anyag-, illetve energiaszállítás, valamint a megmunkálás, illetve energiaátalakítás gépei.

A gép üzemében főszerepet játszó **elemek, illetve közegek minősége** szerint megkülönböztethetünk mechanikus (merev szerkezeti elemekkel rendelkező), hidraulikus (folyadékkal, általában vízzel vagy olajjal dolgozó), pneumatikus (gázzal, általában levegővel üzemelő), villamos (az elektromos áram hatásain alapuló) gépeket.

A gépeket **szerkezetük szerint** csoportosítva beszélhetünk dugattyús gépekről, forgó alkatrészt tartalmazó, vagy forgó alkatrészt nem tartalmazó gépekről, stb.

A gépeket **nagyság szerint** csoportosítva nemcsak kis és nagy gépeket említhetünk, beszélhetünk egyedi gépekről, üzembről, ipartelepről is.

A gépeket leggyakrabban, mérnöki szempontból legegyszerűbben a **mechanikai munka átalakulása során játszott szerepük** szerint csoportosítjuk. (1. ábra).



1. ábra

Az erőgépek a külső (általában természeti) energia felhasználásával mechanikai munkát, legtöbbször forgó tengelyen nyomatékot (M) szolgáltatnak.

A közlőművek az erőgép szolgáltatta mechanikai munkát továbbítják.

A munkagépek a bevezetett mechanikai munkát az adott feladat elvégzésére hasznosítják.

Az erőgép, a közlőmű és a munkagép együtt **gépcsoportot** alkot.

Működésre képes rendszert csak gépcsoport alkothat. Egy munkagép nem használható, ha hajtásáról nem gondoskodunk, az erőgép tengelyére a termelt mechanikai munkát felhasználó munkagépet kell kapcsolnunk.

Az erőgép - közlőmű - munkagép rendszerbe a motoros fűnyíró géptől gőzturbinával hajtott generátorig a gépeknek az előbbi csoportosításokban megismert sokféle típusa mind besorolható.

Jegyezzük meg azonban, hogy ugyanaz a gép erőgép, illetve munkagép szerepét is betöltheti attól függően, hogy milyen rendszerben vizsgáljuk! Egy szivattyú pl. munkagép, ha a tengelyén igényelt mechanikai munka szerint nézzük, de erőgép, ha a folyadékkal közölt energia szerint vizsgáljuk. Ebben a második esetben azt hangsúlyozzuk, hogy a szivattyú szolgáltatja azt az energiát, amely a folyadéknak a csővezetéken - mint munkagépen - való áthaladásához szükséges.

Egy vasúti mozdonyban megtalálható a belsőégésű motor - hajtómű - hajtott kerek (futómű) alkotta erőgép - közlőmű - munkagép rendszer. A szerelvény szempontjából azonban az egész mozdony az erőgép, a horogszerkezet a közlőmű és a vagonok az anyagszállítás célját szolgáló munkagépek. Az erőgép - közlőmű - munkagép

megkülönböztetés nem mindig lehetséges egyértelműen, erre a továbbiakban találunk majd példát.

Itt még megjegyezzük, hogy az erőművek villamos generátorai- mint munkagépek - elektromos energiát termelnek. A vezetékhálózaton át a **villamos motorokhoz** juttatott energiából azok mechanikai munkát - forgó tengelyen nyomatékot - állítanak elő, tehát a **motorok** - az előállított mechanikai munka alapján - **erőgépek**.

C) A tantárgy kapcsolata más tárgyakkal

Az **Általános géptan** - mint azt címe is mutatja - műszaki alaptárgy. Az első félévben tanulandó természettudományok (matematika, geometria) mellett, az egyetlen olyan tantárgy, amely **leendő hivatásunkra** utal. A gépészmérnöki gyakorlatban nélkülözhetetlen **alapfogalmakat** (munka, energia, teljesítmény, veszteség, hatásfok, terhelés, egyenlőtlenség, stb.), **tevékenységeket** (műszaki számítás, mérés, mérés-értékelés, jegyzőkönyv-készítés, vázolási készség) tanítja, így a műszaki gondolkodásmódunkat, műszaki szemléletünket fejleszti. Mindezekhez egyszerű szerkezeteket is tárgyal, de soha ne tévesszük szem elől: a fő cél nem az illető szerkezet megtanulása (egyfajta lexikális géptani tudás), hanem a **folymatok** megismerése, mennyiségekkel való leírása és általánosítása.

A megtanulandó elvekhez példaként itt bemutatandó szerkezetek nagy részével találkozni fognak későbbi tanulmányaikban is. Van azonban a tantárgyban sok **műszaki alapfogalom** és tevékenység, amelyre a későbbiekben mindenütt építenek, amelyeket itt kell egyszer s mindenkorra megismerni.

A tantárgyat az első félévben adjuk elő, így ez a középiskolai anyagra, illetve az első félévben párhuzamosan tanult matematika és geometria fejezetekre alapsz.

Az elsajátítandó törvényszerűségek, gondolatmenetek és gépek mind egy-egy - a **további** félévekben sorra kerülő - **tantárgyra utalnak**.

Sokat fogunk foglalkozni a gépek egyenletes és változó sebességű üzemével, az üzemet befolyásoló erőkkel és nyomatékokkal, azok szerepével. Minderről részletesen a - gépészmérnök számára **alapvető** fontosságú - **Mechanika** című tantárgyban fogunk hallani. Áttekintjük a legegyszerűbb közlőműveket. Ezek szerkezeti kialakításával részletesen foglalkozik a **Gépelemek** című tárgy. Az áramló cseppfolyós és légnemű közeg - itt csak a legegyszerűbb esetre levezetett - energia viszonyairól az **Áramlástanban** fogunk részletesen tanulni. A belső energia és az entalpia fogalmát is meg fogjuk ismerni, de részletesen e mennyiségekkel a **Műszaki hőtan** ismerteti meg. Itt röviden foglalkozunk majd a villamos motorokkal. A gépészmérnök számára nélkülözhetetlen ismereteket az **Elektrotechnika** című tárgyban fogjuk hallani. Itt megismerünk majd tipikus erő- és munkagépeket. E gépekkel részletesen foglalkoznak a szaktárgyak (**Áramlástechnikai gépek**, **Kalorikus gépek**, stb.). Megismerkedünk a gépcsoport üzemével. Az itt tanultakat a **Rendszertechnika** című tárgy fogja általánosítani. Az **Anyagszerkezet** majd a **Gépgyártástechnológia** az anyaggal, illetve megmunkálásának módjával fog megismertetni. Négy alapvető mennyiség

(fordulatszám, nyomaték, térfogatáram és nyomás) - a nappali tagozaton el is végzendő - mérésével e tantárgyban is találkozunk majd, de a **Műszaki mérések** című tantárgy részletesen foglalkozik a **mérnök** egyik legfőbb tevékenységi körével, a méréssel.

Az itt felsorolt - és a sok további, de itt nem említett - tantárgyban egyaránt **hasznosítani fogjuk** az itt megtanulandó alapfogalmakat, valamint a műszaki folyamatokban az energia átalakulását vizsgáló **energetikai szemléletet** és a **műszaki problémák következetes végiggondolásának** módszerét.

Végül, de nem utolsósorban a **Matematika** című tantárgyat említjük. A matematika alapvető fogalmainak használatakor a középiskolában tanultakra szorítkozunk. Bővebben használjuk a differenciálszámítás alapfogalmait, megoldunk egyszerű szélsőérték feladatot, mert az ehhez szükséges anyagot az első félévben matematikából tanulják. Az integrálás gyakorlatának hiányában a síkgörbék alatti - fizikai jelentéssel bíró - területeket a vizsgált tartomány részintervallumokra bontásával, s az így nyert téglalapok összegzésével állítjuk elő. E módszer a **számítógépek** használatához szükséges **numerikus módszerek** elsajátítását alapozza. Alkalmazzuk továbbá a vektorokkal végezhető egyszerű műveleteket. Már e felsorolás is utal arra: annak, hogy jó gépészmérnökök legyünk, egyik fontos feltétele az **alapos matematikai** tudás.

II. A FIZIKAI MENNYISÉGEK ÉS KAPCSOLATAIK

A műszaki folyamatokban **az anyag különféle tulajdonságai** állandók maradnak, vagy térben és időben változnak. **Az anyag e tulajdonságai a fizikai mennyiségek. A folyamatok** leírása, mérése és számítása, azaz vizsgálata szükségessé teszi, hogy ezekkel a mennyiségekkel részletesen foglalkozzunk.

A fizikai mennyiségeket csoportosíthatjuk. A továbbiakban kétféle csoportosítással foglalkozunk. Egyrészt vizsgálni fogjuk a fizikai mennyiségek kapcsolatát más fizikai mennyiségekkel (alap- és származtatott mennyiségek), másrészt csoportosítani fogunk a fizikai mennyiséget jellemző adatok száma szerint (skalár-vektor-tenzor).

A) A fizikai mennyiségek kapcsolata más fizikai mennyiségekkel

A fizikai mennyiségek között meghatározott összefüggések vannak.

Ezeket az összefüggéseket a **dimenziók** közötti kapcsolat írja le. A dimenzió felírására az egyes fizikai mennyiségek nagybetűs jelét használjuk. L a hosszúság, M a tömeg, F az erő, T az idő, stb. **szimbolikus jele**. Ha a fizikai mennyiségek közül egyeseket **alapmennyiségeknek** tekintünk, akkor az összes fizikai mennyiség dimenziója összefüggésekkel meghatározott módon kifejezhető az alapmennyiségek dimenzióival.

A fizikai mennyiségeket tehát először egymással való kapcsolatuk alapján csoportosítjuk. Így megkülönböztetünk **alapmennyiségeket és származtatott mennyiségeket**.

Az alapmennyiségek választása bár önkényes, de nem lehet tetszőleges. A geometriában egy alapmennyiség, a hossz, (L) elegendő a geometriai problémák vizsgálatához. A mozgástanban általában a hossz (L) és az idő (T) az alapmennyiség. Származtatott mennyiség a **sebesség**,

$$v = \frac{L}{T}$$

és a **gyorsulás**

$$a = \frac{L}{T^2}$$

A mechanika származtatott mennyiségeinek megalkotásához újabb alammennyiséget kell választanunk. Ez a tömeg (M). Az erő így:

$$F = MA = \frac{ML}{T^2}$$

Azt mondjuk: „Az erő dimenziója a tömeg szorozva a gyorsulással”. A dimenzió tehát a mennyiség **fizikai lényegét** fejezi ki.

Egy adott fizikai mennyiség - függetlenül attól, hogy alap- vagy származtatott mennyiség-e - **nagyságát** kéttényezős szorzat fejezi ki:

Mennyiség = mérőszám x mértékegység.

A mérőszám azt mutatja, hogy a szóban forgó mennyiség hányszorosa az egységnek. Például:

$$l = 5 \text{ m}$$

A mennyiségek jelölésére számításainkban általában kisbetűket használunk. Ha egy összefüggésben aztán a **nagyságot** helyettesítjük, akkor ezt a kéttényezős szorzatot írjuk be.

Tehát az

$$L = VT$$

dimenzió egyenletnek megfelelően az egyenletesen változó mozgásra felírható

$$\ell = \frac{v - v_0}{2} t$$

mennyiségi egyenlet

$$\ell = \frac{1,5 \text{ m/s} - 0,5 \text{ m/s}}{2} \cdot 10 \text{ s} = 5 \text{ m}$$

helyettesítéssel oldható meg. A mindennapi gyakorlatban - ha az eredmény mértékegysége nyilvánvaló - gyakran csak a mérőszámot helyettesítjük. Ez azonban helytelen és csak a következetesen SI (l. később) alapegységek használata esetén

engedhető meg. Éppen a **mértékegység** jelenléte utal arra, hogy fizikai mennyiségekkel dolgozunk, azaz nem algebrai, hanem **műszaki számítást** végzünk.

B) Mértékegység-rendszerek

A mennyiség kifejezésére használt szorzat második tényezőjének - a mértékegységnek - vizsgálata vezet a mértékegység-rendszer kérdéséhez. A különböző mennyiségek mértékegységei mértékegység-rendszert alkotnak.

Alapegységekként célszerűen az alapmennyiségek mértékegységeit választják, a származtatott mennyiségek egységei pedig **származtatott mértékegységek** lesznek. A származtatás a dimenziók alapján történik. Például a gyorsulás mértékegysége az

$$L \cdot T^{-2}$$

dimenzióinak megfelelően

$$m \cdot s^{-2}$$

Az olyan mértékegység rendszert, amelynek származtatott mértékegységei az alapegységek hatványainak szorzataiból **számszerű tényezők nélkül** előállíthatók, összehangolt (koherens) mértékegység-rendszernek nevezzük. Az ilyen mértékegység-rendszer alkalmazása azért rendkívül előnyös, mert használata során nincs szükség átszámítási tényezőkre. Egy-egy mértékegység-rendszer kialakulása, bevezetése és általános használatba vétele mindig hosszú időt igényelt.

Az első rendező elv a **metrikus mértékegység-rendszer** bevezetése volt. Ezt a francia nemzetgyűlés 1791-ben fogadta el. Hazánk 1876-ban csatlakozott hozzá.

E század közepén általánosan elterjedt az ún. **műszaki mértékegység-rendszer**. Ennek alapegységei a hosszúság, az erő és az idő volt. Az erő alapmennyiségnek való választása sok műszaki számítás elvégzését megkönnyítette. Az erő mértékegysége azonban a hagyományos erőkilogramm lett, az alapegységet a Föld nehézségi erőtere alapján határozták meg. Az erőkilogramm új nevet is kapott: **1 kilopond** az az erő, amely 1 kg tömeget $9,80665 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ normális nehézségi gyorsulással mozgat. Az erő alapegységként való választásával a műszaki mértékegység-rendszerben a tömegnek az

$$M = \frac{F}{A}$$

dimenzióinak megfelelően

$$\text{kp} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{m}^{-1}$$

mértékegysége van.

A műszaki mértékegység-rendszer számos mértékegység-rendszeren kívüli - azaz nem az alapegységek hatványainak szorzataiból képzett - egységet is tartalmazott.

Használatos volt például hőmennyiség egységként a kilókalória:

$$1 \text{ kcal} = 427 \text{ kpm},$$

teljesítmény egységként pedig a lóerő:

$$1 \text{ LE} = 75 \frac{\text{kpm}}{\text{s}}.$$

Az ilyen egységek kiterjedt használata következtében a műszaki mértékegység-rendszer nem lehetett koherens. Az erő alapegységének egy (tulajdonképpen tömeg) etalonnal és a Föld nehézségi erőterével való meghatározása a tömeg és a súly fogalmának gyakori keveréséhez vezetett. Nem célszerű a tömegre adódó származtatott mértékegység sem.

A műszaki mértékegység-rendszerrel egyidőben más mértékegység-rendszereket is használtak.

A CGS és a MKS rendszer közül az elsőt inkább a fizika, a másodikat az elektrotechnika alkalmazta. Alapmennyiség - a hosszúság és az idő mellett - mindkettőben a tömeg (gramm, illetve a kilogramm) volt. E mértékegység-rendszerekből fejlődött ki a ma használt **SI mértékegység-rendszer**.

Az SI (Système International d'Unites) mértékegység-rendszer használata hazánkban 1980-tól kötelező.

Alapegységei:

I. hosszúság	méter	m
II. tömeg	kilogramm	kg
III. idő	másodperc	s
IV. (elektromos) áramerősség	amper	A
V. termodinamikai hőmérséklet	kelvin	K
VI. fényerősség	kandela	cd
VII. anyagemennyiség	mol	mol

Kiegészítő egységek:

VIII. síkszög, szög	radián	rad
---------------------	--------	-----

IX. térszög

szteradián

sr.

Az SI mértékegység-rendszer alap- és származtatott egységeit - tudományágak szerinti bontásban - az **MSZ 4900** szabványsorozat tartalmazza.

C) Néhány gyakran előforduló mennyiség helyes használatáról

1. A tömeg és a súly

A mérnöki gyakorlatban - és a mindennapi életben is - sokszor kell **anyagmennyiséget** megadnunk. Az anyagmennyiség jellemzésére egyértelműen a tömeg szolgál. Hogyan határozható azonban meg, hogy tetszés szerinti anyag tetszés szerinti mennyisége hányszorosa az etalon tömegének? Ilyen **összehasonlítást erőméréssel** végzünk. Ha egy erőterben **azonos helyen** a másik tömegre **ugyanakkora erő** hat, mint az etalonra, **tömegük megegyezik**. Ez az ismert tény vezet - az SI rendszer hozta világos tömeg és erő megkülönböztetés ellenére - a két fogalom gyakran helytelen használatára.

A súlyerő függ az erőter nagyságától. Az 1 kg tömegre ható erő, a **térerősség** az egyenlítőn

$$g_e = 9,780490 \text{ m / s}^2,$$

a sarkokon

$$g_s = 9,832155 \text{ m / s}^2.$$

Így 1 kg tömeg **súlya** az egyenlítőn

$$G_e = 1 \text{ kg} \cdot 9,780490 \text{ m / s}^2 = 9,780490 \text{ N}$$

a sarkokon pedig

$$G_s = 1 \text{ kg} \cdot 9,832155 \text{ m/s}^2 = 9,832155 \text{ N}$$

A Föld nehézségi erőterét a nemzetközi normál gyorsulással jellemzik:

$$g = 9,80665 \text{ m/s}^2$$

Mindennapi gyakorlatunkban:

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

1 kg tömeg súlya tehát

$$G = 1 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 9,81 \text{ N}$$

A súly tehát a Föld felszínén sem mindenhol egyforma. **A Holdon** a nehézségi erőter erőssége

$$g_H = 1,62 \text{ m/s}^2$$

Ott az 1 kg tömeg súlya

$$G_H = 1 \text{ kg} \cdot 1,62 \text{ m/s}^2 = 1,62 \text{ N}$$

Ha **a Holdon** tennénk az etalon és a vele egyező tömeget karos mérleg két serpenyőjébe, a mérleg természetesen **egyensúlyban** lenne: az összehasonlító módszer mindaddig használható, amíg egyáltalán van erőter.

A súlytalanság állapotában ilyen összehasonlítás nem végezhető. A súlyerő tehát a térerősség függvénye, térerősség hiányában el is tűnik. **A tömegben** megadott anyagmennyiség azonban **abszolút jellemző**, az anyag mennyiségét földrajzi helytől, térerősségtől függetlenül, **egyértelműen** jellemzi.

A mérnöki gyakorlatban gyakori „súlyszámítások” valójában **tömegszámítások**, ahol az egyes résztömegeket kg mértékegységgel adjuk meg. Gépeink „súlypontjai” is ennek megfelelően tömegnyomatékkal számolt **tömegközéppontok**.

A **súly** szót azonban **nem kell** mindenáron **megkerülni**. Nyugodtan beszélhetünk **súlyról** akkor, ha a tömegnek arról a tulajdonságáról van szó, hogy téreőről hat rá. Így beszélhetünk „súlyos teherről”, „nagy súlyról”, sőt méréseinkhez „súlykészletet” használhatunk. Csak akkor kerüljük a súly szót, ha a mondatból **nyilvánvaló, hogy tömegről** van szó! Helyesen tehát így fogalmazunk: „Számításainkban egy ember tömege 75 kg.”

2. A szög, szögsebesség és a fordulatszám

Az SI mértékegység-rendszer VIII. (kiegészítő) egysége a síkszög mértékegysége a radián.

Egy radián a kör sugarával egyenlő hosszúságú körívhez tartozó középponti szög. A síkszöget tehát az **ívhossz és a sugár hányadosaként** határozzuk meg. Dimenziója így:

$$\phi = \frac{L}{L} = 1,$$

azaz dimenziója nincs. Mértékegysége azonban - célszerűségi okokból - van. Hogy hányszorosa a szögünkhöz tartozó ívhossz a sugárnak azt fejezi ki a:

$$\phi [\text{rad}].$$

A **szögsebesség** értelmezése és mértékegysége:

$$\omega = \frac{\phi}{t} \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

A **szögsebesség** dimenziója

$$\Omega = \frac{1}{T}$$

Ugyancsak ez a dimenziója a műszaki gyakorlatban gyakran használt fordulatszámnak (n) is. A fordulatszám forgó gépelemek körülfordulásainak száma osztva az idővel. Azaz az egységnyi időre eső fordulatok száma.

A két mennyiség **megkülönböztetését** is lehetővé teszi a **szög mértékegységének** bevezetése. A fordulatszám dimenziótlan számlálója darabszámot jelent - a szögsebességé radiánban kifejezett szöget:

$$n \left[\frac{1}{s} \right]$$

$$\omega \left[\frac{\text{rad}}{s} \right]$$

Megjegyezzük, hogy a [rad] mértékegységet még a szöggyorsulás számlálójában írjuk ki, de **további mennyiségekben**, amelyek a síkszöggel számíthatók, **már nem**. Ezenél ugyanis a síkszög dimenziótlansága már nem okozhat zavart. (Pl. a síkszöget nyomatékkal szorozva munkát kapunk, de a munka mértékegységében a [rad] mértékegység nem szerepel.)

A szögsebességről a fordulatszámra való áttérés módja:

$$\omega = 2\pi \, n \, ,$$

hiszen minden egyes körülfordulás 2π radián befutásával jár. Ez az összefüggés **mértékegység független** egyenlet. A fordulatszámot [1/min] mértékegységgel helyettesíthetjük. A szögsebességet ekkor természetesen [rad/min] mértékegységben kapjuk.

A mindennapi gyakorlatban a fordulatszám hagyományos, szemléletes fogalmát használjuk a forgómozgás jellemzésére - [1/min] mértékegységgel. A szögsebességet azonban egyenleteinkben [rad/s] mértékegységgel használjuk. Az átszámítást szolgáló képlet:

$$\omega = \frac{2\pi \, n}{k}$$

amely azonban már **mértékegység függő**. **k** az átszámítási tényező.

A

$$60 \text{ s} = 1 \text{ min}$$

mértékegység egyenletből

$$k = 60 \frac{\text{s}}{\text{min}} = 1$$

értéket helyettesítve, hiszen eggyel bármit eloszthatunk, vagy megszorozhatunk anélkül, hogy bármi változna:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60 \frac{\text{s}}{\text{min}}} \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

alak kötelezően előírja, hogy a fordulatszámot [1/min]-ban helyettesítsük, hogy a szögsebességet [rad/s] mértékegységben kapjuk. Ha tehát az állandóhoz, a „váltószám”-hoz - mint jelen esetben - mértékegység kapcsolódik, azt az egyértelműség céljából **mindig ki kell írni** [3600 s/h, 1000 m/km, 3,6 s.km/h.m, stb.]

3. A munka és a nyomaték

Mind a **munka**, mind az **erőnyomaték** dimenziója

$$F \cdot L$$

azaz erő szorozva hosszúsággal. Az **erőnyomaték** mértékegysége [N.m], azaz a fizikai lényeg a mértékegységben is kifejezésre jut. A **munka mértékegysége** ezzel szemben nevet kapott [Joule, J]. Mind a nyomaték, mind a munka mértékegységének kifejezése az alapegységekkel,

$$\left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \right],$$

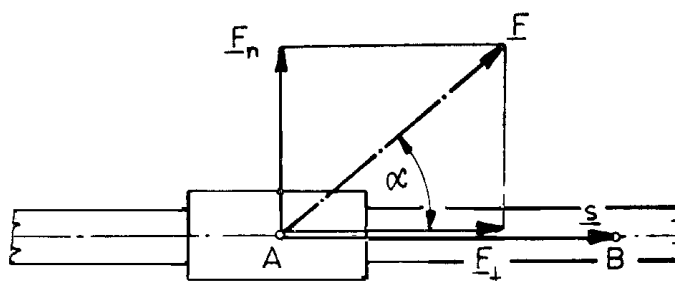
természetesen azonos.

D) Skalár és vektor mennyiségek

A fizikai mennyiségeket **csoportosíthatjuk** aszerint is, hogy hány adattal jellemezhetők. Az egy adattal egyértelműen meghatározott mennyiségeket **skalárnak**, a három adattal leírhatókat **vektornak**, a kilenc adattal jellemezhetőket **tenzornak** nevezzük.

Skalár mennyiség például az idő és a munka.

A vektor mennyiségekkel végezhető műveletekkel a **vektoralgebra** foglalkozik részletesen. Egy általános helyzetű (térbeli) vektort három derékszögű koordinátája (összetevője) egyértelműen meghatároz. E tantárgyban csak **síkvektorokkal**, s így két összetevővel fogunk találkozni. A leggyakrabban használt vektor mennyiség az erő, a sebesség és a gyorsulás.



2. ábra

A 2. ábrán sínen gördülő kocsit látunk, amelyet a sín pár irányával α szöget bezáró, állandó $\underline{F}$ erővel vontatunk. A kényszerpályán (a síneken) való mozgást a megfelelő peremmel készült kerekek (66. ábra) biztosítják. Az $\underline{AB} = \underline{s}$ vektor kijelöli a vontatás útját. A végzett munka az erő- és útvektor skaláris szorzatával egyenlő.

$$W = \underline{F} \cdot \underline{s} = |\underline{F}| |\underline{s}| \cos \alpha$$

A munkát tehát úgy kapjuk, hogy az erőnek az elmozdulás irányába eső összetevőjét szorozzuk az elmozdulással. A mérnöki gyakorlatban - az erő és az út fogalmának használatakor - legtöbbször munka számítás a cél. Ezért az erővektort út irányú (pálya irányú) és pályára merőleges összetevőkre bontjuk. Az egyenes pálya is

felfogható végtelen sugarú körívnek, így a pálya irányú összetevőt érintő irányú - tangenciális - komponensnek nevezzük. Erre merőleges a normális összetevő

$$\underline{F}_t = \underline{F} \cos \alpha$$

$$\underline{F}_n = \underline{F} \sin \alpha$$

így a munka

$$W = |\underline{F}_t| |\underline{s}|$$

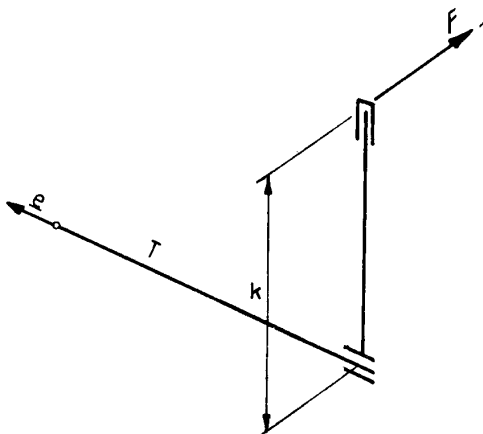
A továbbiakban a vektor - vagy bármely összetevője - **abszolút értékét az aláhúzás nélküli betűjellel** jelöljük. Így végül

$$W = F_t \cdot s \quad [\text{J}]$$

A vektoralgebrában szokásos jelölésekre csak akkor fogunk visszatérni, ha a gondolatmenet szükségessé teszi a vektor mennyiségek vektor jellegének hangsúlyozását.

Gyakran fogunk találkozni a továbbiakban az erő tengelyre számított **nyomatékának** fogalmával. Vázlatainkban a - papír síkjára merőleges - tengely és a papír síkjának dőléspontjára számítjuk ilyenkor a nyomatékot, pedig valójában **tengelyre vett nyomatékról** van szó. Az erő tengelyre számított nyomatéka az erőnek és az erő karjának a szorzata. A 3. ábra szerint:

$$M = F k$$



3. ábra

Az erő a tengely körül kétféle értelemben forgatható. A tengely azonban mindig irányított (a 3. ábrán: $\underline{e}$) egyenes szakasz. A tengelyre számított nyomaték pozitív, ha a tengely nyilával szembenézve a forgásértelmet az óramutató járásával ellentétesnek látjuk (3. ábra).

Az erőnek tengelyre számított nyomatéka **előjeles** skaláris mennyiség.

A tengelyre vett nyomatékot a szögelfordulással (φ) szorozva kapunk munkát:

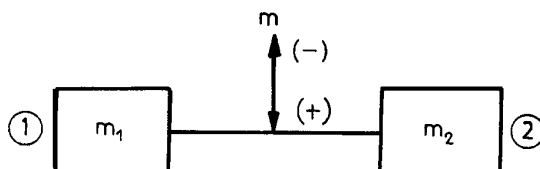
$$W = M \cdot \varphi \quad [\text{J}]$$

E) A gépészmérnöki tevékenységet meghatározó alapvető törvények

1. Az anyag megmaradás törvénye

Ha egy térrészbe bizonyos anyagmennyiséget (m) viszünk be, vagy egy bizonyos anyagmennyiséget elveszünk onnét (ekkor m negatív szám), akkor fennáll az alábbi összefüggés (4. ábra).

$$m_1 + m = m_2$$



4. ábra

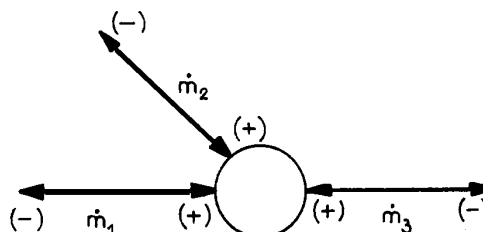
Másképp fogalmazva: a rendszerben tartózkodó m_1 tömeg Δt idő alatti megváltozása egyenlő a Δt idő alatt a rendszerbe bevitt (m pozitív), vagy a rendszerből kivitt (m negatív) tömeggel.

Cseppfolyós vagy légnemű közeg **áramlását**, az időegységenként egy csőkeresztmetszeten áthaladó tömeggel, az

$$\dot{m} \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]$$

tömegárammal jellemezzük. Az anyag megmaradásának törvényét áramló közegre is megfogalmazhatjuk. Például **összenyomhatatlan közeg** (folyadék) **áramlásánál** egy ún. csomópont (csőelágazás) felírható (5. ábra).

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 + \dot{m}_3 = 0$$



azaz a csomópontba annyi tömeg 5. ábra
érkezik időegységenként, amennyi onnét távozik. Az érkező tömegáramokat pozitívnak, a távozó tömegáramokat pedig negatív értéként helyettesítjük. Szokásosan - n tömegáram esetén - a törvény így írható fel:

$$\sum_{i=1}^n \dot{m}_i = 0$$

(A görög nagy szigma (Σ) a „szumma jel” jelentése: összegezzük!)

Az anyagmegmaradás törvényét elágazás nélküli csőszakaszra is meg fogjuk fogalmazni (V.B., fejezet 2. pont).

2. Az energia megmaradás törvénye

Az **energia** munkavégző **képesség**, azaz egy anyagmennyiségre jellemző állapot. A **munka** időben lejátszódó **folyamat**. A folyamat eredményeként a vizsgált anyagmennyiség (rendszer) energia készlete növekedhet, vagy csökkenhet. Munkavégzés hiányában a rendszer energia készlete nem változik, állandó marad - ezt fejezi ki az energia megmaradás törvénye.

Másképp fogalmazva: egy rendszerben tartózkodó tömeg energiája megváltozik, ha a rendszerre ható erők munkát végeznek. De megváltozik a rendszerben tartózkodó tömeg energiája akkor is, ha ki-, vagy beáramló tömegek energiát hoznak be, vagy visznek ki, illetve energiát tömegáramlás nélkül vezetünk be vagy el.

Bármely közeg háromféle energiafajtaival rendelkezik.

1. Helyzeti, vagy potenciális energia (E_h),
2. Mozgási, vagy kinetikus energia (E_m)
3. Belső energia (E_b).

E három energia összege marad állandó egy adott rendszerben, illetve változtatható meg munkavégzéssel. A munkavégzés mechanikai munkavégzést (W), vagy hőközlést (Q) jelent. A **munka** egy adattal meghatározható, de a tengelyre számított nyomatékhoz hasonlóan a munka is **előjeles skalár mennyiség**. A mechanikai munkát akkor tekintjük pozitívnak, ha aktív (mozgató) erők, illetve nyomatékok végzik és akkor negatívnak, ha passzív (például súrlódási) erők emésztik fel. Másképp fogalmazva: a munka pozitív, ha a környezetből áramlik a vizsgált rendszerbe, fordított áramlási irányban pedig negatív. Ugyanez az előjelszabály érvényes a hőre is.

Az előbbieket szerint felírható általános összefüggés

$$E_{h1} + E_{m1} + E_{b1} + W + Q = E_{h2} + E_{m2} + E_{b2}$$

Itt Q és W tehát pozitív, vagy negatív érték (6. ábra).

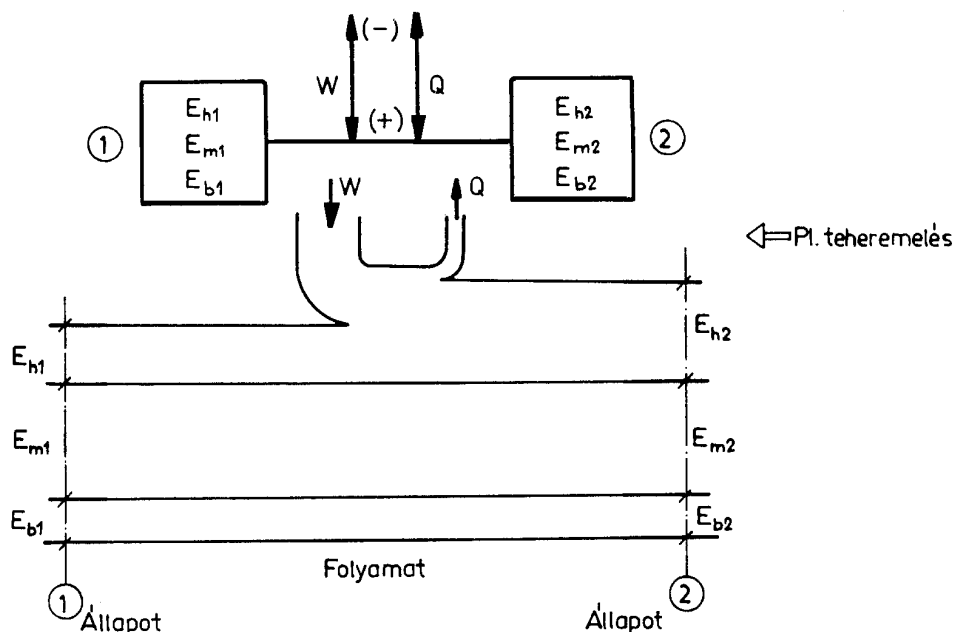
Ha mechanikai munkavégzés nincs ($W = 0$), és hőcsere sincs a környezettel ($Q = 0$), akkor az energia megmaradás törvénye szerint :

$$\sum E_1 = \sum E_2$$

A 9. ábrán látható m tömeget h magasságra emeltük. A mozgási és a belső energia nem változott. Így

$$W + Q = E_{h2} - E_{h1} = \Delta E_h = mgh$$

Q itt **negatív érték**: az emelés közben fellépő, viszonylag kicsi - hővé alakuló - súrlódási veszteséget jelenti. Ezt a - teheremelésre általában jellemző - példaként tárgyalt esetet a 6. ábra alsó részén energiaszalaggal szemléltettük. Az energiaszalag szélessége az energia, ill. munka (vagy hő) értékével arányos.



6. ábra

Az előbbiekhöz hasonló vizsgálatokat kétféleképpen végezhetünk: az ellenőrzött tömeg, vagy az ellenőrzött térfogat módszerével.

Ellenőrzött tömegről akkor beszélünk, ha az anyag egy meghatározott mennyiségét vizsgáljuk, a vizsgálat során mindig **ugyanarról** az anyagmennyiségről van szó, bár lehetséges, hogy a térfogata, vagy a határoló felület alakja közben változik. Ezt a módszert választjuk, ha az **anyag nem áramlik**, azaz legtöbbször szilárd halmazállapotú közeg vizsgálatakor. A „nem áramlás” természetesen nem jelenti az anyag abszolút, vagy relatív nyugalmi állapotát. Az itt tárgyalt teheremelési példában - amelyben az ellenőrzött tömeg módszerét alkalmaztuk - sem maradt az m tömeg nyugalomban.

Az ellenőrzött térfogat a tér egy meghatározott része, amelyet határoló felülete „az ellenőrző felület” választ el környezetétől. Az ellenőrzött térfogat általában állandó nagyságú, nem mozog, részben valós, részben képzelt felületek határolják. Az ellenőrzött térfogat módszerét választjuk **áramló rendszerekben**. Ellenőrzött térfogatot (a csőelágazást) vizsgáltunk az előző pontban, amikor az anyag megmaradás törvényét áramló cseppfolyós közegre írtuk fel.

Olyan energetikai folyamattal, amelyben a mozgási energia változik a IV. fejezetben fogunk találkozni. Az itt nem tárgyalt belső energiával az V. fejezet I. pontjában ismerkedünk meg részletesebben. Az ellenőrzött térfogat módszerét az V. fejezet E pontjában fogjuk alkalmazni energetikai vizsgálathoz.

3. Az impulzus megmaradás törvénye

A gyorsító erővektor ($\underline{F}$) és a gyorsulásvektor ($\underline{a}$) közötti ismert kapcsolat, Newton II. törvénye, az alábbi alakokban általánosabb érvénnyel írható fel:

$$\underline{F} = m \underline{a} = m \frac{d\underline{v}}{dt} = \frac{d}{dt} (m \underline{v}) = \frac{d}{dt} (\underline{I})$$

A második lépésben a gyorsulást a sebesség ($\underline{v}$) első differenciálhányadosaként értelmeztük, majd az m tömeget is bevittük a differenciálási utasítás mögé. Az

$$\underline{I} = m \underline{v} \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \right]$$

a **mozgásmennyiség vektor**. Az

$$\underline{F} dt = d(m \underline{v}) \left[\text{N} \cdot \text{s} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \right]$$

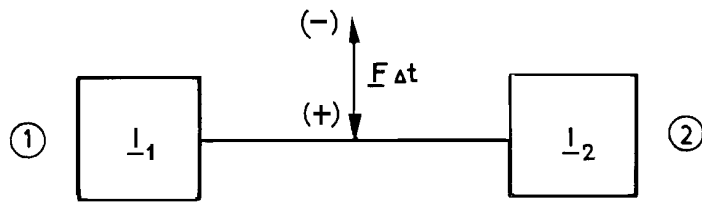
összefüggés baloldalán az **erőlökés (erőimpulzus)**, jobboldalán a mozgásmennyiség megváltozása áll. Az (erő-)impulzus és a mozgásmennyiség dimenziója és így mértékegysége megegyezik.

Egy ellenőrzött m tömeg mozgásmennyiségének megváltozása egyenlő a tömegre ható erő impulzusával. Végesen kicsi (Δt) időre vonatkoztatva:

$$\underline{F} \Delta t = \Delta \underline{I} = \underline{I}_2 - \underline{I}_1 \left[\text{N} \cdot \text{s} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \right]$$

Ezt az összefüggést a 7. ábra szemlélteti. Pozitív impulzus növeli, negatív impulzus csökkenti a mozgásmennyiséget. Ha az ellenőrzött m tömegre **erő nem hat**, illetve a ható erők egyensúlyban vannak, akkor **a rendszer mozgásmennyisége** nem változik. A mozgásmennyiség állandóságának természetesen feltétele az is, hogy ki- vagy

beáramló tömegek se növeljék, vagy csökkentsék a vizsgált **rendszer** mozgásmennyiségét.



7. ábra

Az impulzus (helyesebben mozgásmennyiség) **megmaradásának törvényét** - áramló rendszert az ellenőrzött térfogat módszerével vizsgálva - az V.J. fejezetben fogjuk alkalmazni.

III. A GÉPEK EGYENLETES ÜZEME

Egyenletes üzemről beszélünk, ha haladó mozgás esetén a sebesség

$$v = \frac{s}{t} = \text{állandó}$$

illetve forgómozgás esetén a szögsebesség

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \text{állandó.}$$

A) Az egyensúly fogalma

A gép egyenletes üzemének feltétele, hogy a haladó mozgásnál a ható erők eredője nulla legyen, azaz

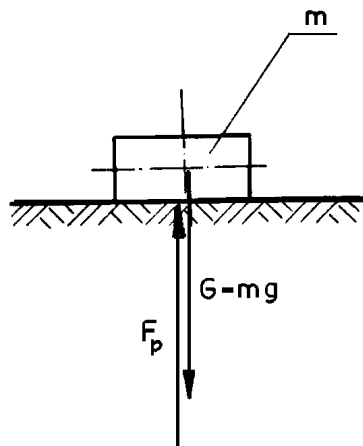
$$\sum F = 0$$

Tengely körüli forgásnál a nyomatékok összege nulla, így

$$\sum M = 0.$$

Ha a pozitívnak vehető **hajtóerő**, ill. **hajtónyomaték** nagysága **megegyezik** a negatív **ellenállás erő**, ill. nyomaték nagyságával, **egyensúlyról** beszélünk.

A gépek egyenletes üzemének feltétele az erők és a nyomatékok egyensúlya.



8. ábra

Egyensúlyi állapotban van a nyugalomban lévő test is. A 8. ábrán rajzolt m tömegű ládára G **aktív súlyerő** hat. A reakcióerő, az F_p pályanyomás ellenkező előjelű, azonos nagyságú erő. A passzív reakcióerőt általában magától értetődőnek tartjuk, s az itt tárgyalt - és a hasonló - esetekben mindig a test G súlyáról beszélünk csak. Pedig a reakcióerő biztosítja az egyensúlyt, a test nyugalmi állapotát.

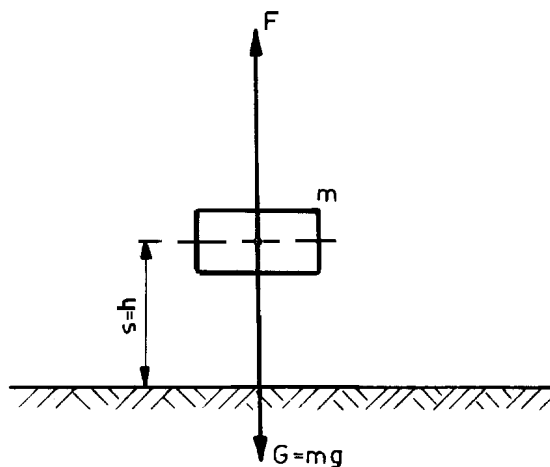
Az egyensúly kialakulásának **műszaki feltételei** vannak. A 8. ábrán látható elrendezésnél pl. az alátámasztó felületnek megfelelő szilárdságúnak kell lennie ahhoz, hogy a láda G súlyát viselni, azaz F_p pályanyomást szolgáltatni tudja.

Az **egyenletes üzemállapot fenntartásához szükséges egyensúly tervezése alapvető műszaki feladat**. Általában ugyanis a cél - az indítási és megállási szakaszoktól eltekintve - az **állandó sebességű** üzem.

B) A mechanikai munka, mint görbe alatti terület

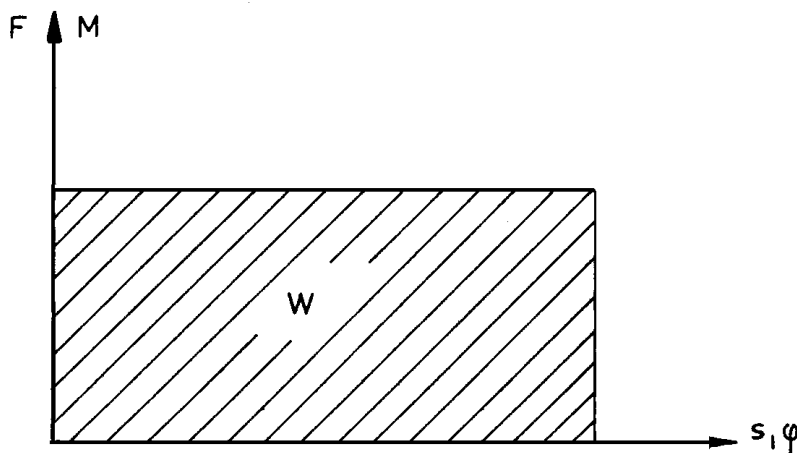
Az F erő s úton elmozdulva, az M nyomaték φ szögelforduláson **forgatva** munkát végez. Mechanikai munka tehát **mozgás** közben keletkezik.

Az erőt az út, a nyomatékot a szögelfordulás függvényében felrajzolhatjuk. A görbe alatti terület - a diagram területe - **a munkával arányos**. A 10. ábra az 1. és 9. ábrán szemléltetett munkavégzés diagramja. A 9. ábra az m tömeg súlyával megegyező nagyságú F mozgatóerőt mutat, amely az m tömeget $s = h$ magasságra emelte. Az 1. ábrán erőgép látható, amely a kapcsolódó rendszert állandó M nyomatékkal φ szögelforduláson forgatja.



9. ábra

Gyakori eset, hogy az erő, ill. a nyomaték az elmozdulás közben változik (11. ábra).



10. ábra

Feltételezhető, hogy egy kocsit folyamatosan változó emelkedésű lejtőn (vagy változó ellenállású vízszintes pályán) vontatunk, s így - az egyensúly fennmaradása céljából - a mozgatóerő is folyamatosan változik.

A **végzett munka** ebben az általános esetben is diagram területtel arányos. Vizsgáljunk egy viszonylag rövid Δs hosszúságú szakaszt, amelyen az F erő gyakorlatilag állandó, F_i ! A Δs szakaszon végzett munka

$$\Delta W_i = F_i \cdot \Delta s$$

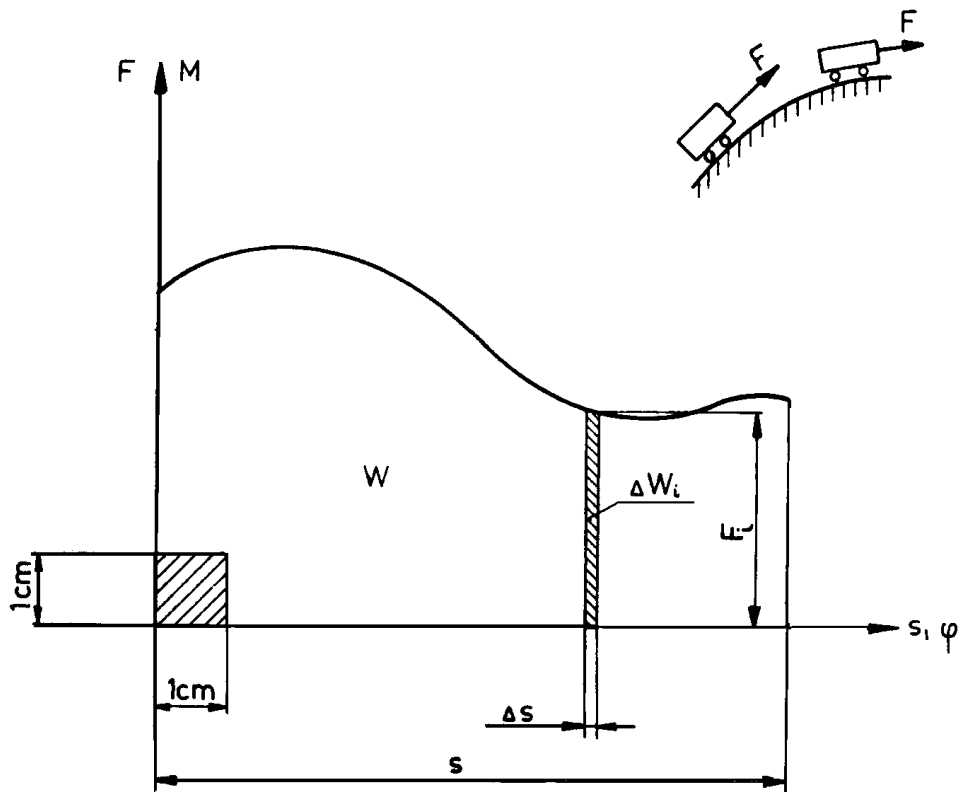
Ezzel az elemi munkával a vonalkázott, keskeny téglalap területe arányos. Ilyen (n számú) téglalap területekből az egész görbe alatti területet **összerakhatjuk**, azaz

$$W = \sum_{i=0}^{i=n} \Delta W_i = \sum_{i=0}^{i=n} F_i \Delta s$$

Ez a gondolatmenet vezet az integrál fogalmához. Ha ugyanis a görbe alatti területet végtelen keskeny téglalapokból rakjuk össze, eredményünk nem **közelítő**, hanem **pontos** lesz. Ha tehát $\Delta s \rightarrow ds$, akkor

$$W = \int_0^s F \, ds$$

A diagram alatti terület meghatározása valamilyen területmérő módszerrel (planimetrálással) is elvégezhető. A területmérés eredményét felület egységben, pl. cm²-ben kapjuk.



11. ábra

Ismernünk kell a léptéket, amellyel a munka kiszámítható.

Léptékek írhatók fel a tengelyekre. Az abszcisszán az **út lépték**

$$\lambda_s = a \quad [\text{m} / \text{cm}]$$

Az ordinátán az erő lépték

$$\lambda_F = b \quad [\text{N/cm}]$$

azaz az abszcisszán 1 cm megfelel „a” méter útnak, az ordinátán 1 cm megfelel „b” newton erőnek.

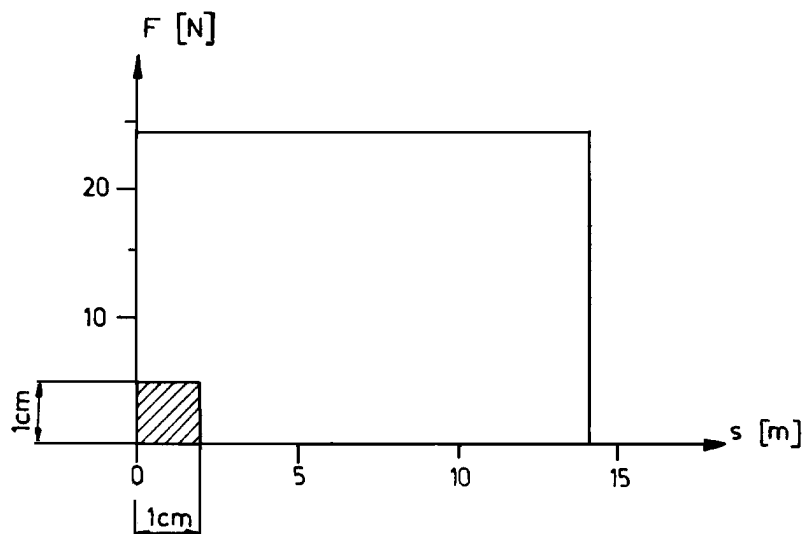
A munka lépték

$$\lambda_W = \lambda_s \lambda_F = ab \quad [\text{J/cm}^2]$$

azaz a terület 1 cm²-e „ab” joule munkának felel meg. A munka léptékekkel megszorozva a területet (A), a vele arányos munkát (W) kapjuk.

$$W = A \lambda_W \quad [\text{J}]$$

Ha pl. a 9. ábrán látható emelésnél $h = 14 \text{ m}$ és $m = 2,5 \text{ kg}$, akkor a test G súlyával megegyező emelőerő $F = 24,6 \text{ N}$. Legyen az út lépték $\lambda_s = 2 \text{ m/cm}$, az erő lépték pedig $\lambda_F = 5 \text{ N/cm}$. A munka lépték így $\lambda_W = 10 \text{ J/cm}^2$. Az út-erő diagramot a 12. ábrán láthatjuk.



12. ábra

A diagram rajzolását a célszerűen választott léptékek alapján **skála** készítésével kezdjük. A skálát nem kell túl sűrűn ellátni számjegyekkel, a túl sűrű számozás inkább zavarja, mint segíti a diagram használatát. A jól elkészített skálák a diagram használhatóságának alapvető feltételei. A számozáshoz tartozó **mértékegységet** (pl. szögletes zárójelben) a tengelyeken **ábrázolt mennyiségek betűjele** után írjuk.

Példánkban a diagram terület $A = 34,4 \text{ cm}^2$, ami $W = \lambda_w \cdot A = 10 \text{ J/cm}^2 \cdot 34,4 \text{ cm}^2 = 344 \text{ J}$ munkát jelent.

1. A rugóerő munkája

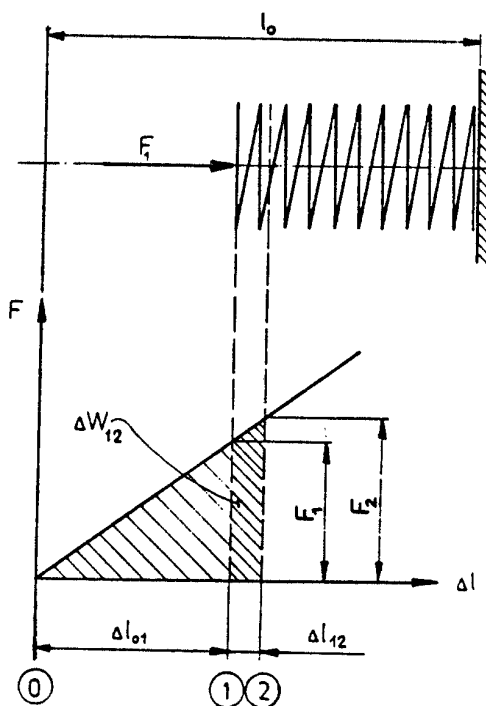
A helyzeti energiákhoz sorolható az az energia is, amit a rugó halmaz fel, ha összenyomjuk.

A 13. ábrán l_0 hosszúságú csavarrugó látható Δl_{01} mértékben összenyomott, ún. előfeszített állapotban. Az összenyomáshoz szükséges erő az összenyomással egyenesen arányos. Az arányossági tényező a **rugóállandó**,

$$c \left[\frac{\text{m}}{\text{N}} \right]$$

azaz az egységnyi erőre eső összenyomódás.

Ha az előfeszített rugót további Δl_{12} mértékben összenyomjuk, a végzett munka a sűrűn vonalkázott területtel arányos, a rugóban raktározott helyzeti energia nő.



13. ábra

$$\Delta W_{12} = \Delta l_{12} \frac{F_1 + F_2}{2} = \Delta E_h$$

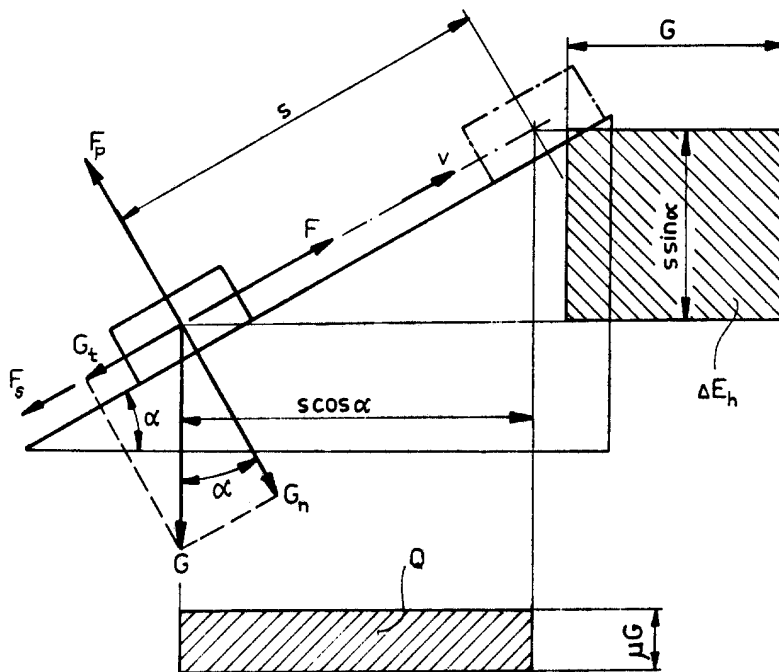
A rugóban felhalmozott energia a vonalkázott háromszög területtel arányos

$$E_h = (\Delta l_{01} + \Delta l_{12}) \frac{F_2}{2}$$

2. Vontatás lejtőn

Részen helyzeti energiává, részben súrlódási hővé alakul a végzett mechanikai munka, ha lejtőn felfelé vontatunk.

A 14. ábrán látható lejtőn lévő ládát állandó sebességgel felfelé kívánjuk mozgatni. Az ellenállások - a mozgást akadályozó erők - a kívánt mozgás v sebesség vektorával ellentett értelműek.



14. ábra

Két ilyen erő van. A súly pályairányú összetevője,

$$G_t = G \sin \alpha$$

és a súrlódási ellenállás. Ez - mint később részletesen tárgyaljuk - a pályanyomás és a súrlódási tényező (μ) szorzataként számítható. A pályanyomás itt a súly pályára merőleges összetevőjével tart egyensúlyt.

$$F_p = G_n = G \cos \alpha$$

a súly pályára merőleges összetevője. Így

$$F_s = \mu G \cos \alpha$$

A mozgásirányú erők egyensúlyát az ellenállásokkal egyenlő mozgató erő (F) állítja helyre.

$$F = G_t + F_s$$

azaz

$$F = G \sin \alpha + \mu G \cos \alpha$$

A ládát s úton toljuk fölfelé. A mozgatóerő munkája:

$$W = F s = G s \sin \alpha + \mu G s \cos \alpha$$

A kéttagú eredmény a végzett munka két részre bontását teszi lehetővé. Az első tag **helyzeti energia növekedés**. Az $s \sin \alpha$ távolság az emelkedés magassága (*14. ábra*).

Az $s \cos \alpha$ távolság az s vízszintes vetülete. A második tag akkora súrlódási munkát jelent, amekkorát akkor kaptunk volna, ha a G súlyú testet ezen a - lejtővel azonos felületminőségű - vetületi szakaszon végighúzzuk.

A hajtóerő munkája tehát részben helyzeti energiává, **részben súrlódási hővé** alakult. A *14. ábrán* a munkaterületeket is megrajzoltuk.

A helyzeti energia növekedés

$$\Delta E_h = G s \sin \alpha$$

azaz

$$W - \mu G s \cos \alpha = \Delta E_h$$

Ha ezt az egyenletet összevetjük a III. E. fejezet 2. pontjában emelésre levezetett, és a 6. ábrán szemléltetett

$$W + Q = \Delta E_h$$

összefüggéssel, akkor megállapítható: energetikai szempontból előjelezve a munkákat, Q itt is negatív érték.

Az ellenőrzött tömeggel közölt mechanikai munka egy részét a súrlódási veszteség fedezésére kell fordítani, és csak a fennmaradó rész alakul át helyzeti energia növekménnyé.

C) A munkateljesítmény

Ha az elemi végzett munkát elosztjuk az elvégzéséhez szükséges idővel, akkor a pillanatnyi **teljesítményt** (P_i) kapjuk.

$$P_i = \frac{dW}{dt} \left[\text{watt} = \frac{\text{joule}}{s} = \frac{N \cdot m}{s} = \frac{kg \cdot m^2}{s^3} \right]$$

A haladó mozgás közben kifejtett **állandó** teljesítmény a

$$P = \frac{Fs}{t} = F v \quad [\text{watt}]$$

képlettel is számolható. Itt F erőt, s utat és v sebességet jelent.

Forgó mozgás közben az M nyomaték **állandó** teljesítményét a

$$P = \frac{M\dot{\varphi}}{t} = M\omega \quad [\text{watt}]$$

összefüggéssel számoljuk. Itt M nyomatékot, φ szögelfordulást, ω szögsebességet jelent.

A teljesítmény skalár mennyiség. Ha a teljesítmény **állandó**,

$$W = P t$$

összefüggés alapján számítható a teljesítményből a munka. Az idő függvényében változó teljesítmény esetén a munkát a

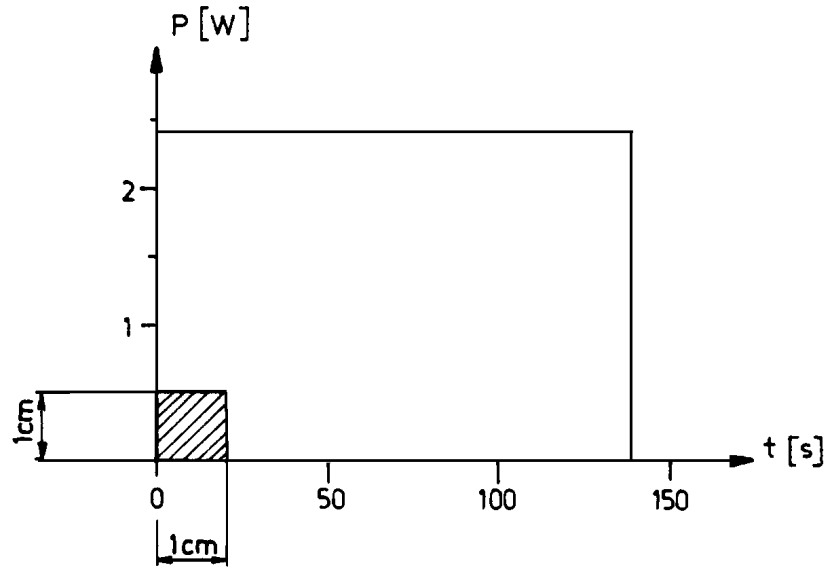
$$W = \int_0^t P dt$$

összefüggésből kapjuk. Az előbbi szorzat a műszaki életben gyakran használt **munka mértékegység** bevezetését teszi lehetővé.

$$1 \text{ Wh} = 1 \text{ watt} \cdot 3600 \text{ s} = 3600 \text{ joule}.$$

Gyakrabban használt munka mértékegység az

$$1 \text{ kWh} = 3\,600\,000 \text{ joule}$$



15. ábra.

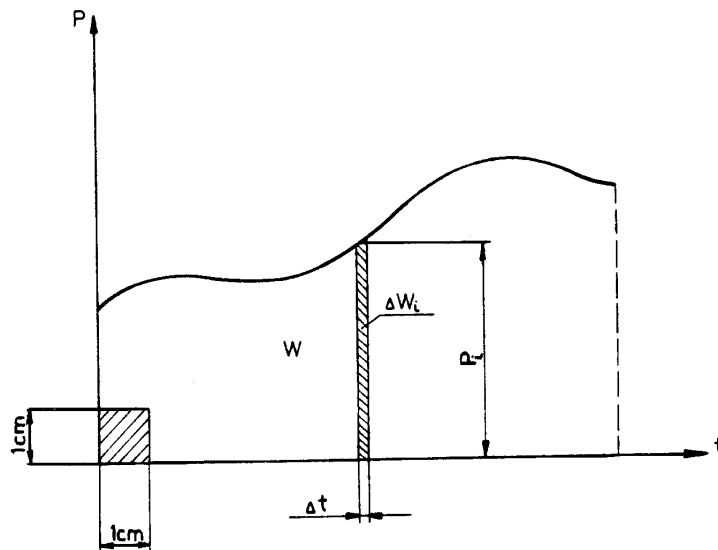
Az előbbi összefüggésekből következik, hogy az **idő-teljesítmény görbe alatti terület munkát jelent**. A 9. ábrán látható emelés munkáját már kiszámítottuk, az út erő diagram alapján (12. ábra). Ha az emelés sebessége $v = 0,1$ m/s volt, akkor a $h = 14$ m út befutása $t = 140$ s-ig (2 perc 20 másodpercig) tartott. Az emelő erő $F = 24,6$ N volt, így

$$P = F v = 24,6 \text{ N} \cdot 0,1 \text{ m/s} = 2,46 \text{ W}$$

A 15. ábrán a teljesítményt az idő függvényében ábrázoltuk. A léptékek $\lambda_t = 20$ s/cm, $\lambda_P = 0,5$ W/cm, $\lambda_W = \lambda_t \cdot \lambda_P = 10$ J/cm². A diagram területe $A = 34,4$ cm². A munka, $W = A \cdot \lambda_W = 344$ J.

Ha a teljesítmény az idő függvényében változik, akkor az elemi munka (16. ábra):

$$\Delta W_i = P_i \Delta t$$



16. ábra

Az összes munka

$$W = \sum_{i=0}^{i=n} \Delta W_i = \sum_{i=0}^{i=n} P_i \Delta t$$

A diagram területét meghatározva - a munka lépték ismeretében - a munka kiszámítható.

D) A hatásfok

A hatásfok (η) egy gépbe, (berendezésbe, rendszerbe) bevezetett teljesítmény hasznosítási foka. Kiszámíthatjuk a hasznos teljesítmény (P_h) és a bevezetett teljesítmény (P_b) hányadosaként :

$$\eta = \frac{P_h}{P_b}$$

A hasznos és bevezetett teljesítmény helyett gyakran kimenő és bemenő teljesítményt mondunk, utalva arra, hogy a gép hasznos teljesítményt **szolgált**at és bevezetett teljesítményt **igényel**.

A hatásfok vonatkozhat egy gépre, annak akár egy elemére, de egész gépcsoportra is.

Az energia megmaradás törvényéből következik, hogy

$$\eta \leq 1$$

azaz a kimenő teljesítmény sohasem lehet több, mint a bemenő.

A bevezetett teljesítmény általában egyértelmű fogalom. **A hasznos teljesítmény azonban viszonylagos.** Az energia megmaradás törvényéből ugyanis az is következik, hogy a bemenő és kimenő teljesítmények valójában egyenlők, csupán a kimenőből **mi leválasztjuk** a hasznosnak ítélt részt, és azt írjuk a hatásfok meghatározásának számlálójába.

A teljesítmény veszteség (P_v) a bevezetett és a hasznos teljesítmény különbsége

$$P_v = P_b - P_h$$

A mechanikai munkavégzésénél **a súrlódási ellenállás** legyőzésére szükséges teljesítményt általában a veszteségek közé soroljuk. De még ez is lehet hasznos, ha pl. a felmelegedett hűtővízzel valamit fűtünk.

A veszteség tehát az energia értékelését jelenti, a célul kitűzött energia átalakítás szempontjából, nem pedig elpusztult, megsemmisült értékre utal.

1. A fajlagos fogyasztás

A gépek egy csoportjának - a hőerőgépeknek - az energia hasznosítását gyakran a fajlagos fogyasztással, illetve fajlagos hőfogyasztással fejezzük ki. A hőerőgépek a tüzelőanyagok hasznosítható energia tartalmát alakítják mechanikai munkává. A tüzelőanyag hasznosítható energia tartalma - mint bevezetett munka - **fűtőérték**

$$H = \frac{W_b}{m_t} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

Ha ebből az üzemanyagból a hőerőgép **fogyasztása**:

$$\dot{m}_t = \frac{m_t}{t} \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]$$

akkor a bevezetett teljesítmény

$$P_b = \dot{m}_t H \quad [\text{W}]$$

A fajlagos fogyasztás az erőgép **hasznos munkájára** vonatkoztatott üzemanyag tömeg:

$$b = \frac{m_t}{W_h} = \frac{m_t}{tP_h} = \frac{\dot{m}_t}{P_h} \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot \frac{1}{\text{W}} = \frac{\text{kg}}{\text{J}} \right]$$

Ezt a mennyiséget a gyakorlatban a P_h [kW] és m_t [kg/h] helyettesítéssel nyerhető b [kg/kWh] mértékegységgel képezik.

Figyelembe vehetjük azt is, hogy az energiahordozó minden kg-ja H [J/kg] **bevezetett** energiát jelent. Így kapjuk a **fajlagos hőfogyasztást**

$$q = bH = \frac{m_t}{W_h} \cdot \frac{W_b}{m_t} = \frac{W_b}{W_h} \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{J}} \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg}} = \frac{\text{J}}{\text{J}} \right]$$

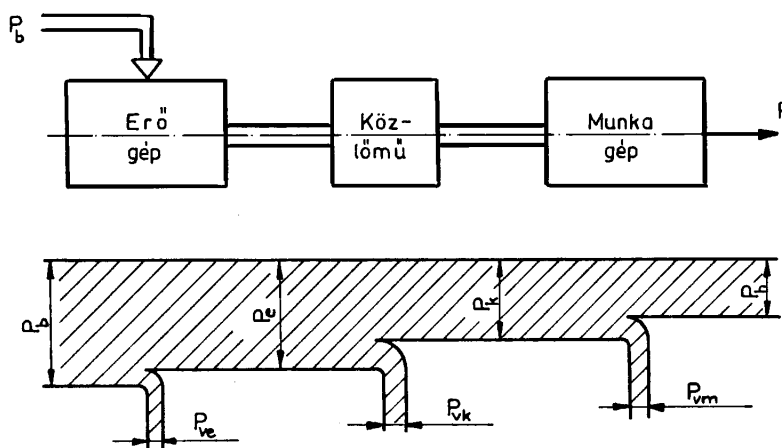
A fajlagos hőfogyasztás megadja, hogy **egységnyi hasznos munkára mennyi bevezetett energia jut. A fajlagos hőfogyasztás tehát dimenzió nélküli mennyiség.**

A hőerőgép hatásfoka a fajlagos hőfogyasztásból számolható, hiszen a hatásfok az előbbi hányados reciproka:

$$\eta = \frac{1}{q}.$$

2. A teljesítmény szalag

A teljesítmény alakulása egy gépcsoportban a teljesítmény szalaggal szemléltethető. A 17. ábrán egy erőgép - közlőmű - munkagép gépcsoport alatt teljesítmény szalagot látunk. A szalag szélessége a megfelelő teljesítménnyel arányos. A teljesítmény szalag a veszteségek miatt egyre keskenyedik. Az erőgépnek, a közlőműnek, munkagépnek egyaránt van vesztesége (P_{ve} , P_{vk} , P_{vm}).



17. ábra

A P_e (hasznos) teljesítményű erőgép hatásfoka, ha az erőgépbe P_b teljesítményt vezettünk:

$$\eta_e = \frac{P_e}{P_b}$$

A P_k (hasznos) teljesítményű közlőmű hatásfoka:

$$\eta_k = \frac{P_k}{P_e}$$

A P_h a hasznos teljesítményű munkagép hatásfoka:

$$\eta_m = \frac{P_h}{P_k}$$

A gépcsoport **összhatásfoka**

$$\eta_0 = \frac{P_h}{P_b}$$

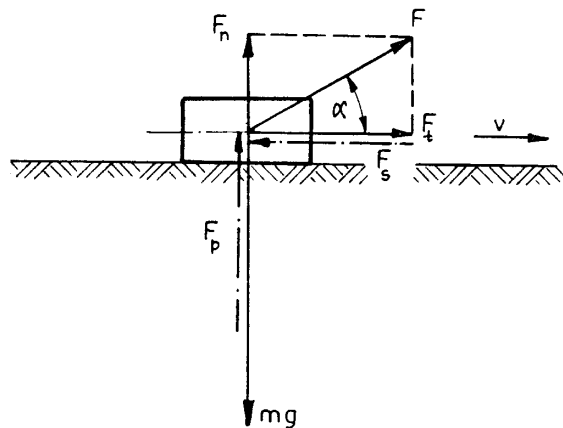
egyenlő a **részhatásfokok** szorzatával:

$$\eta_0 = \eta_e \cdot \eta_k \cdot \eta_m$$

Ez az eredmény általánosítható, több összekapcsolt gép, vagy gépelem, illetve különféle veszteség fajtákból adódó részhatásfokok **szorzata** adja mindig az **összhatásfokot**.

E. A súrlódás üzemtani szerepe

Az egymással érintkező, teljesen sima felületű testek a közös érintősík irányában egymásra semmiféle erőhatást nem fejtenek ki. A felszínek tökéletes simaságát feltételezhetjük ugyan, a feltevést azonban legtöbbször még közelítően sem tudjuk megvalósítani. A testek felszíne kisebb-nagyobb mértékben mindig érdes. Még a leggondosabban megmunkált felületen is egyenetlenségek, kiemelkedések és bemélyedések vannak. A felszínek ilyen állapota miatt az egymással érintkező testek az érintősík irányába eső elmozdulással szemben is ellenállást fejtenek ki, vagyis a két test egymásra gyakorolt hatásának van az érintősík irányába eső összetevője is. Ez a súrlódás., amelyet a műszaki életben sokszor igyekszünk minél inkább csökkenteni (csapágyak) sokszor azonban éppen a minél nagyobb súrlódás teszi lehetővé a szerkezet működését (fékek).



18. ábra

A 18. ábrán látható ládat ferde irányú vonóerővel húzzuk. Súrlódásmentes esetben (jó közelítéssel jégen vontatott jégtábla esetén) a vonóerő - miután valamely v sebességre már felgyorsítottunk - nulla.

Érdes pálya, illetve láda esetén az állandó sebességű mozgathoz is erő kell. A vonóerő vízszintes összetevője az érintkező testek érintősíkjában ébredő súrlódási ellenállást győzi le.

$$F \cos \alpha = F_t = F_s$$

A legyőzendő F_s súrlódási ellenállás a pályanyomás (F_p azaz a testeket összeszorító erő) és a súrlódási tényező (μ) szorzata.

$$F_s = \mu F_p$$

A súrlódási tényező a felületek anyagától, érdességétől és kis mértékben az elmozdulás sebességétől függ.

A pályanyomás nagysága:

$$F_p = mg - F_n = mg - F \sin \alpha$$

Az ábrán a pályanyomást pont-vonallal rajzoltuk.

A 18. ábrán rajzolt esetben a vonóerőt, súrlódóerőt a tömegközponthoz támadónak tekintjük. Ez közelítés, hiszen a súrlódóerő biztosan a felületek közös érintősíkjában ébred. Általában külön mérlegelés dönti el, hogy ez a közelítés megengedhető-e, azaz a forgató-, felborító nyomatékok figyelmen kívül hagyhatók-e.

A 18. ábrán látható vontatás egyensúlyi egyenlete

$$F \cos \alpha = \mu(mg - F \sin \alpha)$$

alkalmas az állandó sebességű mozgathoz szükséges F erő meghatározására.

Ebben az összefüggésben μ a mozgásbeli súrlódás tényezője.

Álló testek esetében is beszélhetünk súrlódásról. A nyugalombeli súrlódás és a mozgásbeli súrlódás közötti különbség a 19. ábrán tanulmányozható.

A 19. ábrán a láda vízszintes helyzetben, majd különböző hajlásszögű (α) lejtőkön van.

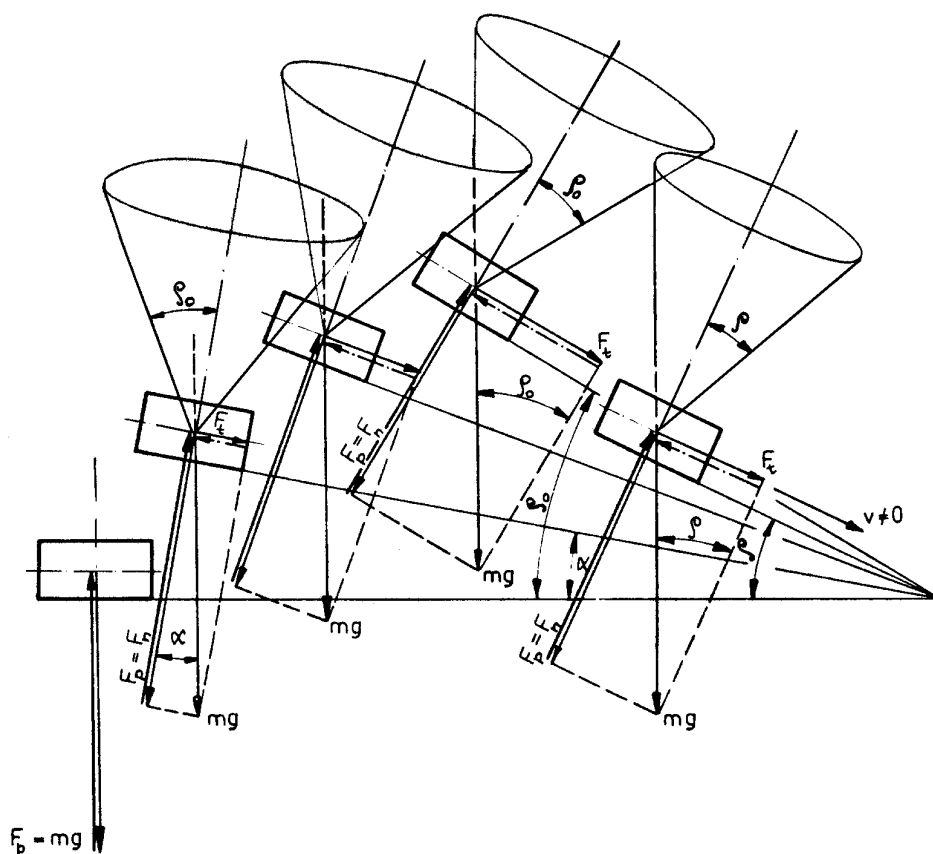
Az ábra bal szélén az érintkező felületekre merőlegesen az mg súlyerő hat, azaz pályanyomásról már beszélhetünk. A pályanyomás azonban a súrlódóerő ébredésének csupán egyik feltétele. A passzív **súrlódóerő** csak valamilyen hatás ellenhatásaként ébredhet. Ilyen hatás itt még nincs. Ha a pályát kissé megdöntjük, a súly pályairányú összetevője,

$$F_t = mg \sin \alpha$$

a lejtőn lefelé irányuló mozgást okozza. Feltételezzük azonban, hogy a test nem indul meg. Az F_t erőt súrlódás - a **nyugvó súrlódás** - egyensúlyozza. A súrlódóerőt az ábrán pont-vonallal rajzoltuk. Az ábra szerint egyre meredekebb lejtőn az F_t tangenciális erővel **együtt nő** a súrlódás, de csak az

$$F_t = F_s = F_p \cdot \tan \rho_o$$

értékig. Ekkor ugyanis a test mozgásnak indul. ρ_o a nyugalombeli súrlódás kúpjának félkúpszöge. Amíg a testre ható aktív erő (itt mg) hatásvonala a kúpon belül van, a nyugalom fennmarad.



19. ábra

A test nyugalmi helyzetében is ébredt tehát súrlódás, ezt a súrlódást **nyugvásbeli súrlódásnak** nevezzük. Nagysága éppen akkora, mint az érintő síkban lévő erő, amelyik ébreszti (a 19. ábrán F_t), de nem lehet egy meghatározott határértéknél nagyobb. Ezen belül mindig éppen akkora nyugvásbeli súrlódóerő ébred, amekkorára szükség van.

$$F_s \leq F_p \operatorname{tg} \rho_0$$

ahol $\operatorname{tg} \rho_0 = \mu_0$, azaz

$$F_s \leq \mu_0 F_p$$

A nyugvásbeli súrlódás tényezője (μ_0) az érintkező felületek tulajdonságainak függvénye.

A nyugvásbeli súrlódás értékét egyenlőtlenség fejezi ki, amely csak határesetben megy át egyenlőségbe.

Térjünk vissza ezekután a mozgásbeli súrlódásra, amelyet a 18. ábra segítségével vezettünk be. A nyugvásbeli és a mozgásbeli súrlódás tényezője általában nem egyenlő egymással, azaz

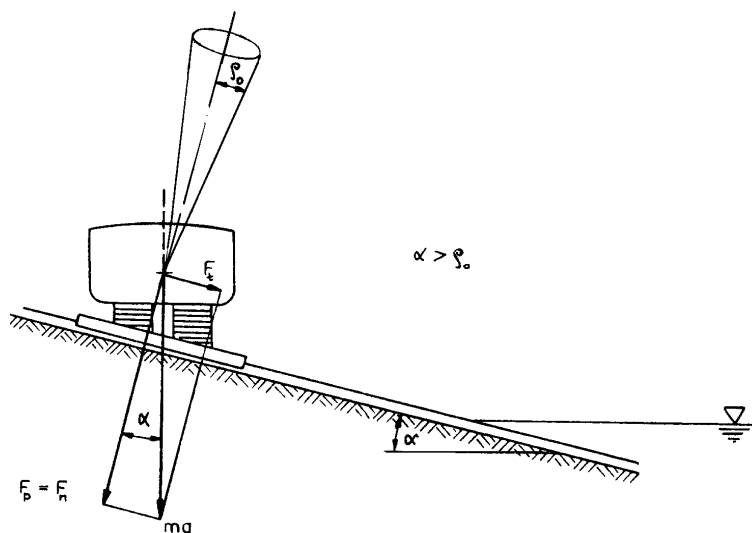
$$\mu_0 \neq \mu$$

A mozgásbeli súrlódás félkúpszögét (ρ) is bevezetve írható, hogy rendszerint (19. ábra)

$$\operatorname{tg} \rho = \mu < \mu_0 = \operatorname{tg} \rho_0$$

de vannak esetek, amikor fordított egyenlőtlenség áll fenn.

A mérnöki gyakorlatban legtöbbször a mozgásbeli súrlódás tényezőjét használjuk, és ezt nevezzük röviden **súrlódási tényezőnek**. Előfordul azonban, hogy a nyugvásbeli súrlódás vizsgálata elengedhetetlen. A 20. ábra egy hajót mutat vízrebocsátás előtti állapotban.



20. ábra

A hajótest fából készült alépítményen nyugszik, amely szánkókra támaszkodik. A fordított U alakú szánkók zsírral kent csúszdákon haladhatnak. A hajótestet kötelek tartják. A kötelek kioldásának pillanatában csak akkor fog a hajótest a víz felé megindulni, ha az aktív erő (az mg súly) hatásvonala a nyugvásbeli súrlódás kúpján kívül esik.

A súrlódási tényező pontos értéke adott esetben méréssel határozható meg. Legegyszerűbb a 19. ábra szerint egy változtatható meredekségű lejtőn a meginduláshoz (ρ_0) illetve az állandó sebességű mozgáshoz (ρ) tartozó dőlésszöget megállapítani. A dőlésszög tangense a súrlódási tényezővel egyenlő.

Ha a **súrlódás csökkentése** a célunk, akkor az érintkező felületeket minél simábbra készítjük. Ugrásszerű javulás érhető el kenőanyag alkalmazásával. Az alábbi táblázat tájékoztató értékeket tartalmaz.

	A nyugvásbeli súrlódás tényezője, μ_0		A mozgásbeli súrlódás tényezője, μ	
	szárazon	kenve	szárazon	kenve
Acél acélon	0,15-0,14	0,12-0,11	0,23-0,10	0,10
Acél jégen	0,027	-	0,014	-
Acél fán	0,6	0,11	0,5-0,4	0,10-0,08
Fa fán	0,6-0,4	0,4-0,2	0,5-0,3	0,20-0,08

A táblázatból is kitűnik, hogy az anyaminőség száraz állapotban jobban befolyásolja μ_0 illetve μ értékét, mint kent állapotban. A különbségek kenőanyag (zsír, olaj) alkalmazása esetén nagy mértékben kiegyenlítődnek. Kenőanyagok alkalmazásakor előfordul, hogy a testek felületei nem is érintkeznek egymással, és így a testek száraz súrlódása helyébe a folyadéksúrlódás lép, ami más természetű, mint a szilárd testek súrlódása.

1. A kötelsúrlódás

Ha r sugarú, álló, sima dobra hajlékony kötelet fektetünk, akkor az egyik végére függesztett G súlyt ugyancsak G nagyságú erővel tartjuk egyensúlyban (21. ábra). Érdes

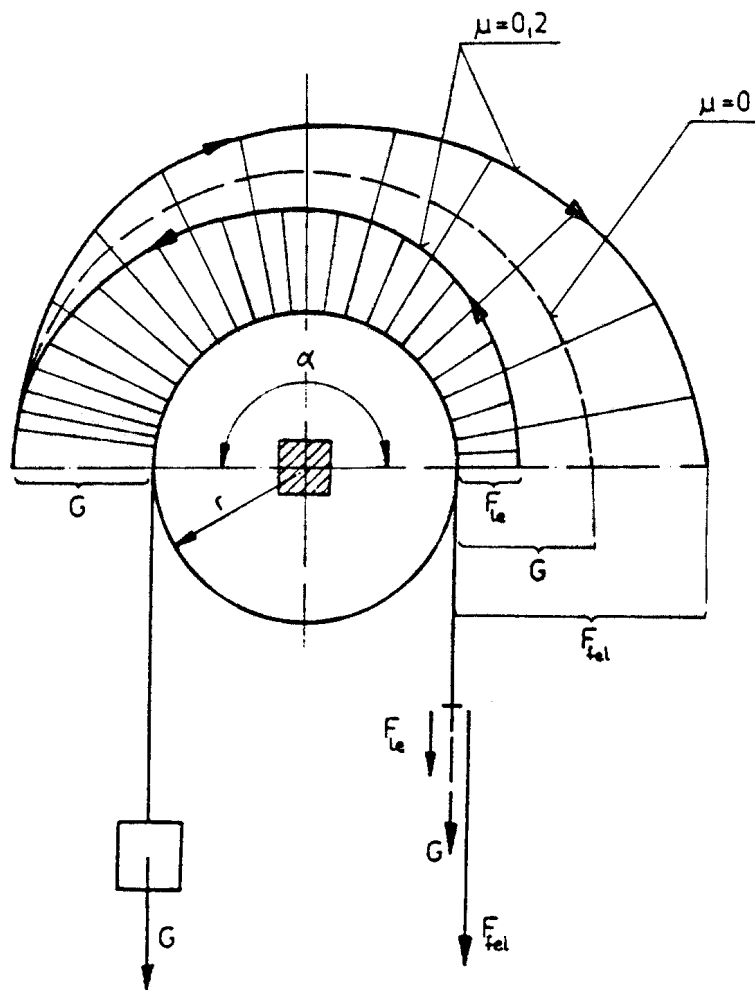
hengerfelszín és a ráfeszülő köté (szíj) között súrlódóerők ébrednek. E súrlódóerők hatására a kötélerő a felfekvés mentén fokozatosan változik. A köté szabad ágát megfogva, a G súlyú teher lefelé engedéséhez kisebb erő is elegendő, mint a G súly:

A teher emeléséhez - mert ekkor a súrlódás nem segít, hanem azt is le kell győzni -

$$F_{\text{fel}} > G$$

erőre lesz szükség.

A 21. ábrán a vonalkázással kiemelt görbék a kötélerő változását mutatják az előbbi két esetben. A nyilak a köté csúsztatásának irányára utalnak.



21. ábra

Matematikailag igazolható, hogy az álló hengerpaláston átvett kötél nem csúszik meg, ha a kötélerők hányadosa kisebb, mint $e^{\mu\alpha}$.

Itt e a természetes logaritmus alapja, μ a hengerfelszín és a kötél között ébredő súrlódás tényezője, α pedig a kötél által érintett terület középponti szöge radiánban.

Így a 21. ábrán rajzolt esetben

$$G = F_{fe} \cdot e^{\mu\pi}$$

és

$$F_{\text{fel}} = G \cdot e^{\mu\pi}$$

A 21. ábra erő arányaihoz tartozó számértékek:

$$\mu = 0,2 \quad \text{és} \quad e^{\mu\pi} = 1,87.$$

Bőrszj és acéltárcsa között ennél nagyobb súrlódási tényező ($\mu = 0,4 - 0,5$) is elérhető. A kötélerők hányadosa az α szög növelésével - az is a kitevőben szerepel - rohamosan nő. Gondoljunk arra, hogy hajók kikötésénél a kötélbakon néhányszor átvett sodronykötél segítségével egy ember húzóereje a súrlódás segítségével több százszor nagyobb erővel képes egyensúlyt tartani!

2. A gördülőellenállás

Gördülő korong vagy henger haladásához, ill. kerekeken nyugvó testek vontatásához is erő, illetve a tengelyeket forgató nyomaték kell. A legyőzendő ellenállást gördülőellenállásnak (F_g) nevezzük. Számítása a gördülő ellenállás tényező (μ_g) bevezetésével a csúszó súrlódáshoz hasonló összefüggéssel történik,

$$F_g = \mu_g F_p$$

A gördülő hengeres test **egyensúlya** a 22. ábrán tanulmányozható.

A gördülő test alatt a pálya kissé mindig benyomódik, az élen való támaszkodás csak végtelenül kemény felületek esetén lenne elképzelhető. Az mg súlyerőt és az F vonóerőt az ábrán pont-vonallal rajzolt erő egyensúlyozza. Mind az F és mg - meg nem rajzolt - eredője, mind az azt kiegyensúlyozó pont-vonalas erő átmegy a középponton, és természetesen egyenlő nagyságúak is. A pont-vonalas reakcióerőt összetevőkre bonthatjuk támadáspontjában, azaz ahol a gördülőtest és a benyomódott pálya érintkezik. Az összetevők:

$$F_g = F$$

és

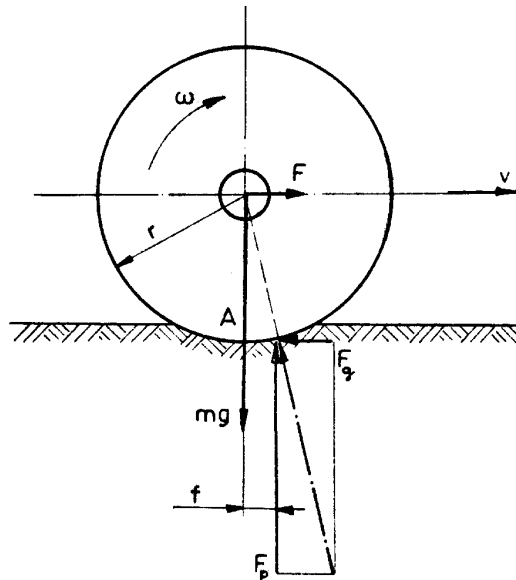
$$F_p = mg$$

Nyomatéki egyensúly is felírható a két erőpár között. Jó közelítéssel:

$$F_p \cdot f = F_g \cdot r,$$

azaz

$$F_g = \frac{f}{r} F_p$$



Megállapíthatjuk, hogy a korábban bevezetett **gördülő ellenállási tényező**

22. ábra

$$\mu_g = \frac{f}{r}$$

a kerék sugarától is függ. Ezért készítették homokos vidéken a kocsikerekeket nagyobb átmérőjűre. Az f kart a gördülő ellenállás karjának nevezzük. Értéke a felületminőségtől függően még közel azonos anyagminőségek esetén is tág határok között mozog. Az alábbi táblázat tájékoztató értékeket tartalmaz.

	f [mm]
Fa kerék fán	5 -0,5
Acél kerék acélon	0,5 -0,05
Golyóscsapágy	0,01-0,005

3. A csapsúrlódás

Forgó szerkezeti elemek tengelyei **csapágyakban** forognak. A tengelyt saját és a hordott géprészek súlya a csapágy alsó részéhez nyomja. Ha a tengelyt oldalirányú erőkkel is terheljük, a felfekvés helye oldalra tolódik, s a nyomóerő is természetesen más lesz.

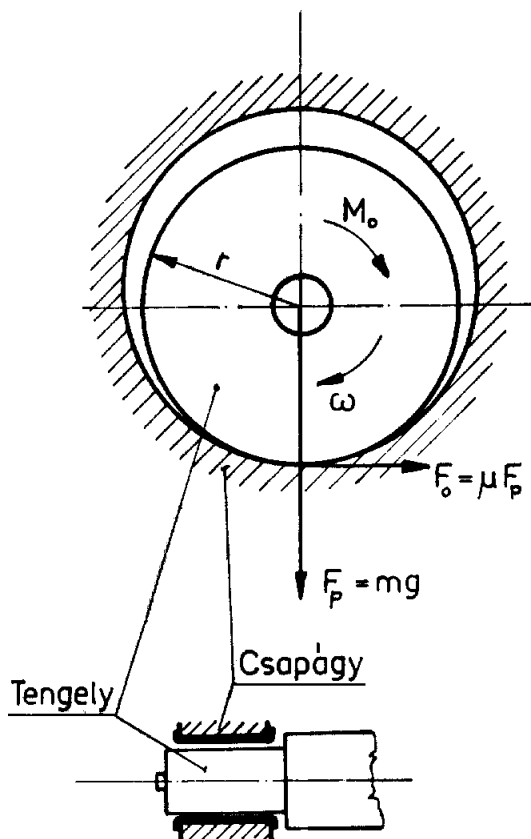
A súlyerő azonban terheletlen állapotban is hat, pályanyomásként súrlódási ellenállást ébreszt. Ha a csap és a csapágy közötti súrlódási tényező μ , akkor a 23. ábra szerint a cső kerületi sebességével ellentétes értelemben

$$F_o = \mu \cdot F_p$$

csapsúrlódás gátolja a tengely forgó mozgását. A csapsúrlódás nyomatékának nagysága

$$M_o = r \cdot F_o = r \mu F_p ,$$

Ezt a nyomatékot tehát akkor is le kell győznünk, ha egyébként a tengelyt semmi más nyomaték nem terheli. A csapsúrlódás nyomatékának legyőzéséhez szükséges munka, ill. teljesítmény a csapsúrlódási veszteség. A gépek ún. üresjárási veszteségének jelentős részét a csapsúrlódási veszteség adja. Csökkentése a csapágyak kenésével (zsír, olaj) lehetséges.



23. ábra

4. A súrlódás a fékezés eszköze

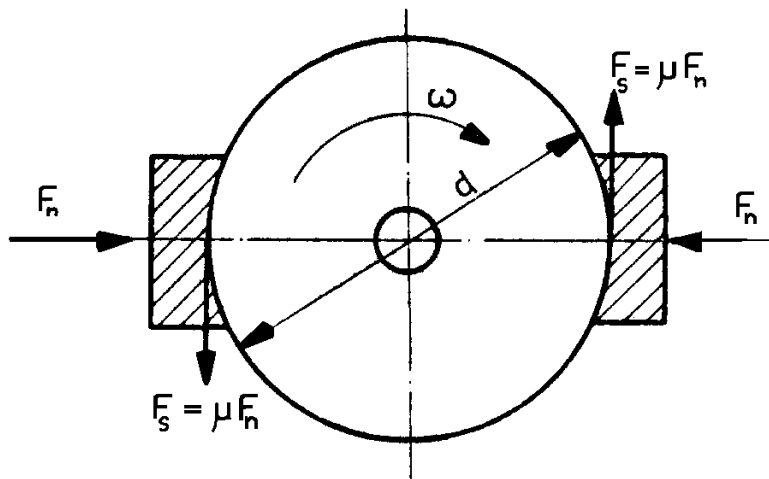
Forgó géprészeket például a tengelyre szerelt fékdob palástjához szorított fékpofákkal fékezhetünk (24. ábra). A pofák belül (belső pofás fék), vagy - mint az ábrán - kívül helyezkednek el (külső pofás fék), de mindig szimmetrikusan, egymással szemben. Így a fékezett tengelyt, illetve a csapágyakat nem terheli és fékezés miatt oldalirányú erő.

Az F_n összeszorító erő a kerületi sebességgel ellentétes értelmű

$$F_s = \mu F_n$$

súrlódóerőt ébreszt a tárcsa kerületén, a két fékpofa mentén. A két súrlódóerő - mint erőpár - fékezőnyomatékot eredményez

$$M_s = F_s \cdot d$$



24. ábra

Az erőpár karja ugyanis a fékdob d átmérője.

A fékek összeszorítására, oldására mechanikus (rugó), hidraulikus és nagynyomású levegővel működtetett - pneumatikus - szerkezetek ismeretesek.

F. A mechanikai munka átvitele

Az 1. ábrán gépcsoport látható. Az erőgép és a munkagép rendszerint nem kapcsolható össze közvetlenül. A mechanikai munka továbbítása **közlőművekkel** történik. A közlőmű **munkaátviteli** szerkezet. Az erőgép a munkát haladó (F , v), vagy forgó (M , ω) mozgással szolgáltatja. Két eset különböztethető meg a munka átvitel minősége szerint is.

Ha csak a munka (teljesítmény) továbbítása a cél, akkor a munkasebességek (v , ω) azonosak. Ezt a feladatot oldja meg haladó mozgásnál a vonórúd és az állócsiga, forgó mozgásnál a tengelykapcsoló.

Ha a munkasebességek is módosulnak, sőt a munka (teljesítmény) szétszétlása is feladat, akkor beszélünk a szorosabb értelemben vett **közlőműről**. Ilyen feladatot teljesíthet haladó mozgásnál pl. a mozgócsiga, forgó mozgásnál pl. a szíj, illetve fogaskerék hajtás.

A közlőműveknél használjuk az **áttétel vagy módosítás** fogalmát.

Az áttétel, vagy módosítás a munkasebességek hányadosa.

$$i = \frac{v_1}{v_2}$$

illetve forgó mozgásnál

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Az indexelés általában a munkaátvitel irányát követi. Így az előbbi hányadosokban, ha $i > 1$, az áttétel lassító. A műszaki gyakorlatban - mert erőgépeink gyorsjárásúak - általában lassító áttétellel találkozunk. Gyorsító áttételnél is gyakran egyenél nagyobb hányadost képezünk. Ilyenkor a "gyorsító" szót a módosítás számértéke mellett ki kell írni!

Ideális, veszteségmentes gépnél, a közlőműbe bemenő teljesítmény (P_1) és a kimenő teljesítmény (P_2) megegyezik.

$$P_1 = P_2; \quad F_1 v_1 = F_2 v_2; \quad M_1 \omega_1 = M_2 \omega_2$$

azaz

$$i = \frac{v_1}{v_2} = \frac{F_2}{F_1},$$

illetve

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{M_2}{M_1}.$$

Valóságos gép módosítása csak az eredeti meghatározás szerint, **munkasebességek hányadosaként** írható fel, mint azt a későbbiekben látni fogjuk.

1. A vonó-, vagy tolórúd.

Az F erő átvitelére szolgáló legegyszerűbb szerkezet a vonó-, vagy tolórúd. Ennek példáján tekintsük át azokat az alapvető **működési feltételeket**, amelyeket a továbbiakban tárgyalandó közlőműveknek is ki kell elégíteni.

Az F erő (vagy M nyomaték) hordásának feltétele, hogy a közlőmű **szilárdságilag megfelelő** legyen. A vonórúd csak akkora F erőt képes továbbítani, amekkorát a keresztmetszete elbír. A megfelelő keresztmetszet a rúd anyagának szilárdságtani tulajdonságaitól függ. A tolórúdnak **kihajlással** szemben is megfelelő biztonságot kell nyújtania. Vontatóelemet használva, nemcsak a törés, de az egy bizonyos határon túli **megnyúlás** is megengedhetetlen.

Tágabb értelemben nemcsak egy merev szerkezet, de a vontatásra használt kötél, lánc is vonórúd. E két utóbbi közlőmű azonban csak vonóerő átvitelére alkalmas, tolórúd nem lehet. Pont fordított a helyzet a - természetesen csőbe zárt - folyadékoszlop (hidraulikus henger) esetén. A folyadékoszlop csak nyomóerők átvitelére alkalmas.

A vonórúd az F erőt mind nagyságát, mind irányát tekintve, módosítás nélkül továbbítja. Nem mondható ez el a tolórúdról, ha a zárt folyadékoszlopot is tolórúdnak tekintjük. Ha a cső nem egyenes, sőt keresztmetszete is változik, a nyomott folyadékoszlop a átvitt erőnek mind irányát, mind nagyságát módosítja, mint a későbbiekben majd részletesen tárgyaljuk.

2. Az állócsiga

A 25. ábrán állócsigát láthatunk. A **kötéltárcsa** álló csap körül **forog**. Az álló csap két végén van felfüggesztve. A kötéltárcsa kerületén U alakú horony fut körbe, amelyben a kötélt nyugszik.

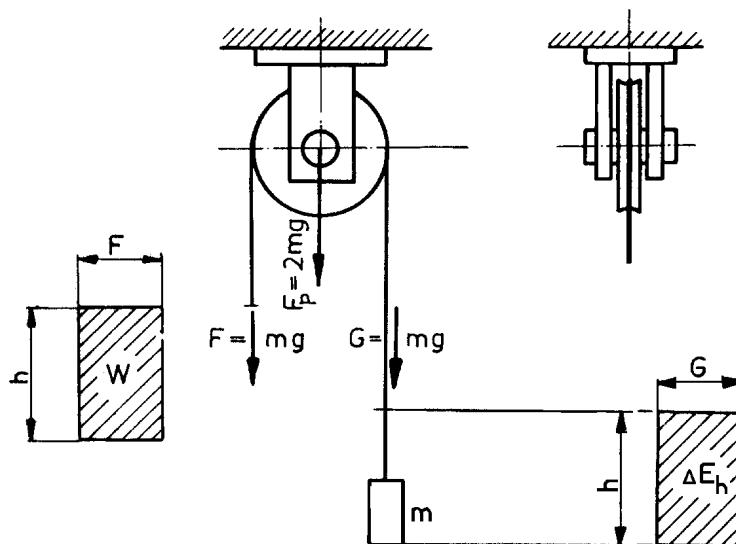
Az állócsiga m tömeg emelésére alkalmas. A kötélt terhelt ágára a teher súlya

$$G = m g$$

nehezedik. **Ideális esetben** a kötélt szabad végén

$$F = m g$$

erő szükséges a teher megtartásához, illetve állandó sebességű mozgatásához. Az állócsiga tehát az erő nagyságát nem, de irányát módosítja. Alkalmazásának éppen ez a célja, az erőt kedvezőbb irányban lehet kifejtetni.



25. ábra

Emeléskor mechanikai munkát vezetünk be a szabad kötélvégen. A befektetett munkával egyenlő a helyzeti energia növekedés ideális esetben.

$$W = Gh = \Delta E_h$$

A valóságos gépnél nem hanyagolható el a **súrlódási veszteség**. A kötélhárcsa

$$F_p = 2 mg$$

erővel nehezedik a csap felső részére, amelynek hatására érintő irányú

$$F_o = \mu F_p$$

súrlódási ellenállás ébred. A **csapsúrlódás nyomatéka** is a kötélhárcsán átvett kötéllel győzhető le. Így a kötel terheletlen ágában emeléskor a valóságban a teher súlyánál nagyobb erőt kell kifejtenünk.

Az állócsiga példáján vizsgáljuk meg, hogy a közlőmű - munkagép megítélés mennyire **viszonylagos** lehet. Ha az állócsigát, mint erő átviteli szerkezetet tekintjük, akkor közlőmű. Ha viszont teher emelő feladatát tartjuk szem előtt, akkor munkagép, amelyet az erőgép (pl. egy ember) közlőmű közbeiktatása nélkül mozgat. Egy gép közlőmű, vagy munkagép voltát sok esetben csak az adott rendszerben betöltött szerepe alapján lehet megítélni.

3. A mozgócsiga

A 26. ábra négytárcsás mozgócsigát mutat. A tárcsák általában páros számúak, a kötélhárcsák **fele** mindig **állócsiga**, amely a kötel visszafordítását biztosítja. Az utolsó állócsiga csak a kötel kedvező irányú levezetéséhez szükséges. Az itt lefutó kötélvégen alkalmazzuk a mozgatóerőt. A kötel másik vége - az állócsigák tengelyével együtt - rögzített. A terhet a mozgócsigákat tartó csapokat összefogó szerkezeti elem hordja.

Tegyük fel, hogy az m tömegű terhet h magassággal kívánjuk emelni. Mint az ábrán jól látható a

$$G = m g$$

súlyt négy kötélág tartja, így a kötélben mindenütt F erő ébred,

$$F = \frac{G}{4}$$

Ennek megfelelően **ideális esetben** a húzott kötélvégen is F erőt kell kifejtünk, hogy az egyensúlyt biztosítsuk.

A **kötélerő megállapítását** úgy végezzük, hogy a kötelet képzeletben - a 26. ábrán a szaggatott vonal mentén - **elvágjuk**. A maradó kötélrészben az eltávolított **kötélrészt erő** helyettesíti, amelynek hatása az eltávolított kötélrész hatásával megegyezik - ez tehát a **kötélerő**. Mint láttuk, példánkban ez a súly negyede. Mindig így célszerű adott esetben eljárni, és felesleges szabályokat megtanulni, amelyek pl. a csigák száma és a kötélerek között adnak összefüggést.

Ahhoz, hogy a teher h magassággal emelkedjék, mind a négy tartó kötélágot h -val meg kell rövidíteni, azaz

$$s = 4 h$$

hosszúságú kötelet kell lefejtünk.

Az erőgép - a mozgatóerő -

$$W = F s$$

munkát végez ahhoz, hogy a teher helyzeti energiája

$$\Delta E_h = G h$$

mértékben növekedjék. A két munka egyenlő

$$W = F \cdot s = \frac{G}{4} \cdot 4 h = G h = \Delta E_h$$

A mozgócsiga a munkasebességet is módosítja.

Tegyük fel, hogy t ideig emeltünk. A mozgatóerő ezalatt s utat tett meg, azaz a mozgatóerő munkasebessége

$$v_F = \frac{s}{t} = \frac{4h}{t}$$

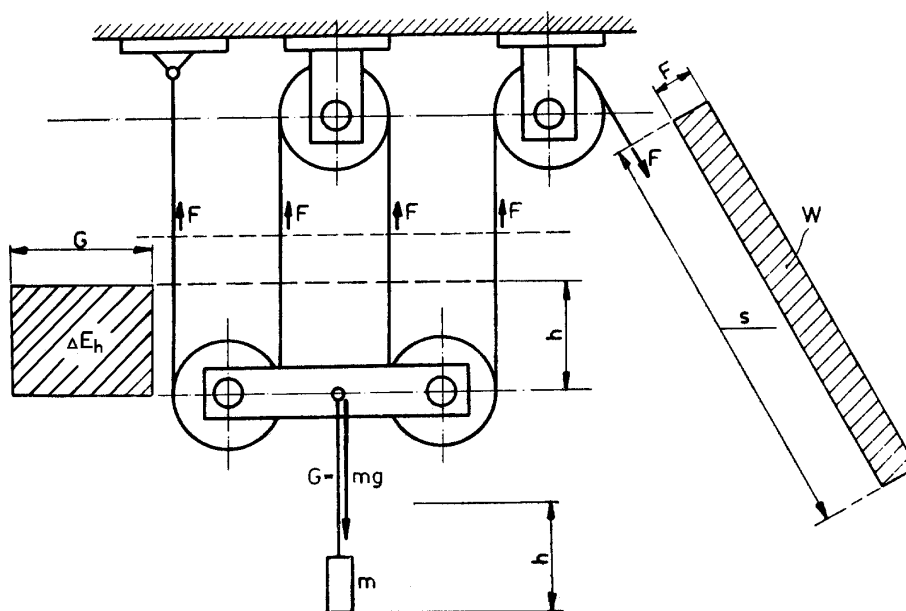
A teher emelkedési sebessége, azaz az átvitt erő munkasebessége

$$v_G = \frac{h}{t}$$

A két sebesség hányadosa az áttétel, vagy módosítás

$$i = \frac{v_F}{v_G} = 4,$$

lassító. **Lassító**, mert a bevitt munka haladásának irányában, azaz **a munka átvitel irányában a munkasebesség csökken.**



26. ábra

4. A nyomatékátvitel gépeinek csoportosítása

Az erőgépek általában forgó tengelyen nyomatékot (M) szolgáltatnak
(1. ábra).

A nyomatékot forgó tengelyek között kell továbbítani. Az itt tárgyalandó szerkezeteket **a tengelyek egymáshoz viszonyított elhelyezkedése** szerint csoportosítjuk.

A. Ha a tengelyvonalak **egybeesnek**, egymást kis szögben metszik, vagy közel egymáshoz párhuzamosan futnak, akkor a nyomatékátvitel **tengelykapcsolóval** oldható meg.

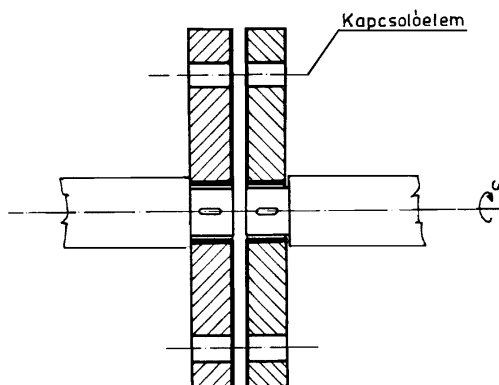
B. Egymástól viszonylag **távol** lévő párhuzamos tengelyek között alkalmazzák a **szíj**-, vagy a **lánchajtást**.

C. Egymással tetszőleges **szöget bezáró**, egymást metsző, vagy kitérő tengelyek esetén **dörzshajtás**, vagy **fogaskerék hajtás** alkalmas a nyomaték továbbítására.

A tengelykapcsolókkal nem célunk a munkasebesség megváltoztatása, míg a másik két csoportba sorolt közlőművekkel legtöbbször a munkasebességet is megváltoztatjuk.

5. A tengelykapcsolók

A 27. ábrán a tengelykapcsolók alaptípusainak elvi vázlatát láthatjuk.



27. ábra

A hajtó és a hajtott tengelyre egyaránt egy-egy tárcsát húzunk. A tárcsák a tengelyekkel együtt forognak. A tárcsák kerületén egymással szemben elhelyezett furatokban kapcsolóelemeket elhelyezve, a két tárcsa, azaz a két tengely együtt-forgásra kényszeríthető.

Merev tengelykapcsolót kapunk, ha a két tárcsát csavarokkal kötjük össze. A tárcsás, merev tengelykapcsolók általánosan használatosak. Az összekötő csavarokat az átvitt nyomatékból adódó, a csavarokat tengelyükre merőlegesen terhelő **nyíróerőre** méretezik.

Nem pontos egytengelyűség, kisebb lökések felvételének igénye szükségessé teheti, hogy a két tengely közötti kapcsolat **rugalmas** legyen. Ha az összekötő csavarokat bőr-, vagy gumigyűrűkkel vesszük körül, **bőr-**, illetve **gumidugós tengelykapcsolót** kapunk. Ha az összekötő csavarokat gumi hasábokkal helyettesítjük, akkor **gumituskós tengelykapcsolóról** beszélünk.

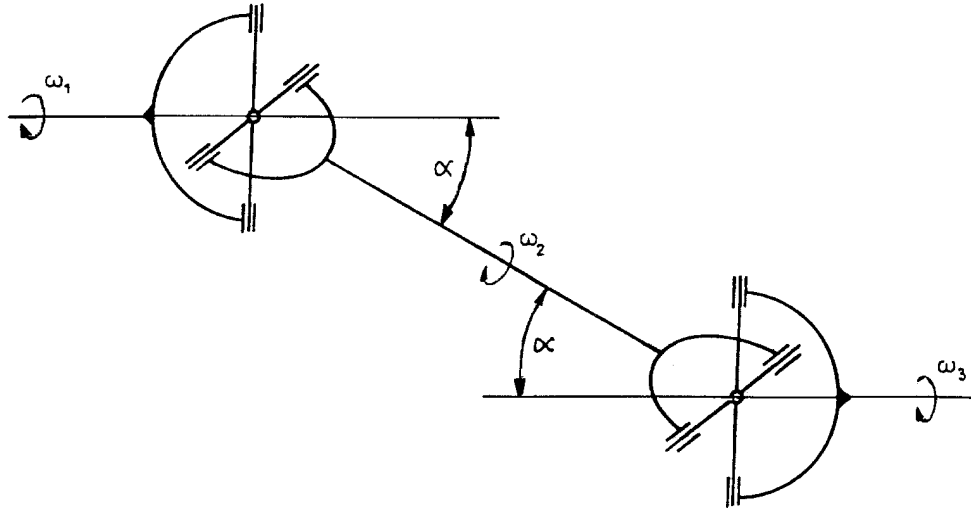
Mindezek, s az itt nem említett, merev és rugalmas tengelykapcsolók biztosítják ugyan a nyomaték folyamatos továbbvitelét, de nem alkalmasak a két tengely üzem közbeni szétválasztására. (Csak álló helyzetben bonthatók).

28. ábra

A **súrlódó tengelykapcsolók** üzem közben be- és kikapcsolhatók. Ez a közlőmű tehát megszakíthatóvá teszi a munkaátvitel folyamatát anélkül, hogy az erőgépet le kellene állítani. Súrlódó tengelykapcsoló elvi vázlatát mutatja a *28. ábra*. A hajtó (1) tengelyen lévő, súrlódó betéttel ellátott - vonalkázva rajzolt - tárcsához rugóerő nyomja a

hajtott tengelyen (2) lévő - szintén vonalkázott - tárcsát. A rugóerő forgás közben is megszüntethető, azaz a tengelykapcsoló üzem közben is oldható.

A **kardán csuklós tengelykapcsoló** egymás metsző, illetve viszonylag közel, párhuzamosan futó tengelyek között alkalmas a nyomaték továbbítására. A 29. ábrán két kardán csuklós tengelykapcsoló vázlatát látjuk. Igazolható, hogy azonos α szögek - azaz párhuzamos be és kihajtó tengelyek - esetén $\omega_1 = \omega_3$.



29. ábra

Az eddig tárgyalt - mechanikai elven működő - tengelykapcsolókkal szemben **hidraulikus elven működik** az olaj töltésű hidrodinamikus tengelykapcsoló (30. ábra). A hajtó (1) tengellyel együtt forgó részeket sűrűn vonalkáztuk. Az egész tengelykapcsoló burkoló háza is a hajtó tengellyel forog együtt. Mind a hajtó, mind a hajtott tárcsán - az ábrán szaggatott vonallal érzékeltetett olaj töltéssel kitöltött - félgyűrűben radiális (sugár irányú) lapátok vannak. Azaz a lapátok a tengelyen és egy-egy sugáron átfektetett síkban helyezkednek el, viszonylag sűrűn. Alakjuk az ábrán látható.

A hajtó tengelyen lévő tárcsáfelet szivattyúnak nevezik, mert mechanikai munka árán folyadék (az olaj töltés) munkaképességét növeli. A hajtott tengelyen lévő tárcsáfelet a turbina kerék, mert a folyadék energia tartalmát mechanikai munkává alakítja. A nyomaték átvitelt tehát a folyadék biztosítja.

Ideális esetben

$$M_1\omega_1 = M_2\omega_2.$$

azaz a hajtó teljesítményt a tengelykapcsoló teljes egészében átszármaztatja a hajtott tengelyre.

Ahhoz azonban, hogy nyomatékot származtassunk át az egyik tengelyről a másikra, **fordulatszám különbségnek** kell lennie a két tengely között.

Ha ugyanis a hajtó tengelyt ω_1 szögsebességgel forgatjuk, akkor bármilyen kis nyomatékkal terheljük a hajtott tengelyt, pl. kissé fékezzük,

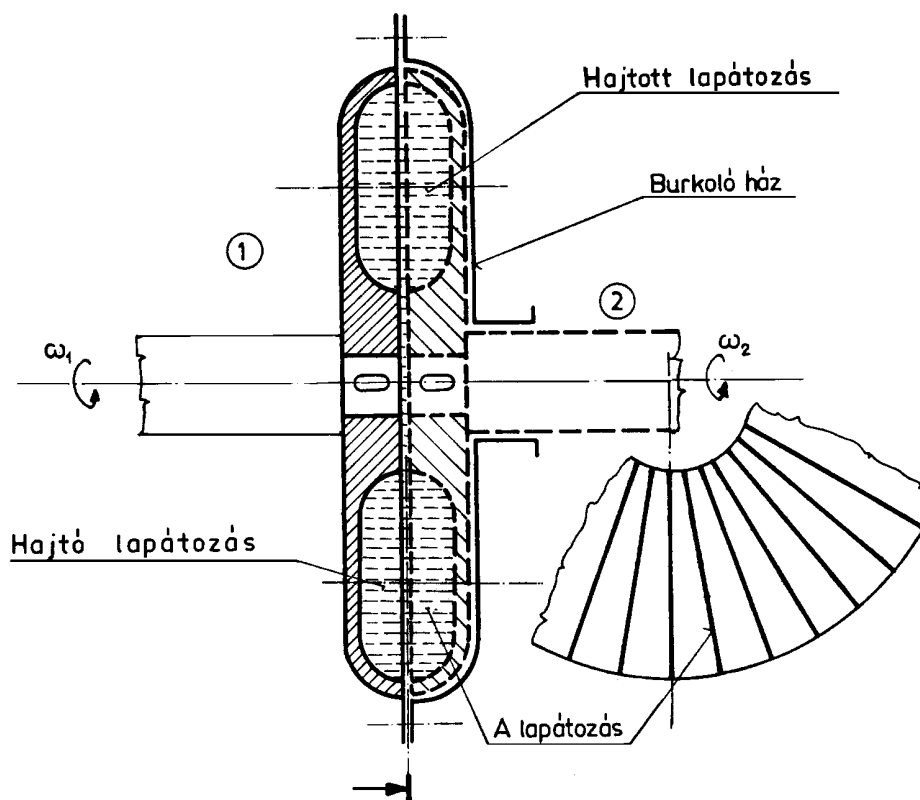
$$\omega_2 < \omega_1$$

üzemállapot lesz.

Az

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1} = s$$

hányadost **szlipnek** nevezzük az angol slip = **csúszás** szó alapján. A szlip tehát a munkasebesség különbség, viszonyítva a hajtógép munkasebességéhez.



30. ábra

Felírható a hajtónyomaték (M_1) és a hajtott tengelyre átvitt nyomaték (M_2) egyensúlya

$$M_1 = M_2 = M$$

A tengelykapcsoló hatásfoka

$$\eta = \frac{M\omega_2}{M\omega_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = 1 - s$$

Az előbbi megfontolásból láttuk, hogy annál nagyobb nyomatékot tudunk átvinni, minél nagyobb a hajtott tengely elmaradása, a fordulatszám különbség, azaz a szlip.

A szlip növekedésével azonban romlik a hatásfok. A teljesítmény veszteség hővé alakul - a tengelykapcsoló melegszik.

A hidraulikus tengelykapcsolót akkor alkalmazzák, ha a mechanikus kapcsolatot az erőgép és a munkagép között el akarják kerülni. A hajókat hajtó erőgép és a hajócsavar közé azért helyeznek el ilyen tengelykapcsolót, hogy a hajócsavar szárnyai közé került uszadék (farönk) ne okozzon szárnytörést, vagy káros rongálódást a hajócsavart hajtó motorban. A hajócsavar nem kívánt lefékeződése az $\omega_2 = 0$ üzemállapotot jelenti, a hatásfok nulla lesz, de a tengelykapcsoló feltűnő melegedésén kívül semmiféle káros törés sem fog bekövetkezni.

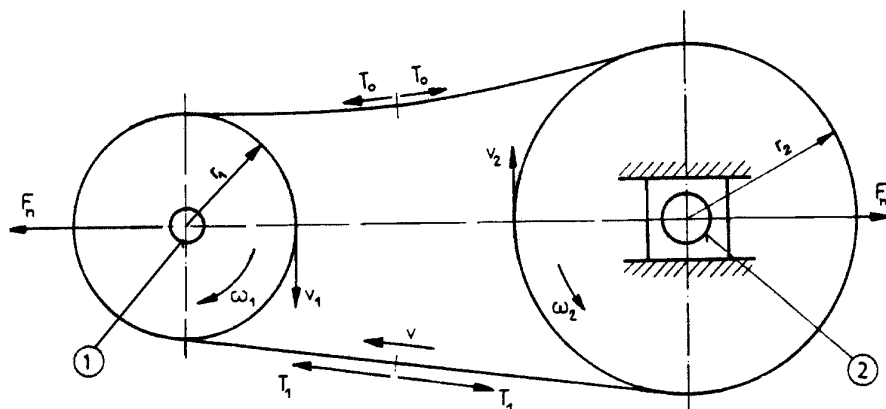
Láttuk tehát, hogy a teljesen merev tengelykapcsoló - hatásfoka ugyan a lehető legjobb - sok követelményt (szerelhetőség, rugalmasság, oldhatóság, mechanikai kapcsolat hiánya) nem elégít ki. Ezeket a követelményeket ki tudjuk ugyan elégíteni, de többé-kevésbé a hatásfok rovására.

6. A szíjhajtás

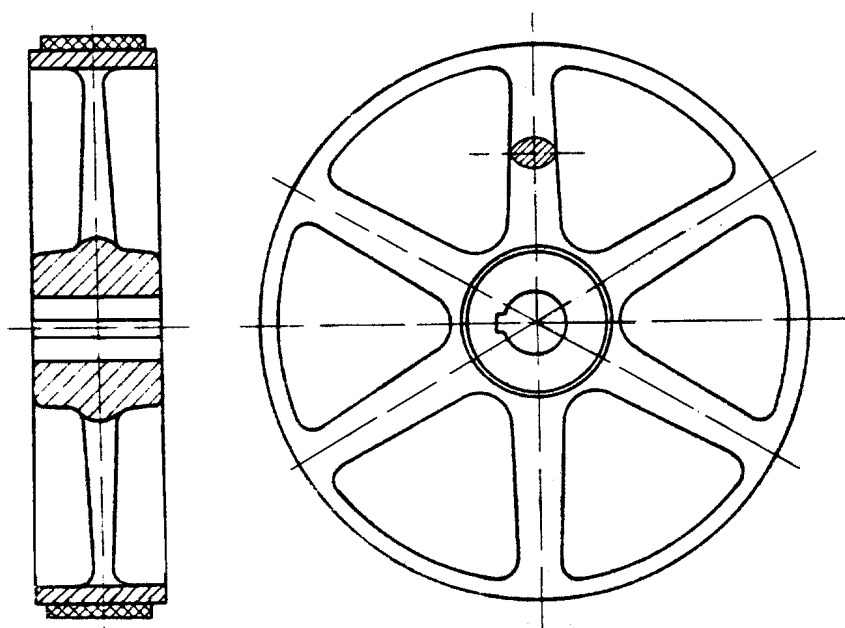
Egymástól viszonylag távol lévő párhuzamos tengelyek közötti nyomaték átvitelre alkalmasabbak között a szíjhajtás.

Mind a hajtó, mind a hajtott tengelyre **szíjtárcsát** erősítünk, amelyeken végtelenített szíjakat helyezünk el (31. ábra). A szíj keresztmetszete lapos téglalap (laposszíj), vagy trapéz (ékszíj). A 32. ábra laposszíj tárcsát, a 33. ábra ékszíjtárcsát mutat. A tárcsák baloldali képén a szíjak elhelyezkedését is berajzoltuk. Ékszíjből - az átvitendő nyomatéknak megfelelően - gyakran többet is elhelyeznek egymás mellett.

Ahhoz, hogy nyomatékot tudjunk átvinni, a szíjat meg kell a tárcsákon feszíteni. A 31. ábrán a hajtott tengely (2) egy szögletes elem segítségével eltolható, azaz a tengelytávolság növelhető. A tengelytávolság változtatása a szíj nyúlásának kiegyenlítése miatt is szükséges.



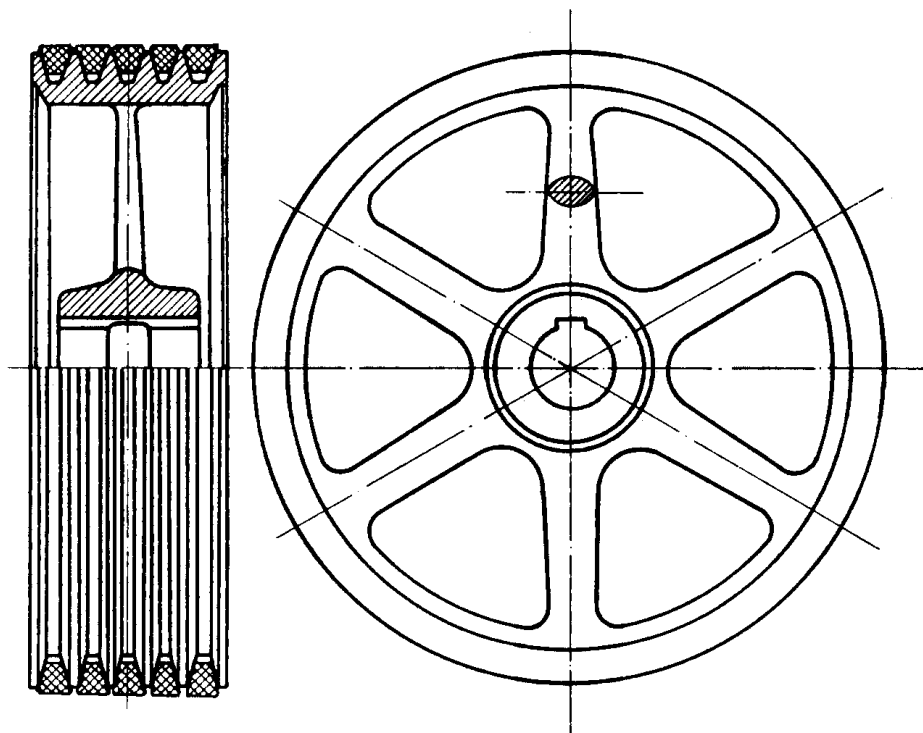
31. ábra



32. ábra

A hajtó tengelynek (1) a 31. ábrán látható forgásértelménél az alsó ág **feszes**, a felső ág **laza** lesz. A **kötélerőket** (T) úgy állapítjuk meg, hogy a kötelet képzeletben elvágjuk. A maradék részén lévő - közel - vízszintes szíjerők és a tengelyeket húzó (F_n) erő egyensúlya

$$F_n = T_1 + T_0$$



33. ábra

A **szíj** mind a hajtó, mind a hajtott tárcsán **megcsúszik**, nem halad a tárcsákkal teljesen együtt. A szíj és a szíjtárcsa közötti súrlódási kapcsolatból számítható viszony:

$$\frac{T_1}{T_0} = e^{\mu\alpha}$$

Az α körülfogási szög és a μ súrlódási tényező értékét úgy választják, hogy laposszíj hajtásnál

$$\frac{T_1}{T_0} \geq 2$$

legyen. Ékszíjhajtásnál az erőviszony a befeszülés miatt jóval nagyobb.

A hajtó tárcsán lévő M_1 nyomaték a kerületen

$$F = \frac{M_1}{r_1}$$

erőt jelent. Ez az erő súrlódással adódik át a szíjnak és egyenlő a szíjerők különbségével

$$F = T_1 - T_0$$

A hajtott tárcsán ez az F erő

$$M_2 = Fr_2$$

nyomatékot fog eredményezni. Ez az átvitt nyomaték.

Megállapítottuk, hogy a szíj és a tárcsák között sebesség különbség van, azaz

$$v_1 \neq v \neq v_2$$

Itt v a szíj sebessége, **míg v_1 a hajtó, v_2 a hajtott tárcsa kerületi sebessége.**

Az ideális esetben egyenlő kerületi sebességek a valóságban nem egyenlők, csúszás van, a munkasebességek megváltozása miatt szlip írható fel

$$s = \frac{v_1 - v_2}{v_1}$$

Gyakran használjuk ennek az összefüggésnek a hajtott tárcsa kerületi sebességére rendezett alakját:

$$v_2 = (1 - s) v_1$$

A csúszás teljesítmény veszteséget okoz. A hajtott tárcsáról levehető teljesítmény nem egyezik meg a hajtó tárcsán lévő teljesítménnyel. A **hatásfok** a megcsúszásból adódó veszteségekre jellemző.

$$\eta_s = \frac{M_2 \omega_2}{M_1 \omega_1} = \frac{F_{r2} \omega_2}{F_{r1} \omega_1} = \frac{v_2}{v_1} = 1 - s$$

A csúszás okozta teljesítmény veszteségre tehát itt is a hidrodinamikus tengelykapcsolónál megismert összefüggést kapjuk. A teljesítmény veszteség itt is hővé alakul. A laposszíj hajtások szlipje sem több azonban, mint $s = (2 - 4)\%$, így η_s viszonylag nagy. Ez azonban nem jelenti azt, hogy a **szíjhajtás hatásfoka** (96-98)%, hiszen az F_n erő okozta csapsúrlódási veszteséget most figyelmen kívül hagytuk.

Az áttétel, vagy módosítás veszteségmentes esetben

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{M_2}{M_1}$$

Valóságos gépnél a megcsúszás miatt $r_1 \omega_1 \neq r_2 \omega_2$, a súrlódási teljesítmény veszteség miatt $M_1 \omega_1 \neq M_2 \omega_2$.

Így az áttétel, vagy módosítás

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

Az áttétel, vagy módosítás sem a sugarak (átmérők), sem a nyomatékok hányadosával **nem egyezik meg**, ha csúszás és súrlódási veszteség van.

Szíjhajtásnál a szlip meghatározásából kapott

$$r_2 \omega_2 = (1 - s) r_1 \omega_1$$

összefüggést használjuk az átmérő meghatározására.

Ebből az összefüggésből - a várható szlip ismeretében - akár a hajtó, akár a hajtott **tárcsa sugara** kiszámítható, ha a másik tárcsa mérete adott. Az így nyert tárcsaátmérővel a kívánt módosítás megvalósítható, a szlip hatását kiegyenlítettük.

Az átvitt nyomaték nagyságát csak az összes veszteség - azaz a hatásfok - ismeretében tudjuk meghatározni, hiszen

$$M_2 \omega_2 = \eta M_1 \omega_1$$

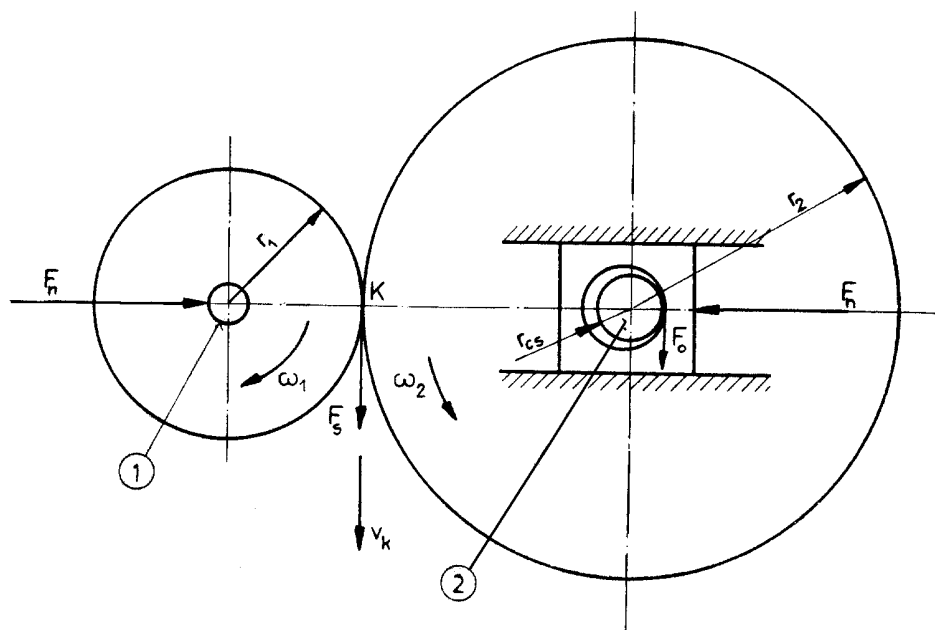
A **lánchajtás kényszerkapcsolatot** hoz létre a fogazott lánckerékkel felszerelt tengelyek között, így megvalósíthatjuk vele a **csúszásmentességet**. Leggyakrabban a kerékpáron találkozunk lánchajtással. A kerékpárláncnál a felső a **feszés** és az alsó a laza ág.

7. A dörzs- és fogaskerék hajtás

A 34. ábrán kapcsolódó dörzs-, vagy súrlódókerékpárt rajzoltunk. A K élen érintkező, érdes felületű kerekek között a nyomaték átvitelt az F_s súrlódóerő biztosítja. Itt tehát - szemben a szíjhajtással - a tengelyeket, illetve a tárcsákat össze kell szorítani. F_n itt a hajtó (1) és a hajtott (2) tengelyt összeszorító erő.

A hajtónyomaték:

$$M_1 = r_1 F_s$$



34. ábra

Minél nagyobb nyomatékot akarunk átvinni, annál nagyobb F_s , azaz F_n összeszorító erőre van szükség.

$$F_n = \frac{F_s}{\mu}$$

ahol μ a súrlódási tényező a tárcsák között.

Az F_n erő növekedése - mint azt a 34. ábrán a **hajtott tárcsán** a szögletes elemben csapágyazott tengely elhelyezkedésével érzékeltettük is - a csapsúrlódási nyomaték növekedéséhez vezet.

$$M_o = r_{cs} F_o$$

ahol $F_o = \mu_{cs} F_n$,

a csapsúrlódás. μ_{cs} itt a súrlódási tényező a csapágyakban. Természetesen a hajtó tengelyen is fellép csapsúrlódás.

A nagy csapsúrlódási veszteségek miatt a dörzshajtás nem alkalmas nagy teljesítmények továbbításra. **Ha feltételezzük, hogy a hajtás csúszásmentes**, azaz

$$v_k = r_1 \omega_1 = r_2 \omega_2,$$

a kerületi sebességek egyenlők, a csapsúrlódási veszteség akkor is számottevő. Azaz

$$M_1 \omega_1 \neq M_2 \omega_2$$

Dörzshajtást alkalmaznak pl. a magnetofonokban a tárcsák forgatására.

Olyan szerkezet, amelynek nem működési feltétele az érintkező élek összeszorítása, a **fogaskerék hajtás**. A fogaskerekeknek az egymásba kapcsolódó fogak biztosítják a csúszásmentes gördülést (38. ábra).

A súrlódásos kapcsolat **kényszerkapcsolattá** alakul.

Mind a dörzs-, mind a fogaskerék hajtás egymáshoz képest tetszés szerint elhelyezkedő tengelyek közötti nyomaték átvitelére alkalmas. **A tengelyek viszonylagos elhelyezkedése** a fogaskerék párok csoportosításának egyik alapja.

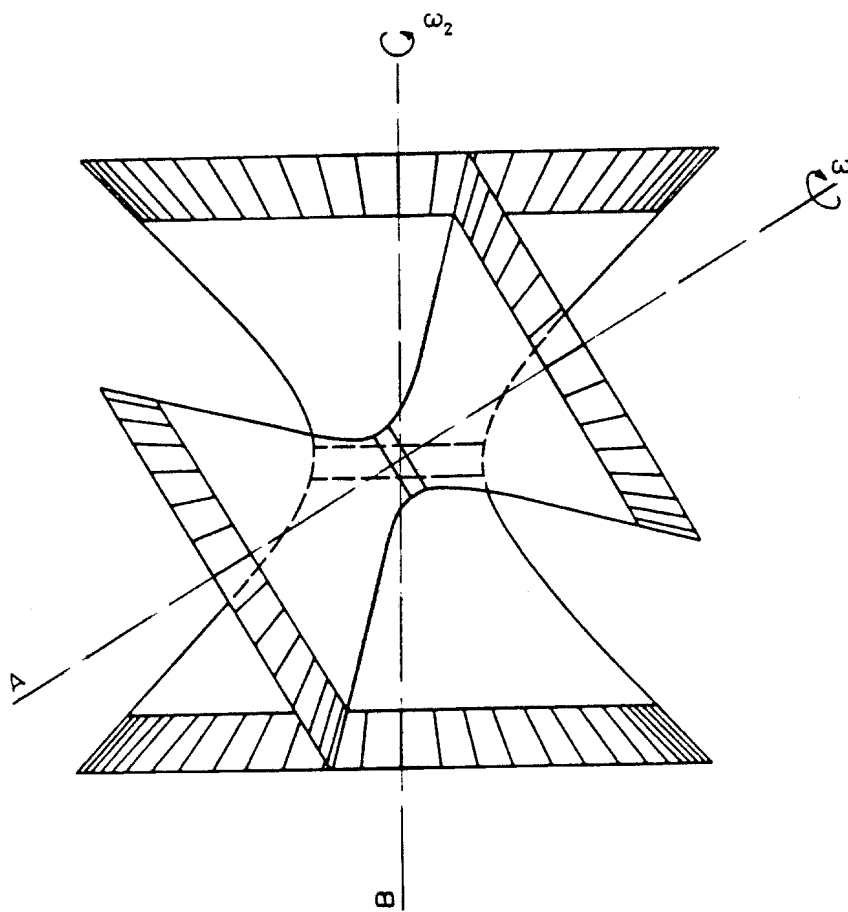
A 35. ábra egymáshoz tetszés szerinti szögben hajló, kitérő A és B tengelyt mutat. A két tengelyre **forgási hiperboloidok** szerkeszthetők, amelyeknek közös éle lehetővé teszi akár dörzs-, akár fogaskerék hajtás kialakítását. Ez tehát a legáltalánosabb eset.

Általában fogaskerék hajtást készítünk, de erre nem használjuk fel a teljes hiperboloidot, hanem csupán tengelyére merőleges metszetekkel levágott szeleteit (35. ábra).

A valóságban a tengelyek ritkán általános szögben hajlók és kitérők.

Ha **a tengelyek metszik egymást**, akkor a hiperboloidok kúpfelületekké fajulnak. E felületeket fogazva **kúpkerékpárt** kapunk (36. ábra).

A **torokkörök közelében** a hiperbolikus felületek hengeres felületekkel helyettesíthetők (35. ábra). E hengerfelületekre ferde fogakat készítve nyerjük az ún. **csavarkerekeket**. Egymásra merőleges kitérő tengelyek esetén nagy áttételt lehet megvalósítani a **csigahajtással** (36. és 37. ábra). A csiga fordulatszáma tízes nagyságrenddel nagyobb lehet, mint az ún. csigakeréké.

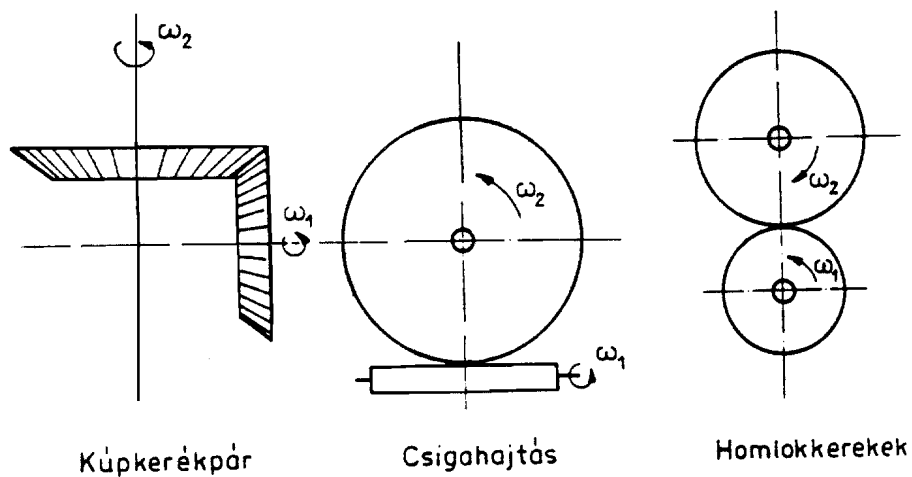


35. ábra

Ha a **tengelyek párhuzamosak**, akkor a hiperboloidok hengerfelületekké fajulnak. E hengerekre fogakat készítve a **hengeres**, vagy **homlok fogaskerekeket** kapjuk (36. ábra).

A fogaskerekek főbb jellemzőivel egy kapcsolódó homlokkerék pár példáján ismerkedjünk meg (38. ábra)!

A fogaskerék névleges átmérője a gördülőkör átmérője. Elemi fogazásnál a gördülőkörön mérjük föl a fogosztást, ezért a neve **osztókör**, a hozzátartozó átmérő osztókörátmérő. A kényszerkapcsolat csúszásmentes, így az áttétel az osztókör átmérőkkel is kifejezhető.



36. ábra

Ha a fogosztás t , akkor a $d_1\pi$ kerületű osztókör

$$z_1 = \frac{d_1\pi}{t}$$

részre, a $d_2\pi$ kerületű osztókör

$$z_2 = \frac{d_2\pi}{t}$$

részre osztható. z_1 és z_2 a **fogszámok**.

Az

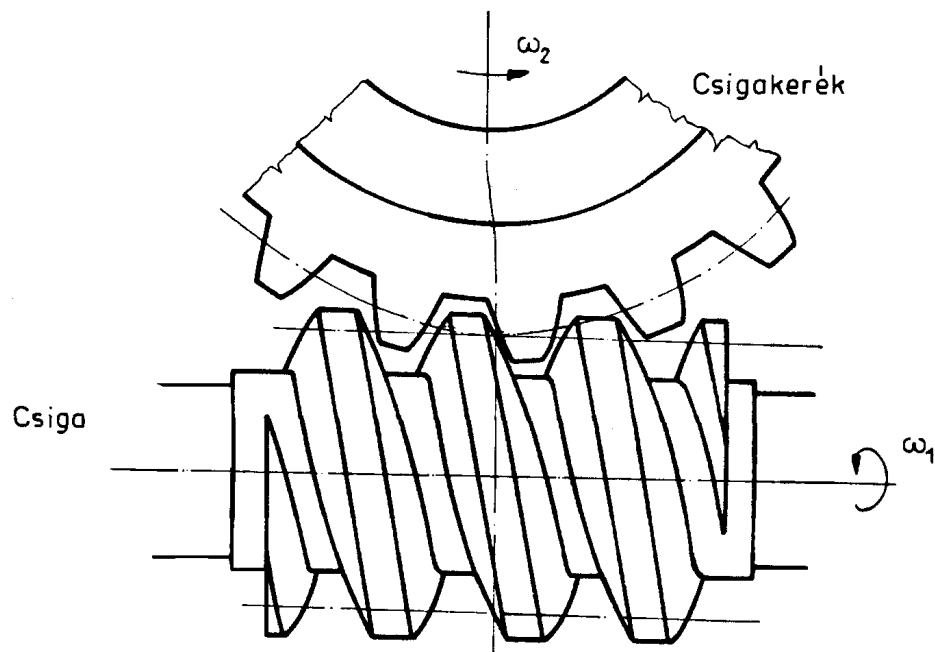
$$m = \frac{t}{\pi}$$

hányadost **modulnak** nevezik. Kapcsolódó két keréken az osztás (t) csak azonos lehet. Ebből következik, hogy csak azonos modulú fogaskerekek kapcsolhatók össze. Az osztókör átmérők a modullal kifejezve:

$$d_1 = z_1 m$$

és

$$d_2 = z_2 m.$$



37. ábra

Az **áttétel** ezek után

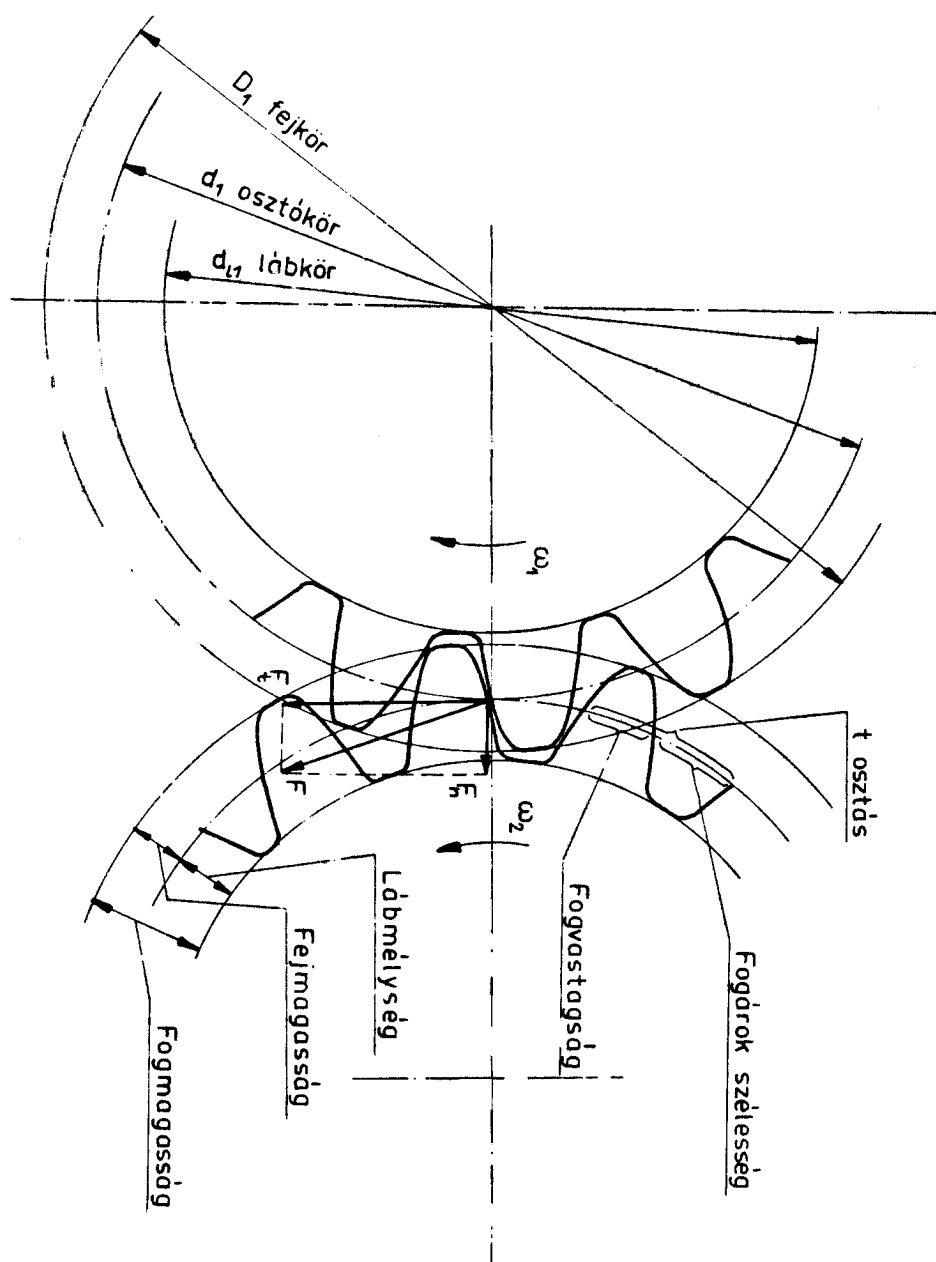
$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1}$$

a fogszámokkal is kifejezhető.

A 38. ábrán megrajzoltuk az F erőt, amellyel a hajtó kerék fogá a hajtott kerék fogára - az érintkező felületekre merőlegesen - hat. Ennek az erőnek érintő irányú összetevője (F_t) viszi át a nyomatékot, míg a sugárirányú összetevő (F_n) a tengelyt, azaz a csapágyakat terheli.

A fogaskerék párokat sokszor egymáshoz kapcsolják nagyobb áttétel létrehozása céljából. Így kapjuk a **fogaskerék hajtóműveket**, vagy másnéven fogaskerék szekrényeket. Ha a fogaskerekek különböző - állítható - módon kapcsolódhatnak, nyomaték-, illetve sebességváltóról beszélünk.

A fogaskerekek gondos technológiát igénylő, viszonylag bonyolult alkatrészek. A fogaskerék szekrények jól csapágyazott, megfelelően kent közlőművek. A fogaskerék hajtóművek hatásfoka jó. (Egy kerékpár hatásfok (90-98)% között lehet.)



38. ábra

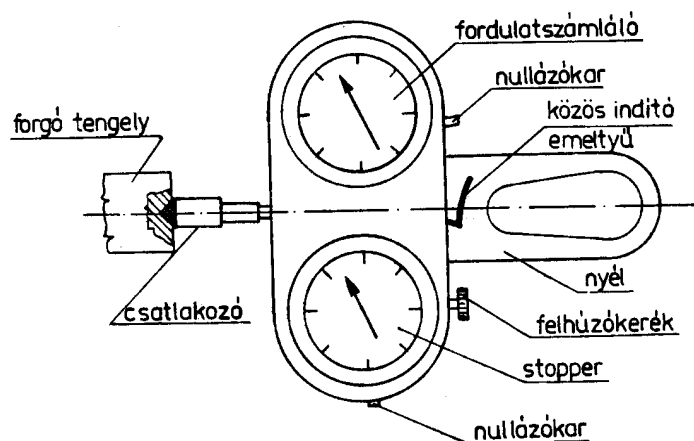
G) A fordulatszám mérése

A műszaki gyakorlatban nagy szerepet játszó forgómozgású gépek munkasebességét a szögsebesség (ω) helyett a fordulatszámmal (n) szokás megadni. A fordulatszám mérésénél, értékének közlésénél 1/min mértékegység használata terjedt el. (Számítások során a II.C. fejezet 2. pontjában leírtak szerint járunk el.)

1. Fordulatszámológók

Kis fordulatszámok (150/min-ig) mérését stopper-órával és a fordulatok szabad szemmel való **számlálásával** is el lehet végezni. Amikor a forgó alkatrészen elhelyezett jel meghatározott helyre kerül, megindítjuk a stoppert és egyidejűleg - nullával - elkezdjük a számlálást. Néhány fordulat (z) idejét (t) mérve, az időegységre jutó fordulatszám meghatározható

$$n = \frac{z}{t}$$



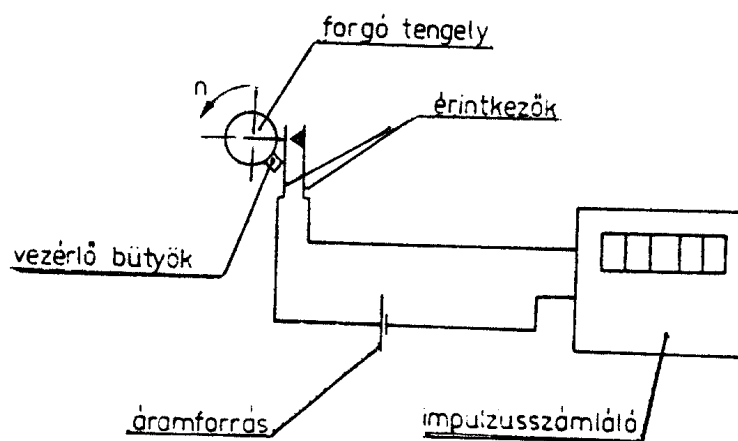
39. ábra

Nagyobb fordulatszámok esetén külön számlálóműszert kell használni. Legegyszerűbb az ún. **ugrószámós fordulatszámológó**. A forgó tengely minden

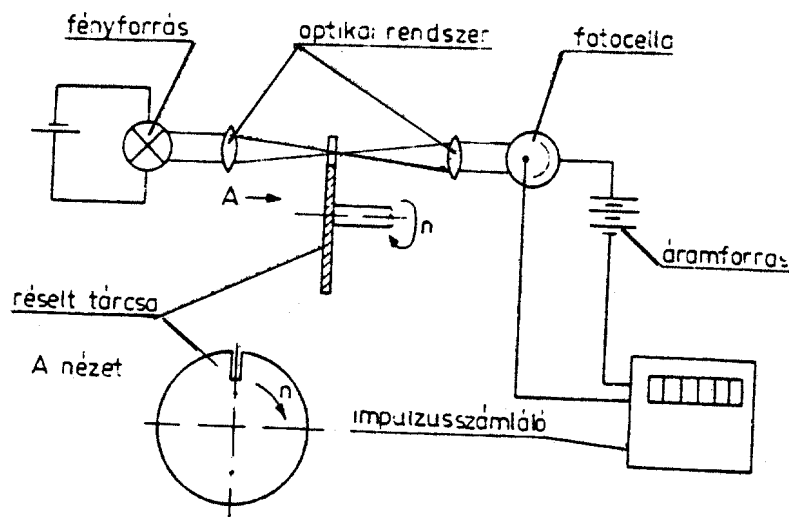
körülfordulásával $1/10$ -nyit fordítja el a tízes számhengert, és így tovább. A számhengerek palástjára egyenletes osztásban 0-9-ig felrajzolt számokat leolvasva kapjuk a megtett fordulatok számát. Ilyen műszer van a villanyórában, magnetofonban, gépkocsik kilométerszámlájában, stb.

A **tachoszóp** egybeépített fordulatszámoló és stopper. Mindkét műszer egyszerre indítható és megállítható egyetlen kar megnyomásával (39. ábra).

Az **óraműves fordulattindikátor** csak meghatározott ideig, rendszerint 6 másodpercig számlálja a fordulatokat. A műszerben lévő időmérő szerkezet 6 másodpercre áttétel közbeiktatásával összeköti a műszer mutatóját a műszer azon tengelyével, amelyet a forgó alkatrészhez illesztünk. Mérés után a műszer számlapjáról a 6 másodpercre vonatkozó percenkénti átlagfordulatszám olvasható le.



40. ábra



41. ábra

A **villamos fordulatszámoló** fordulatonként egy, vagy több feszültségimpulzust szolgáltató jeladóból és villamos elven működő **impulzusszámlálóból** áll. A jeladó lehet a forgó tengelyre szerelt büttyökről vezérelt **érintkező** (40. ábra), amely fordulatonként egy áramkört nyit, vagy zár. **Fotocella** is szolgálhat erre a célra. A fotocella előtt elforduló tárcsa fordulatonként ad egy, vagy több megvilágítást (41. ábra).

A villamos fordulatszámoló a mérés helyétől távol is elhelyezhető. A számlálás időtartama, valamint az eredmény kijelzés gyakorisága az impulzus-számlálón előre beállítható.

2. Stroboszkópok

Ha egy forgómozgást végző tárgyat a fordulatszám ütemében kis ideig szabaddá váló nyíláson át figyelünk meg, úgy annak mindig ugyanazt a részét látjuk, így a forgó tárgy állni látszik. Ezen az elven működnek a **mechanikai stroboszkópok**.

Az 50 Hz-es hálózati árammal táplált glimmlámpa a feszültségcsúcsoknál, tehát másodpercenként 100-szor, **percenként 6000-szer villan fel**.

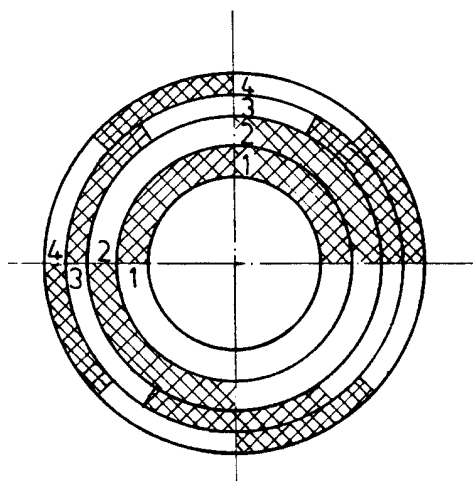
A stroboszkóp tárcsát (42. ábra) glimmlámpával világítják meg. Ha a tengely, amellyel a stroboszkóp tárcsa együtt forog $n = 6000/\text{min}$ fordulatszámú, a stroboszkóp tárcsa legbelső köre (1 osztáspár) állni látszik.

$n = 3000/\text{min}$ esetén két osztáspár látszik állni, hiszen két villanás között a tárcsa félfordulatot tesz. A stroboszkóp tárcsával - $f = 50$ Hz állandó hálózati frekvencia esetén

- $n = \frac{6000}{k} \quad [1/\text{min}]$ fordulatszámok ellenőrizhetők, illetve beállíthatók. Itt k az osztáspárok száma.

Az elektronikus stroboszkópok változtatható felvillanás számmal világítják meg a forgó alkatrészt, illetve az azon elhelyezett, felfestett jelet. Ha a percenkénti felvillanás - a műszeren beállítható és leolvasható - száma megegyezik a forgó tárgy fordulatszámával, a jel állni látszik.

A fordulatszám mérésével kapcsolatban jegyezzük meg, hogy pontos mérés szinte sohasem végezhető. Megbízhatóbb értéket kapunk, ha **többször megismételjük** a mérést. Az ismételt mérések különböző eredményéből nyert számtani középértéket, mint legvalószínűbb értéket szokás megadni.



42. ábra

H) A forgónyomaték mérése

Forgó mozgású gép **teljesítményének** meghatározását a munkavégzés sebességének (ω ill. n) és a **nyomatéknak (M) méréséből** számítással végezhetjük

($P = M\omega$). A feladatot egyensúlyban lévő kerületi erők mérésére vezethetjük vissza. A kerületen erőpárt hozhatunk létre például **fékpofákkal fékezett tárcsával**. Ez a módszer

azonban nagyobb nyomatékok mérésére nem alkalmas. Célszerűbb ezért az egyensúlyban lévő kerületi erőket **folyadéksúrlódással** ébreszteni, a 30. ábrán látható hidraulikus tengelykapcsolóhoz hasonló elven. Az így kialakított nyomatékmérőt **vízféknek** nevezzük. Tengelyen átvitt nyomatékot meghatározhatunk ismert hosszúságú **tengelyszakasz elcsavarodásának** mérésével is. Az elcsavarodás mértéke ugyanis arányos a nyomatékmal. Az elcsavarodás nagyságát ún. **nyúlásmérő bélyegekkel** állapíthatjuk meg. **Villamos gépek** álló és forgórésze között ébredő nyomaték is mérhető bizonyos szerkezeti átalakítással. Az ilyen nyomatékmérőt **mérleggépnek** nevezzük. Az itt felsorolt módszerek közül az elsőnek és az utolsónak említettel foglalkozunk részletesebben.

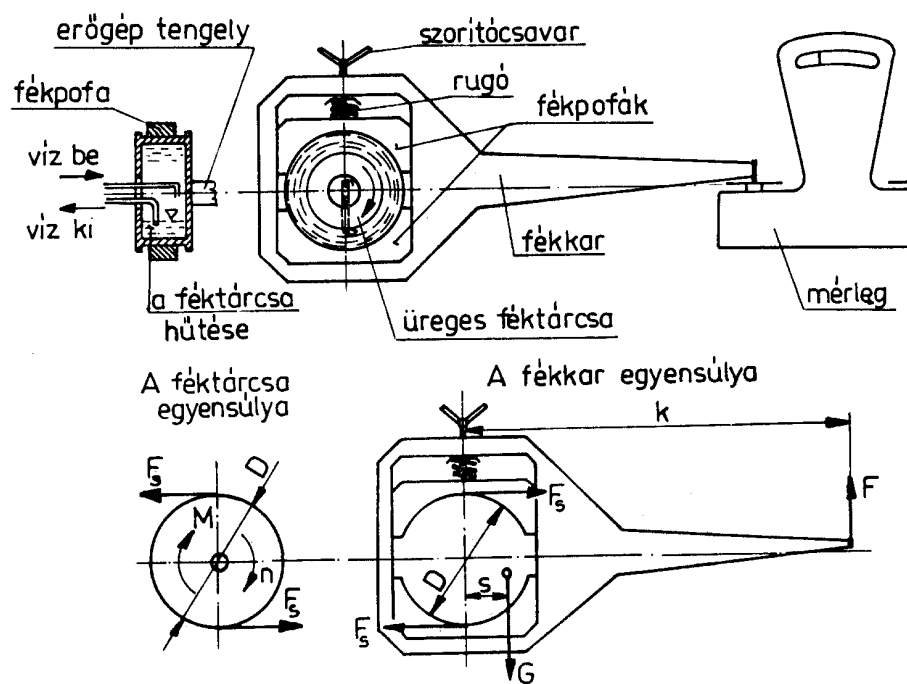
1. A Prony-fék

A Prony-fék **erőgép tengelyén leadott** nyomaték mérésére alkalmas (43. ábra). A Prony-fék az erőgép tengelyére ékelt **féktárcsából**, rugókkal összeszorított fékpofákból és a hozzájuk mereven kapcsolt fékkarból áll. A **tárcsa** állandó szögsebességű forgásakor a rá ható forgatónyomatékok **egyensúlyban** vannak, azaz a mérendő nyomaték és a fékező nyomaték azonos nagyság.

$$M = F_s \cdot D$$

mert a két F_s erő erőpárt alkot.

A **fékkart** ez a nyomaték - és a saját súlyból származó nyomaték - el akarja forgatni, a fékkar a tárcsával együtt akar forogni. Ezt a fékkar végének - mérlegen való - megtámasztásával akadályozzuk meg. Az itt átadott F erő révén a fékkar nyugalmi, egyensúlyi helyzetben lesz.



43. ábra

$$M + G s = F k$$

Itt $G s = M_0$ az önsúlyból származó nyomaték, az ún. alapnyomaték, amely $M = 0$ esetben (a fékkar lazán támaszkodik az álló tárcsára) meghatározható. Ekkor ugyanis

$$M_0 = F_0 k$$

ahol F_0 a mérlegen leolvasott erő.

Így

$$M = F \cdot k - M_0$$

Az alapnyomaték értéke, éppúgy, mint a k karhossz, a Prony-fék jellemző adata. A Prony-fék szimmetrikus kiképzésével (két kar) M_0 értéke zérus is lehet. A mérlegen leolvasott F erőből tehát a forgatónyomaték kiszámítható.

A súrlódás következtében keletkező hő elvezetése céljából gondoskodni kell a fék hűtéséről. A hűtés egyik módja, hogy a hűtővizet az üregesre kiképzett féktárcsába vezetjük (43. ábra). A hűtővíz együtt forog a tárcsával és abban gyűrűalakban helyezkedik el. A felmelegedett hűtővíz a forgási iránnyal szembefordított csövön át távozik. A szükséges hűtővíz mennyisége kiszámítható, ha feltételezzük, hogy a képződött hőt teljes egészében a vízzel vezetjük el. Írható, hogy

$$M\omega = \rho Q c \Delta t ,$$

ahol:

M [N, m]	az erőgép által szolgáltatott forgatónyomaték,
ω [rad/s]	a tengely szögsebessége,
Q [m ³ /s]	a hűtővíz térfogatárama,
ρ [kg/m ³]	a hűtővíz sűrűsége ($\rho = 1000$ kg/m ³),
[J/kg°C]	a hűtővíz fajhője ($c = 4187$ J/kg°C),
Δt [°C]	a hűtővíz hőmérsékletnövekedése a féktárcsában.

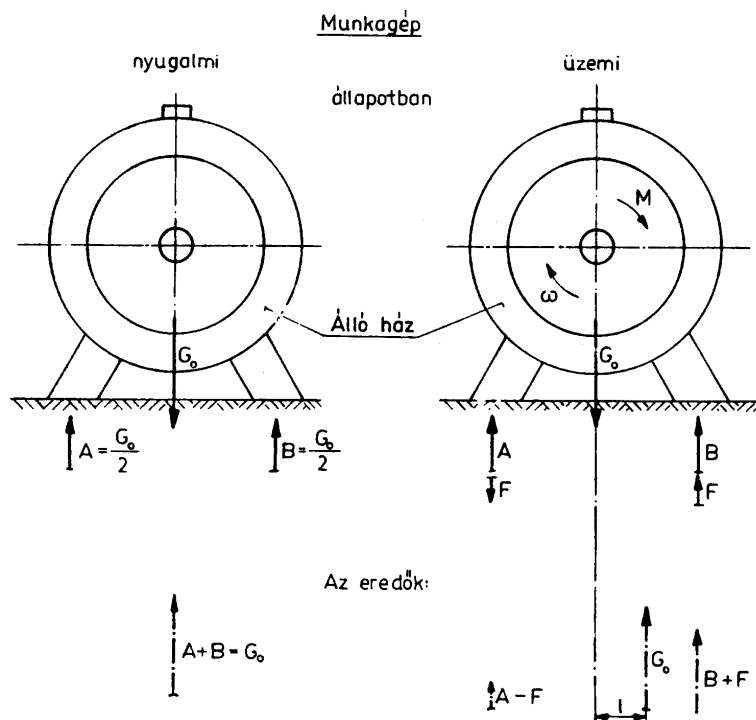
2. A villamos mérleggépek

A nyomatékmérés itt tárgyalandó módszere is az egyenletes üzemállapotban fennálló nyomatéki egyensúlyon alapszik. Ha egy forgó gépbe tengelyen nyomatékot viszünk be (vagy attól nyomatékot kapunk), akkor a tengely forgatónyomatékát kiegyensúlyozó nyomaték lép fel a gép külső kapcsolatainál (rendszerint az alapoknál). A 44. ábra egy forgó mozgású munkagépet (vill. generátor, szivattyú, stb.) mutat nyugalmi és üzemi helyzetben. Nyugalmi állapotban a szimmetrikus gépalapokon az önsúlyt (G_o) kiegyensúlyozó $A = G_o/2$ és $B = G_o/2$ reakció erők ébrednek. Üzem közben a reakció erők nagysága (F) úgy változik, hogy az önsúlyon kívül a tengelyen érkező M nyomatékot is kiegyensúlyozzák. Az új reakció erők eredője is G_o nagyságú, de l távolsággal kívül esik a szimmetriasíkon ($M = G_o l$). Az álló házrész reakcióerőinek változását villamos forgógépeknél szokás nyomatékmérésre felhasználni.

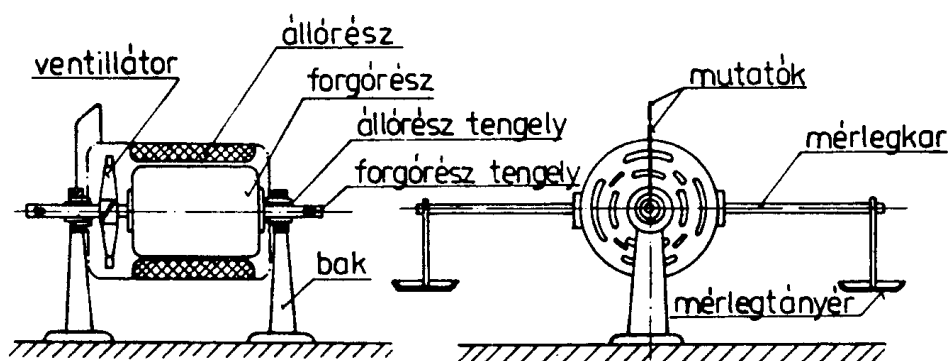
A villamos mérleggépek **állórésze** nincs az alaphoz rögzítve, hanem csapágyakban kis mértékben elfordulhat (45. ábra).

Az álló és forgórész tekercsei közötti elektromágneses kölcsönhatás az állórészt forgatni akarja. Generátor esetén a hajtott forgórész „magával akarja vinni” az állórészt. Motor esetén a forgórész „elrugaszkodik” az állórésztől, azaz a forgásértelemmel ellenkező értelmű nyomaték jelentkezik a házban. Ezeket a nyomatékokat az állórészre szerelt karokon lévő mérlegtányérokba helyezett súlyok nyomatékával egyenlíthetjük ki, azaz mérhetjük meg.

A villamos motor és generátor jellegéből következik, hogy egy erőgép tengelyén szolgáltatott nyomaték mérésére mérleggenerátort, munkagép



44. ábra



45. ábra

hajtásához szükséges nyomaték méréséhez pedig mérlegmotort kell használnunk. A villamos gépek állórészét ekkor csapágyazzuk és karokkal szereljük fel, azaz „mérlegesítjük”.

A **mérleggenerátor** forgó- és állórészének egyensúlyát a 46. ábra segítségével vizsgálhatjuk. **Terheléskor a forgórészt** a mérendő nyomaték (M) hajtja. Ezt egyensúlyozza az elektromágneses mező nyomatéka (M_E), valamint a csapágy és kefesúrlódásból (M_s) és légsúrlódásból (M_v) adódó nyomaték. Az M és az M_E nyomatékokat a 46. ábrán vastag vonallal jelöltük. A többi nem elhanyagolva írható, hogy:

$$M = M_E + M_s + M_v$$

Az állórész egyensúlya terheléskor:

$$M_E + M_s + Q \cdot s = G \cdot k$$

Itt Q az állórész súlya, s pedig a súlyvektor karja. E szorzat a valóságban legtöbbször nulla ($s=0$). G az állórész kiegyensúlyozásához szükséges súly. A két egyenlet egybevetéséből

$$M = G \cdot k + M_v - Q \cdot s$$

A két utolsó tag meghatározására ún. **üresjárási mérést** kell végezni. Ekkor a generátort - függetlenül az erőgéptől - a forgásirány megtartásával motorként üzemeltetjük (46. ábra). Az elektromos erőteréből adódó hajtónyomaték (M_{EO}) a **forgórészen** az M_s és az M_v nyomatékokat egyensúlyozza

$$M_{EO} = M_v + M_s$$

Az állórész egyensúlya:

$$M_{EO} = M_s + Q \cdot s + G_0 \cdot k$$

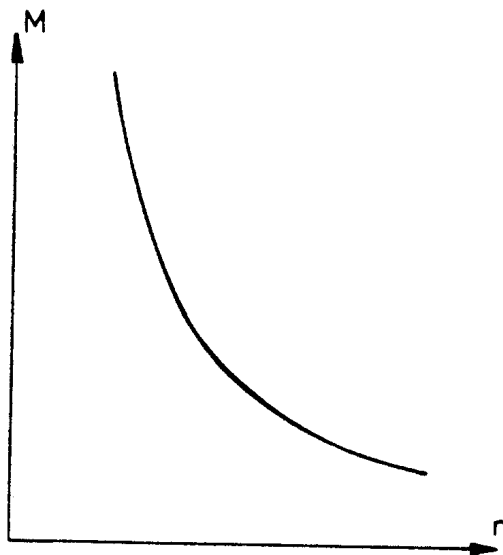
Itt G_0 az üresjárásban az állórész kiegyensúlyozásához szükséges súly.

A két egyenletből a forgórész légsúrlódásának (M_v) és az önsúly excentricitásából adódó (Q_s) nyomaték különbségét kapjuk.

$$M_v - Q \cdot s = G_o \cdot k$$

Így végül a mérendő nyomaték:

$$M = (G + G_o) \cdot k$$



46. ábra

Az üresjárási mérést rendszerint több fordulatszámon elvégzik, és a G_o értékeket a fordulatszám függvényében adják meg. Megjegyezzük, hogy **G_o értékének előjele** függ attól, hogy üresjáráskor melyik oldali serpenyőbe kellett helyezni a súlyt, továbbá attól is, hogy a mérleggépet motorként, vagy generátorként használjuk-e. A helyes előjelet a fentihez hasonló gondolatmenettel kell mindig megállapítanunk.

I) A gép veszteségei és hatásfoka változó terhelésnél

1 A névleges hasznos teljesítmény és a terhelés

A hatásfok fogalmának tárgyalásakor beszélünk hasznos és bevezetett teljesítményről. **Egy adott gép** azonban **többféle üzemállapotban** dolgozhat, azaz **hasznos teljesítménye más és más lehet.**

Szemléltessük ezt egy egyszerű munkagépen, a teheremelést szolgáló állócsigán (47. ábra) ! Az álló csigatengely két végén van felfüggesztve, a kötél tárcsa

ezen forog. A kötélen egyik végén négy m tömegű láda elhelyezésére alkalmas ún. járószék függ. A kötélen másik végét valamilyen, e célra alkalmas erőgép mozgatja.

Ezt a **munkagépet** tehát 4 m tömegű h magasságra való felemelésére tervezték. A 4 m tömeg megszabta a járószék nagyságát, a kötélen vastagságát, a kötéltárcsa átmérőjét, stb. Megadták a **v üzemi sebességet** is.

A gép megnevezésére azokat a hasznos jellemzőket használják, amelyre a gépet tervezték. Ezek a **névleges értékek**. A névleges adat az esetek többségében garanciális érték is, azaz a gyártó cég szavatolja a névleges adat teljesítését. A gép a névleges jellemzőkkel a névleges üzemállapotban dolgozik, hasznos teljesítménye a **névleges hasznos teljesítmény**.

Példánkban ez:

$$P_1 = 4 \text{ mg v}$$

Ettől az üzemállapottól eltérő eseteket is megrajzoltunk. Két láda emelésekor a szolgáltatott hasznos teljesítmény az előző fele. Azt mondjuk a gép **felterheléssel dolgozik**.

$$P_h = 2 \text{ mg v}$$

A **terhelés** két hasznos teljesítmény hányadosa. A terhelést megkapjuk, ha a pillanatnyi, az éppen érvényes **hasznos teljesítményt a névleges hasznos teljesítménnyel** elosztjuk:

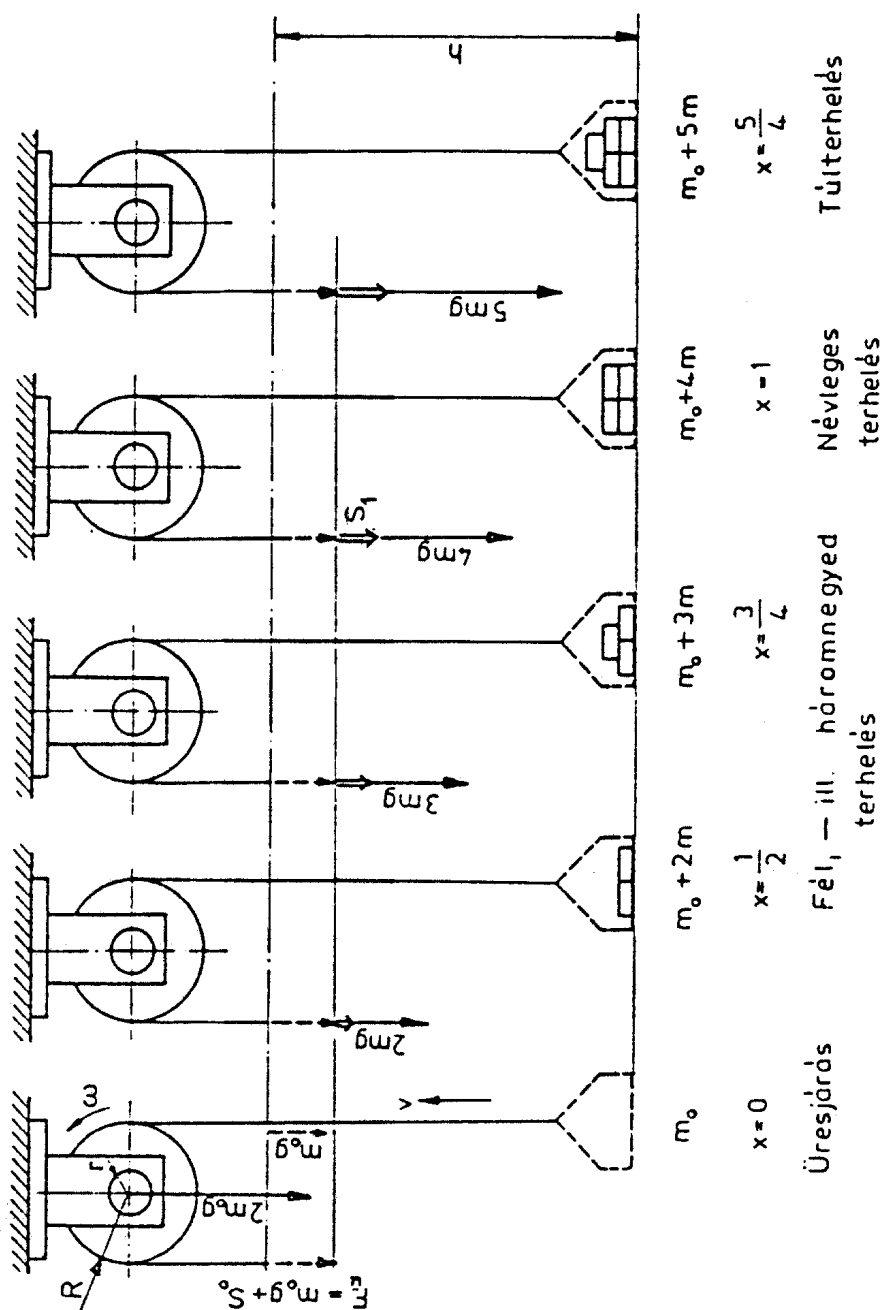
$$x = \frac{P_h}{P_1}$$

A 47. ábrán a **háromnegyed és a túlterhelés** állapota is látható. Előfordulhat, hogy a gépet a tervezettnél nagyobb mértékben vesszük igénybe, azaz túlterheljük. Ekkor a terhelés

$$x > 1$$

A fentiekből következik, hogy a **névleges hasznos teljesítménynek** megfelelő üzemállapotban a terhelés

$$x = 1$$



47. ábra

A névleges hasznos teljesítmény és a terhelés fogalma erőgépre, közlőműre és munkagépre egyaránt használható. **Gépeinket** tehát - az energia haladásának irányát nézve - mindig a kijövő, a szolgáltatott, a **hasznos teljesítménnyel jellemezzük**.

Erőgépeknél ("... kilowattos motor, vízturbina, stb.) ezt a szabályt kivétel nélkül beartadják.

Közlőműveknél, munkagépeknél sokszor adnak meg névleges teljesítményként bemenő teljesítményt. Különösen akkor, ha az könnyebben mérhető, vagy az energia fogyasztásra akarnak - például költség okokból - utalni. Így járnak el pl. a hő, illetve fényt termelő munkagépeinknél, a villamos melegítőknél, illetve izzóknál.

A továbbiakban névleges teljesítményen mindig **névleges hasznos teljesítményt** (P_1) fogunk érteni és terhelésnek (x) a pillanatnyi hasznos teljesítmény és a névleges hasznos teljesítmény hányadosát tekintjük.

Felmerül ezek után a kérdés, függ-e a hatásfok a terheléstől. Azaz a névleges üzemállapotban érvényes - általában adott - hatásfok érvényes-e a többi üzemállapotban is, vagy függ a terheléstől?

2. Az állandó veszteség

Az előző kérdés megválaszolásához a **veszteségeket** kell elemeznünk. Mint a hatásfok tárgyalásánál láttuk (III. D. fejezet.)

$$P_b = P_h + P_v$$

A P_v teljesítmény veszteséget vizsgáljuk meg először a 47. ábrán tárgyalt esetben. Amikor az m_0 tömegű járószéket üresen emeljük, **hasznos teljesítmény nincs. Az üresjárásban** a terhelés

$$x = 0$$

A járószék emelése azonban ekkor is teljesítményt igényel

$$P_{v0} = m_0 g v + M_{cs0} \omega$$

Azaz teljesítményt emészt a járószék súlyának, valamint a csapsúrlódás nyomatékának legyőzése. A csapsúrlódás azért lép fel, mert az r sugarú álló csap felső részére - a két kötélágban fellépő húzás hatására - $2 m_o g$ pályanyomás nehezedik.

A kötel és a kötélhárcsa - a járószék súlyához képest kis - súlyát elhanyagoljuk. Így:

$$M_{cso} = \mu 2 m_o g r$$

ahol μ a súrlódási tényező a csap és a rajta forgó kötélhárcsa között, r pedig a csap sugara.

Az R sugarú kötélhárcsán átvett kötélen e nyomaték legyőzésére összesen

$$S_o = \frac{M_{cso}}{R}$$

erő szükséges. Ez az erő a kötélhárcsa felső ívén súrlódással adódik át a kötélnak.

Üresjáratban tehát jó közelítéssel

$$F_{\ddot{u}} = m_o g + S_o$$

erővel kell a kötelet húzni. (A 47. ábrán szaggatott vonallal rajzolt vektor.)
Legyőzéséhez

$$P_{vo} = F_{\ddot{u}} v$$

teljesítményt kell bevezetni, miközben a hasznos teljesítmény nulla.

Ezt a teljesítményt a zérustól különböző terhelési esetekben is ki kell fejteni, mert a járószék emelése a hasznos teher emelésének feltétele.

A P_{vo} üresjárási, állandó veszteség, mert üzemállapottól függetlenül mindig fellép és nagysága a terheléstől függetlenül állandó.

3.. A változó veszteség

Ha a járószéket terhelni kezdjük, nőnek a kötélerők, s ennek hatására nő a csapsúrlódási veszteség.

A teher okozta csapsúrlódási nyomaték névleges terheléskor:

$$M_{cs1} = \mu \cdot m \cdot g \cdot r$$

A kötéltárcsán átvett kötélben e nyomaték legyőzésére összesen

$$S_1 = \frac{M_{cs1}}{R}$$

erő szükséges. Ez az erő a kötéltárcsa felső ívén súrlódással adódik át a kötelnek. A 47. ábrán az erőt kettős vonallal rajzolt vektor jelöli.

Félterheléskor a teher okozta csapsúrlódási nyomaték az előbbi érték fele lesz, s.i.t.

E változó kötelerő (S_x) legyőzéséhez szükséges **teljesítmény** (P_{vx}) is **változó**, azaz a terhelés (x) függvénye. E függőségre utal az **x index**:

$$P_{vx} = S_x \cdot v$$

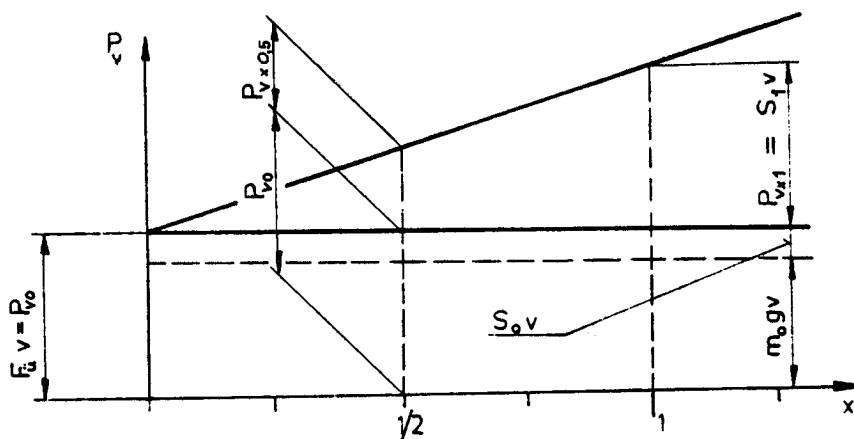
A névleges terheléskor (x = 1) fellépő változó veszteség

$$P_{vx1} = S_1 \cdot v$$

Az itt tárgyalt esetben a terheléssel változó veszteség a terheléssel egyenesen arányos.

Az összes veszteség tehát egy állandó (terheléstől független) és egy változó (a terheléstől függő) veszteség összege.

$$P_v = P_{v0} + P_{vx}$$



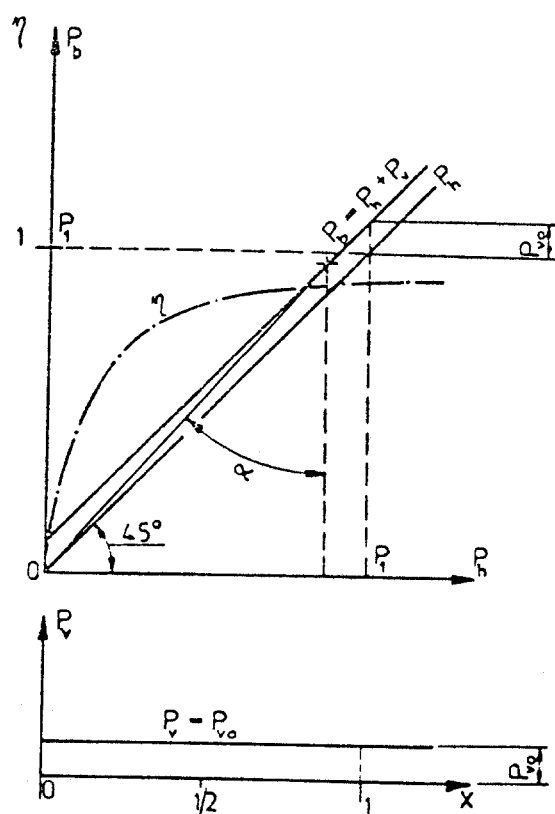
48. ábra

A veszteségek változását a terhelés függvényében a 48. ábra szemlélteti.

4. Különféle gépek állandó és változó veszteségei

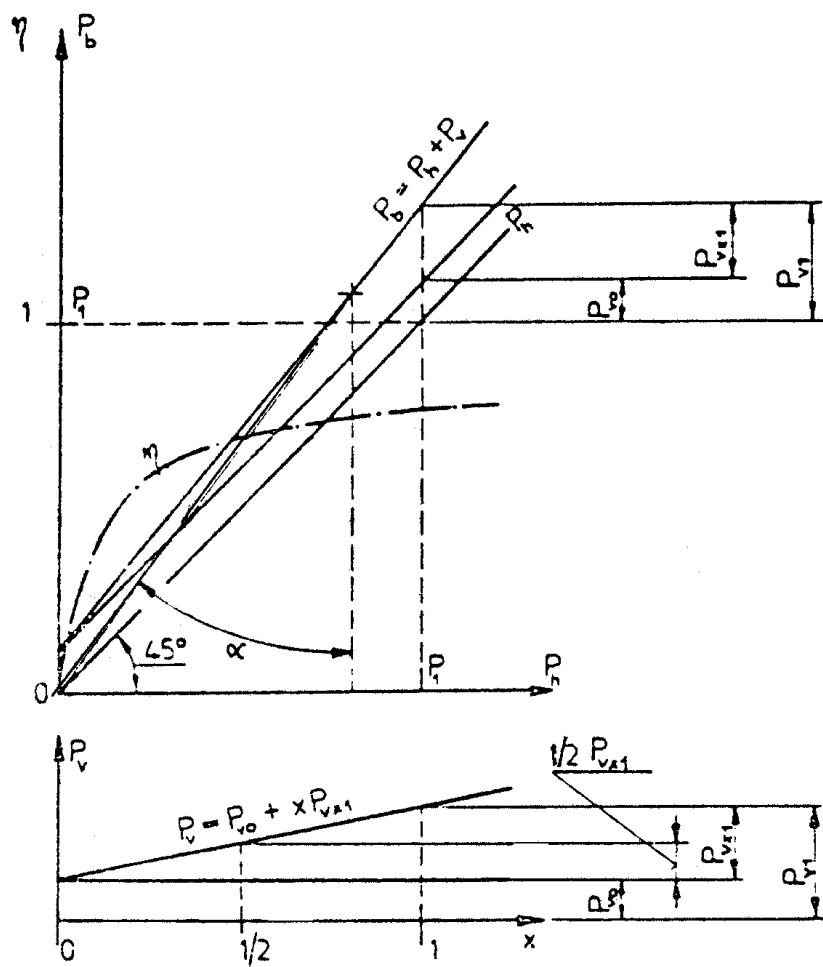
Az állandó, vagy üresjárási veszteség - mint neve is utal rá - minden géptípusnál független a terheléstől.

Állandó veszteséget okoz a forgó részek csapsúrlódásának az a része, amelyet a **terheléstől független erők** okoznak. A géprészek súlya hatására fellépő súrlódási veszteséggel - mint állandó veszteséggel - mindig számolnunk kell. De adott esetben az állandó veszteségek közé sorolható más veszteség is, mint például az előzőekben tárgyalt járószelek emeléséhez szükséges teljesítmény. Olyan gép veszteség görbéjét mutatja a 49. ábra alsó diagramja, amelynél **csak állandó veszteség** fellépésével kell számolnunk.



49. ábra

Az 50. ábra alsó részén az előzőekben tárgyalt állócsiga veszteséggörbéjéhez hasonló veszteség görbét látunk. **Mechanikai elven működő** munkagépek változó veszteségei általában egyenesen arányosak a terheléssel:



50. ábra

$$P_v = P_{v0} + x P_{vx1}$$

A villamos gépek változó veszteségei (rézveszteségek) többnyire az áramerősség négyzetével arányosak. Minthogy azonban az állandó feszültségű hálózatra kapcsolt gép áramerőssége a terheléssel nagyjában egyenesen arányos, a terheléssel változó veszteség a terhelés négyzetével arányos

$$P_v = P_{v0} + x^2 P_{vx1}$$

Ilyen veszteség görbe látható az 51. ábra alsó részén.

Cseppfolyós és légnemű közeget szállító gépek változó veszteségei a terhelés harmadik hatványával arányosak (52. ábra):

$$P_v = P_{v0} + x^3 P_{vx1}$$

5. A terhelés és a hatások kapcsolata

Ezek után válaszolni tudunk az 1. pont végén feltett kérdésre: Függ-e a hatások a terheléstől?

A 49., 50., 51. és 52. ábra felső részén tengelykeresztet rajzoltunk. Mind az abszcisszán, mind az ordinátán **azonos** teljesítmény léptéket feltételezve, a 45°-os egyenes egy veszteségmentes gép bevezetett teljesítményét, azaz a P_h hasznos teljesítményt ábrázolja a hasznos teljesítmény függvényében. Ha erre a vonalra szuperponáljuk az alsó diagramokon megrajzolt veszteség görbéket, akkor a valóságos gép bevezetett teljesítmény görbáját kapjuk. Az abszcissza tengelyen az alsó ábrákon a terhelést, a felső ábrákon a hasznos teljesítményt tüntettük fel. A két tengely azonban egymástól csak értelmezésben különbözik, hiszen a két mennyiség egy állandó szorzóval (P_1) egymással kapcsolatba hozható

$$P_h = x P_1$$

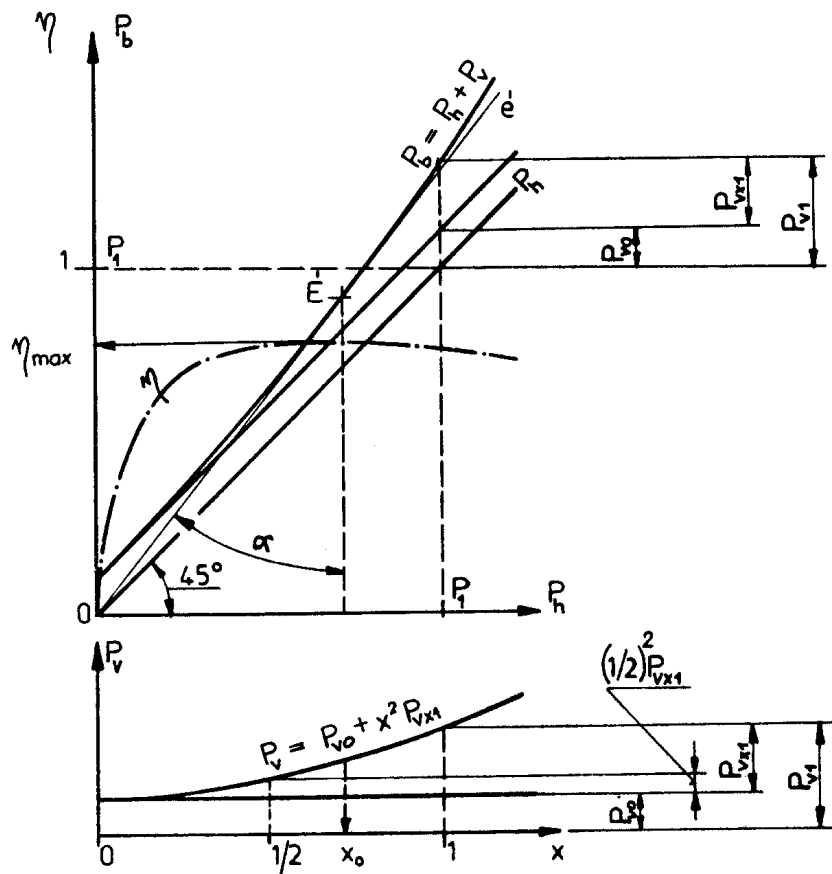
Nézzük ezek után a felső diagramokat! Kössük össze a P_b görbe egy tetszős szerinti pontját az origóval! Az összekötő egyenes és a megfelelő ordináta α szöget zár be egymással. Ennek **az α szögnek a tangense** a pont abszcisszája által kijelölt hasznos teljesítményhez, illetve terheléshez tartozó **hatásfok**.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{P_h}{P_b} = \eta$$

Ha a pontot a P_b görbén képzeletben mozgatjuk, változni fog az α szög, azaz a hatásfok is.

Csak állandó veszteséggel, illetve lineáris változó veszteséggel rendelkező, **mechanikai elven működő gép** bevezetett teljesítmény görbéje látható a 49. és 50. ábrán. Itt a P_b görbén jobbra haladva az α szög, - bár egyre kisebb mértékben - de

állandóan nő. Üresjáratban az α szög nulla. Megállapíthatjuk tehát, hogy ilyen gépeknél a **hatásfok** az origóból induló és **állandóan emelkedő** görbével jellemezhető. A hatásfok görbét az ábrákon pont-vonallal rajzoltuk meg.



51. ábra

Villamos elven működő gépeknél (51. ábra) a P_b görbe tetszés szerinti pontját az origóval összekötő egyenes és az ordináta közötti α szög akkor a legnagyobb, amikor az összekötő egyenes **szelőből érintővé** (é) válik.

Az É érintési ponthoz tartozó abszcisszájánál a **hatásfoknak maximuma** van.

Ugyanez a helyzet a cseppfolyós és légnemű közeget szállító gépek esetében (52. ábra).

A **hatásfok** tehát egy adott gép esetében **más lesz, ha arról más hasznos teljesítményt veszünk le**. A gondolatban levezetett és az ábrákon megszerkesztett

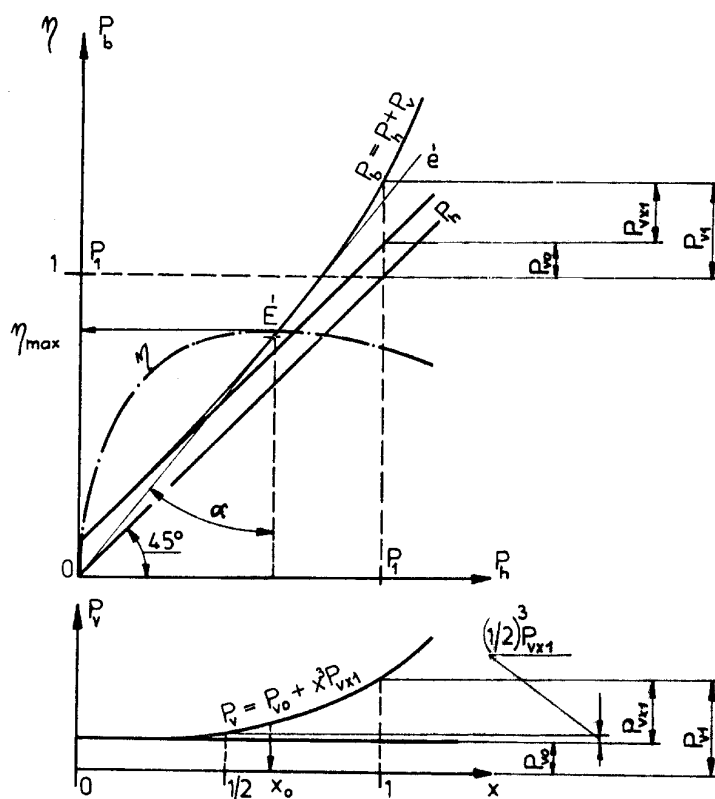
hatásfok görbékből látható, hogy körülbelül negyed terhelés alatt a hatásfok rohamosan tart a nullához - gépeinket kis terheléssel járatni nem gazdaságos.

Körülbelül félterheléstől kezdve a hatásfokok általában keveset változnak - a maximum ritkán éles. Mechanikai elven működő gépet - ha az egyébként a gép szerkezetét nem károsítja - túlterhelni is érdemes.

Villamos gépek úgy méretezhetők, hogy a hatásfok a névleges terhelésnél kisebb hasznos teljesítménynél adjon maximumot. A hatásfok a névleges terheléshez közelítve, kissé romlik, viszont már egészen kis terhelésnél kezd kedvező értékű lenni.

Ehhez hasonlóan viselkednek a harmadfokú veszteséggörbével rendelkező gépek is.

"A gép hatásfoka" tehát névleges érték, a **névleges terheléshez tartozó hatásfok**. Olyan gépeknél, amelyek gyakran dolgoznak a névlegestől eltérő üzemállapotban is, a teljes hatásfok görbe nélkülözhetetlen a gép helyes megítéléséhez.



52. ábra

6. A hatásfok görbe maximuma

Megállapítottuk, hogy az 51. és 52. ábrán látható esetben a hatásfok görbének ott (x_0) van maximuma, ahol a P_b görbe helyi meredeksége egy az origón átmenő egyenes (é) meredekségével egyenlő.

A P_b görbe egyenlete az x terheléssel, mint független változóval felírva:

$$P_b = xP_1 + P_{v0} + x^n P_{vx1}$$

Az egyenletben az első tag a hasznos teljesítmény-rész, a második és a harmadik tag pedig a veszteség. Az n kitevő az 51. ábrán tárgyalt esetben 2, az 52. ábrán tárgyalt esetben pedig 3.

A P_b görbe meredeksége az $\acute{E}$ pontban az x_0 helyen képezett első differenciál hányados:

$$m = P'_b(x_0) = P_1 + nx_0^{(n-1)} P_{vx1}$$

Ez a meredekség az $\acute{e}$ érintő meredeksége. Az $\acute{e}$ érintő az origóból induló

$$y = mx$$

típusú egyenes. Az érintő átmegy az $\acute{E}$ ponton, amelynek koordinátái:

$$[x_0 ; y_0] = [x_0 ; x_0 P_1 + P_{v0} + x_0^n P_{vx1}]$$

Helyettesítsük be az $\acute{E}$ pont koordinátáit és a meredekséget az egyenes egyenletébe. Ekkor kapjuk, hogy:

$$x_0 P_1 + P_{v0} + x_0^n P_{vx1} = \left(P_1 + n x_0^{(n-1)} P_{vx1} \right) x_0$$

azaz

$$P_{v0} + x_0^n P_{vx1} = n x_0^n P_{vx1}$$

$$P_{v0} = (n - 1)x_0^n P_{vx1}$$

Ebből az eredményből $n=2$ helyettesítéssel azt kapjuk, hogy

$$P_{v0} = x_0^2 P_{vx1}$$

Villamos elven működő gépeknél a legjobb hatásfokot adó terhelésnél az állandó és a változó veszteségek egymással egyenlők.

Ha az előbbi eredménybe $n=3$ -at helyettesítünk, akkor a

$$P_{v0} = 2x_0^3 P_{vx1}$$

összefüggést kapjuk. Cseppfolyós és légnemű közeget szállító gépeknél a legjobb hatásfokot adó terhelésnél az állandó veszteség a változó veszteség kétszerese.

A fenti eredmények veszteség és hatásfok görbék szerkesztésénél, elemzésénél, feladatok megoldásánál fontos segítséget adnak.

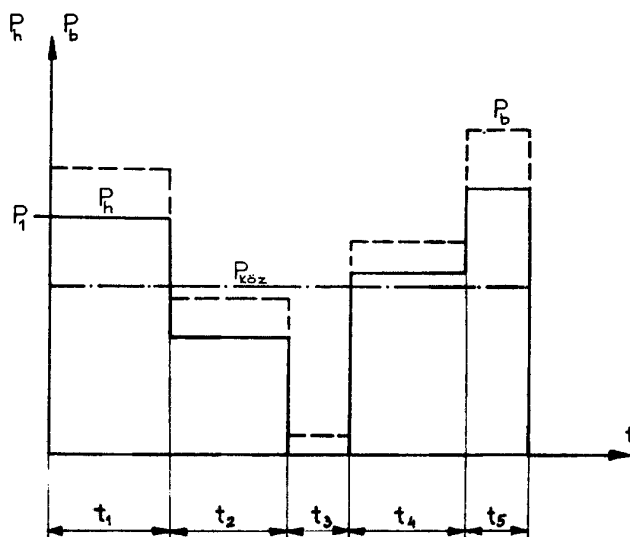
Megjegyezzük, hogy a másod- és harmadfokú veszteség görbék elemzésénél kapott eredmények **lényege** az, hogy a hatásfok görbének **maximuma** van. A maximum helye a névleges teljesítmény értékétől függ. Ez azonban önkényes. A cseppfolyós, ill. légnemű közeget szállító örvényszivattyúnál, ill. ventilátornál éppen a legjobb hatásfokhoz tartozó hasznos teljesítményt tekintik névleges hasznos teljesítménynek.

J. Közepes terhelés, átlagos hatásfok

Az előzőekben láttuk, hogy a gép változó terhelés mellett változó hatásfokkal üzemel. **Egy hosszabb időszakban** (év, hónap, nap, műszak) **többféle terhelés fordulhat elő**. Ilyenkor az adott időszakra vonatkozó közepes terhelést, átlagos hatásfokot kell meghatároznunk.

Hogy az adott időszak, amelyikre vonatkoztatunk, milyen hosszú, azt a gép, vagy gépcsoport jellege dönti el. Egy folyamatosan dolgozó erőműnél az évi hatásfokot számíthatjuk ki, de az egy műszakban dolgozó forgácsoló munkagépet hajtó villamos motornál a 8 órára vonatkoztatott átlagos hatásfok lehet a jellemző.

Tegyük fel, hogy egy esztergapadot hajtó villamos motort egy műszakban a 53. ábrán folytonos vonallal rajzolt lépcsős diagram szerint használunk ki.



53. ábra

Azaz t_1 ideig $x_1 = 1$, teljes terheléssel dolgozik, a P_1 névleges hasznos teljesítményt vesszük le róla. A t_3 időszak a fogás nélküli forgások ideje, gyakorlatilag a motor **üresjárását** jelenti. Ebben az esetben $x_3 = 0$ és $\eta_3 = 0$. A villamos motor hatásfok-terhelés görbéje adott (54. ábra). A műszak végén a gépet túlterheljük: $x_5 > 1$, $P_h > P_1$

Számítsuk ki az egy műszakban végzett hasznos munkát! A hasznos munka a **folytonos vonal** (a hasznos teljesítmény görbe) **alatti területtel arányos**.

$$\begin{aligned} \sum W_h &= t_1 P_{h1} + t_2 P_{h2} + t_3 P_{h3} + t_4 P_{h4} + t_5 P_{h5} = \\ &= \sum_{i=1}^5 t_i P_{hi} = \sum_{i=1}^5 W_{hi} \end{aligned}$$

Az egyes P_h teljesítmények kifejezhetők a névleges hasznos teljesítmény (P_1) és a terhelés segítségével

$$P_{hi} = x_i P_1$$

így az összes hasznos munka, a P_1 állandót kiemelve:

$$\sum W_{hi} = P_1 \sum_{i=1}^5 x_i t_i$$

A hasznos munkaterületet **egy** téglalappá alakíthatjuk. Ennek a téglalapnak a magassága a **közepes hasznos teljesítmény**, általában:

$$P_{köz} = \frac{\sum W_{hi}}{\sum t_i}$$

A közepes teljesítmény az **összes hasznos munka és az összes idő hányadosa**.

Az 53. ábrán a közepes teljesítményt pont-vonallal rajzoltuk. A pont-vonallal rajzolt egyenes alatti téglalap és a folytonos vonal alatti téglalapok területe **megegyezik**.

A közepes teljesítményből - mint átlagos hasznos teljesítményből - számolható az adott időszakra vonatkozó **közepes terhelés**:

$$x_{köz} = \frac{P_{köz}}{P_1}$$

A közepes terhelés a közepes teljesítmény és a névleges hasznos teljesítmény hányadosa.

54. ábra

Az adott hatásfok-terhelés görbe a (54. ábra) segítségével meghatározhatjuk a **bevezetett teljesítmény** alakulását is, hiszen

$$P_{bi} = \frac{P_{hi}}{\eta_i}$$

A bevezetett teljesítményt az 53. ábrán szaggatott vonallal rajzoltuk meg. Az előbbi összefüggéssel az $i = 3$. szakaszban nem lehet a bevezetett teljesítményt kiszámítani. Ekkor ugyanis $\eta_i = \eta_3 = 0$.

Viszont

$$P_{b3} = P_{vo'}$$

hiszen a gép ekkor üresjáratban dolgozik.

Az összes bevezetett munka:

$$\begin{aligned} \sum W_b &= t_1 P_{b1} + t_2 P_2 + t_3 P_{b3} + t_4 P_{b4} + t_5 P_{b5} = \\ &= \sum_{i=1}^5 t_i P_{bi} = \sum_{i=1}^5 W_{bi} \end{aligned}$$

Az átlagos hatásfok az összes hasznos munka és az összes bevezetett munka hányadosa. Általában

$$\eta_a = \frac{\sum W_h}{\sum W_b}$$

Az átlagos hatásfok két munkaterület hányadosa.

Ha üresjárás, azaz $\eta_i = 0$ eset nem fordul elő, akkor

$$W_{bi} = t_i \frac{P_{hi}}{\eta_i} = t_i \frac{x_i P_l}{\eta_i}$$

Mivel $W_{hi} = P_l x_i t_i$, írható:

$$\eta_a = \frac{\sum W_{hi}}{\sum W_{bi}} = \frac{\sum x_i t_i}{\sum \frac{x_i t_i}{\eta_i}}$$

Az átlagos hatásfok tehát a névleges hasznos teljesítmény ismerete nélkül is meghatározható, ha a gép nem üzemel üresjárásban.

Az előbbi korlátozás nélkül kiszámolható a **közepes** terhelés is, csupán a részterhelésekből és a részdőkből:

$$x_{\text{köz}} = \frac{P_{\text{köz}}}{P_1} = \frac{\sum W_{hi}}{P_1 \sum t_i} = \frac{P_1 \sum x_i t_i}{P_1 \sum t_i} = \frac{\sum x_i t_i}{\sum t_i}$$

Általában jónak tekintjük az üzemmenetet, ha a közepes terhelés közel van a 100 %-hoz, tartós túlterhelés nélkül.

K) Az üzem gazdaságossága

A gép, vagy gépcsoport jóságának jellemzésére eddig a hatásfokot használtuk. A **hatásfok műszaki paraméter**, a hatásfok javítása- az ezirányú kutatómunka - a mérnöki tevékenység része.

Egy gép adott célra való alkalmazásánál azonban nem csupán a jó hatásfokra kell törekedni, hanem a **gazdaságosságra** is. E két tényező nem minden esetben van összhangban egymással. Látni fogjuk, hogy nem minden esetben a jobb hatásfokú gép egyben a gazdaságosabb is.

Gazdaságosságon a közgazdasági irodalomban **az eredményeknek és a ráfordításoknak a viszonyát** értik. A jó hatásfokú gép üzemanyagot takarít meg, ugyanakkor a korszerűbb gép általában bonyolultabb, előállításához több munkába kerül. A gazdaságosság vizsgálatánál tehát a következő kérdésre kell választ kapnunk: a korszerű és ezért jó hatásfokú gép alkalmazásából fakadó **megtakarítások** nagyobbak-e, mint azok a **többletráfordítások**, amelyeket a korszerűbb gép előállítása igényel? Erre a kérdésre a **vátozat vizsgálat** ad választ. Ismerkedjünk meg azonban előbb néhány alapfogalommal!

1. Költségek, önköltség, bevétel

Ha új gépet akarunk üzembe állítani, vagy akár új gyártelepet létesíteni, **egyszeri ráfordításként** jelentkezik a beszerzés, vagy létesítés költsége. Ez a **beruházási költség**, amelyet az üzemnek meghatározott idő alatt vissza kell téríteni. A megtérülési időt a várható élettartam, vagy gazdasági szabályozók határozzák meg.

A létesítményt terhelő, a **termelt mennyiségtől független állandó költségeknek** legnagyobb része a megtérülési idő egy évére vonatkoztatott beruházási költség

$$K_o \left[\frac{F_t}{\text{é v}} \right]$$

A K_o állandó költségrész tartalmaz még olyan kiadásokat, amelyek szintén függetlenek a termelt mennyiségtől. Ha egy gyártelepről van szó, annak közvilágítása, takarítása, az adminisztratív munkaerők egy részének fizetési is ide sorolható.

Az évi ráfordítások másik része már függ a termelt mennyiségtől, azaz a létesítmény kapacitásának kihasználásától.

A **változó költségek** legfontosabb eleme az **anyag- és energia-felhasználás**. Tegyük fel, hogy a termék mértékegysége a darabszám lehet. Vezessük be az

$$a_v \left[\frac{F_t}{\text{db}} \right]$$

változó költség tényezőt, amely tehát az anyag és energia költséget a termék egységére vonatkoztatja. Ez a költségtényező is tartalmaz egyéb elemeket, például a munkások fizetését.

Ezek után az évi összes költség

$$K = K_o + a_v M \left[\frac{F_t}{\text{é v}} \right],$$

ahol

$$M \left[\frac{\text{db}}{\text{é v}} \right]$$

az évente gyártott termékek száma. A **gyártható legnagyobb termékszám**, amelyet műszaki feltételek határoznak meg, a létesítmény évi **kapacitása**.

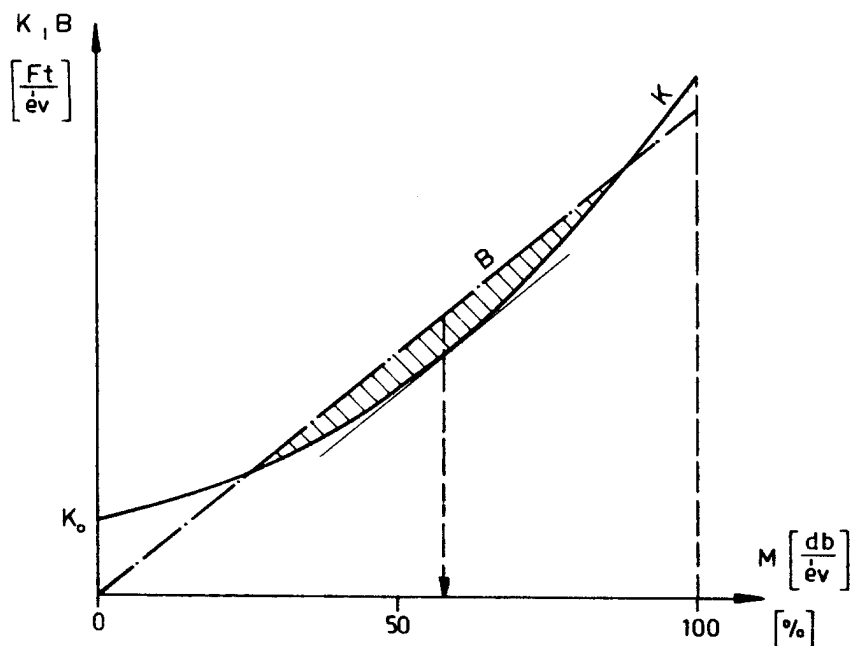
Az 55. ábrán a diagram vízszintes tengelyén az M évi darabszám mellett a kapacitás százalékos kihasználtságát is feltüntettük. Az állandó költségekre szuperponálva a változó költségeket, ferde egyenest kapunk, az évi összköltséget. A K egyenes meredeksége az a_v változó költség tényező.

Az önköltség az egy termékre vonatkoztatott összes költség:

$$a = \frac{K}{M} = \frac{K_o}{M} + a_v \left[\frac{F_t}{\text{db}} \right]$$

Az **önköltség** görbéje hiperbolikus, amelynek az a_v változó költség tényező aszimptotája. Minél több terméket állítunk elő, annál inkább a változó költségek kerülnek

túlsúlyba az egy termékre vonatkoztatott ráfordításokban. Az önöltség alakulását az 55. ábrán a szaggatott vonal mutatja.



55. ábra

A létesítmény üzemeltetője szempontjából nem mellékes a költségek alakulása mellett a **bevételek** nagysága sem. A bevételek a termék árából függenek, s növekvő termék számmal lineárisan nőnek. Az 55. ábrán a pont-vonallal rajzolt egyenes a

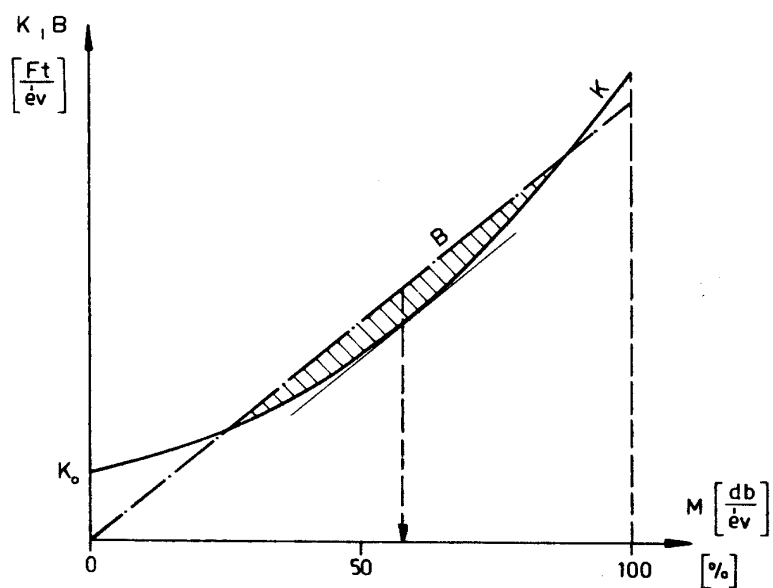
$$B \left[\frac{F_t}{\text{év}} \right]$$

évi bevételt mutatja. Az egyenes annál meredekebb, minél nagyobb az egységár és annál laposabb, minél olcsóbban adható el a termék. A ferdén vonalkázott terület a nyereség nagyságára jellemző. A **K és B egyenesek metszéspontja** azt a kapacitás kihasználást mutatja, amely felett az üzem **nyereséges** lesz.

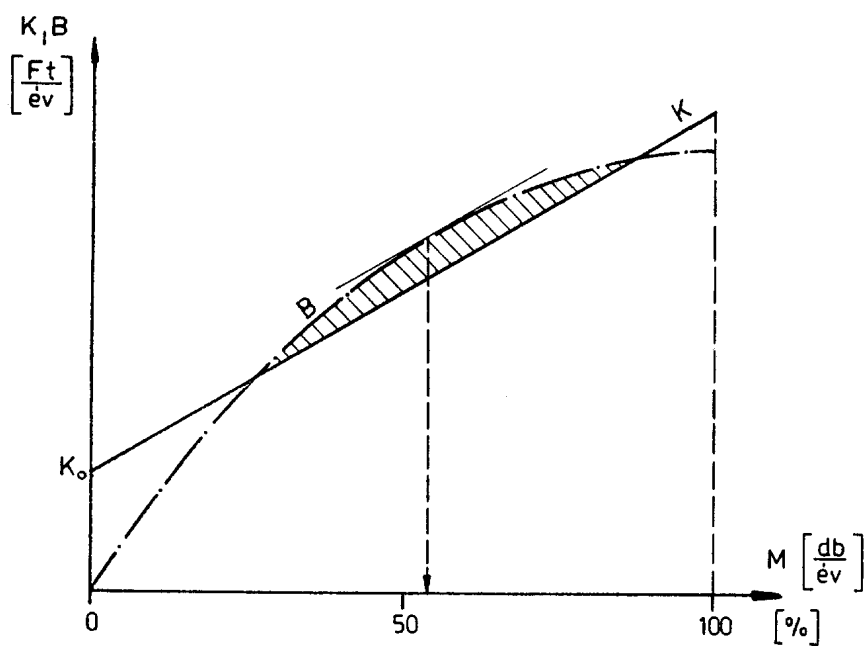
Ennél kisebb darabszámot - az adott árak esetén - nem érdemes előállítani.

Az előbbi gondolatmenetek a gazdaságosság kérdését sokban **egyszerűsítik**. Az állandó és változó költségek a felsoroltaknál több elemet tartalmaznak. Az összes költség és a bevételek görbéje sem feltétlenül egyenes.

Elképzeltető, hogy az energia felhasználás nem arányos a darabszámmal - azaz **a nem állandó**. Ennek lehet technológiai oka, de előfordulhat az is, hogy a többlet energia aránytalanul drágább. Ilyenkor a K összköltség görbe az 56. ábra



56. ábra



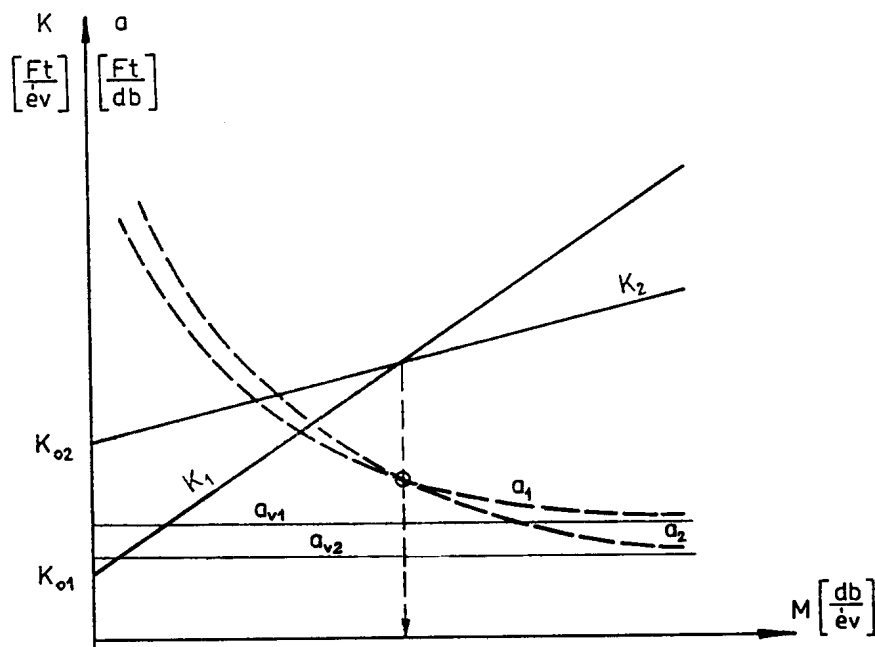
57. ábra

szerint alakul. Ebben az esetben a termelő gép vagy gyár üzemeltetője számára kapacitásának - az 56. ábra szerint - kb. 60%-os kihasználása a gazdaságos.

Előfordulhat az az eset is, hogy árpolitika, vagy a piaci helyzet alakulása **növekvő termékszám esetén az árak csökkenéséhez** vezet. Ha az összköltség görbéje most ferde egyenes, akkor az 57. ábra szerint szintén nem gazdaságos a legnagyobb termékszám. A legnagyobb nyereség most kb. 55%-os kapacitás kihasználás mellett van.

2. A változat vizsgálat

Ezek után választ adhatunk arra a kérdésre, mikor érdemes korszerűbb, kisebb üzemköltséggel dolgozó üzemet létesíteni, drágább gépet beszerezni a megvalósítható olcsóbb megoldás helyett.



58. ábra

A nagyobb beruházási költség az állandó költségeket növeli. Így van ez általában akkor is, ha a kétféle megoldás várható élettartama, illetve megtérülési ideje esetleg nem egyenlő. Legyen az **1. változat** a régibb, **olcsóbb**, a **2. változat** a

korszerűbb, **drágább** megoldás. A 2. változat összköltség görbéje így magasabbról indul, mint az 1. változat összköltség görbéje. Az 58. ábrán a két görbét a termelhető évi termék egység függvényében rajzoltuk föl.

A **2. változat** összköltség vonala **laposabb**, mint az első változaté, hiszen a korszerű gép - egy termékre jutó - anyag és energia felhasználása kisebb. A kisebb anyagfelhasználás magyarázata lehet korszerű megmunkálásnál feltételezhető kevesebb hulladék. A kisebb energia felhasználás jobb hatásfokú gépet jelent. Szaggatott vonallal megrajzoltuk mindkét változat önköltség görbáját is az

$$a = \frac{K}{M} = \frac{K_o}{M} + a_v$$

összefüggés alapján.

Mind a folytonos, mind a szaggatott vonalak azonos abszcisszájánál metszik egymást.

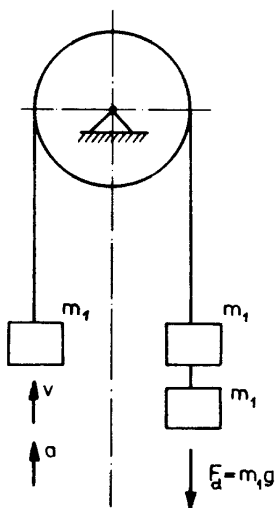
Az ehhez az abszcisszához tartozó **M db/év felett a 2. változat**, alatta az 1. változat a **gazdaságosabb**.

A tanulság általában közismert. Korszerű, drága berendezések csak nagyobb kihasználtság esetén kifizetődők. De úgy is fogalmazhatunk: várhatóan nagy kapacitás kihasználás esetén nem gazdaságos a beruházási költségnél takarékoskodni, a legkorszerűbb, legjobb berendezést kell megvalósítani.

IV. A GÉPEK VÁLTOZÓ SEBESSÉGŰ ÜZEME

Az eddigiekben a gépek állandó sebességű üzemével foglalkoztunk. Vizsgálataink alapgondolata az erők és nyomatékok egyensúlya volt.

A továbbiakban olyan üzemállapotokat vizsgálunk, amikor a gép vagy géprész **gyorsul vagy lassul**, azaz kiterjesztjük vizsgálatainkat az **indítási és megállási** szakaszokra is.



59. ábra

Az 59. ábrán egy haladó mozgású gép modelljeként tárcsán átvett kötélén három m_1 tömeg függ. Feltételezzük, hogy a tárcsa áll, és a kötélsúrlódásmentesen képes a kerületen mozogni. Egy-egy m_1 tömeg a két kötélvégen kölcsönösen kiegyensúlyozza egymást. A harmadik tömeg

$$F_d = m_1 g$$

súlya azonban **kiegyensúlyozatlan, szabad erőt ad**, melynek hatására mindhárom tömeg gyorsuló mozgást fog végezni.

Newton második törvénye értelmében a gyorsulás:

$$a = \frac{F_d}{m} = \frac{F_d}{3m_1}$$

A kiegyensúlyozatlan, szabad erő d indexe annak gyorsító, dinamikus hatására utal.

Ha tehát egy rendszerben **a ható erők összege nem zérus**, azaz nincs egyensúly, akkor a kiegyensúlyozatlan, szabad erő a rendszert (gépet, vagy géprészt) **gyorsítani vagy lassítani** fogja. Egy adott indítási vagy megállítási folyamat tervezésekor éppen ennek a szabad erőnek a helyes megválasztása a cél. Ez az erő általában lényegesen **megnöveli** a hajtóerő igényt az egyenletes üzemállapot fenntartásának hajtóerő igényéhez képest. Így gépeink teljesítményét legtöbbször nem az egyenletes üzemállapot, hanem az indítási vagy megállítási szakasz viszonyai szabják meg.

A gyorsító szabad erő, és a gyorsított tömeg közötti kapcsolatot meghatározza Newton II. törvénye:

$$F_d = ma$$

A 60. ábrán látható lejtőn lévő m tömeg a lejtő irányában képes mozogni. Súlyának lejtő irányú összetevője nagyobb, mint a súrlódási ellenállás. A kiegyensúlyozatlan szabad erő:

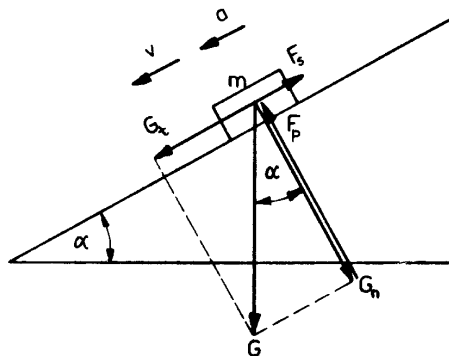
$$F_d = G_t - F_s ,$$

azaz

$$F_d = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$$

Newton II. törvénye értelmében

$$F_d = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma$$



60. ábra

Ebből $a = g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$ a lejtőn csúszó test gyorsulása.

Az eddigi **két példában** a gyorsító szabad erőt a nehézségi erőter (a test súlya) szolgáltatta. Általában természetesen ez nem így van. A gyorsító erő létrehozásához, a gyorsító erő munkájának fedezéséhez **erőgép** által **kifejtett szabad erőre** van szükség.

A) Egyenletesen és egyenlőtlenül változó mozgás

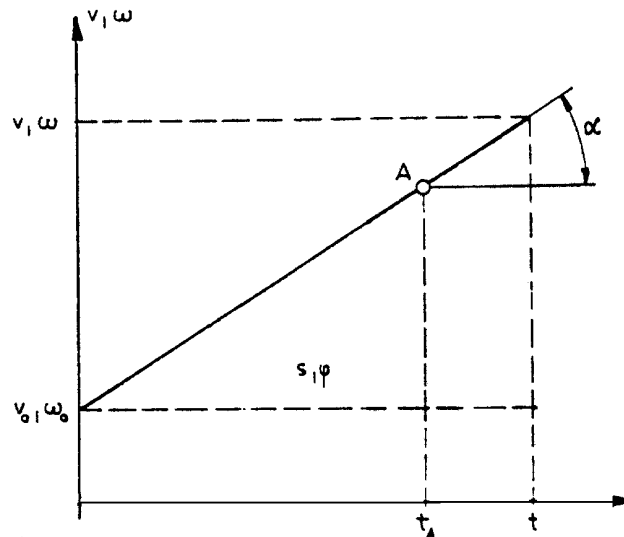
Newton II. törvényéből

$$F_d = m \frac{dv}{dt}$$

következik, hogy állandó gyorsítandó tömeg és állandó gyorsító erő állandó gyorsulást hoz létre. Így a sebesség - idő függvény a 61. ábra szerint alakul, hiszen az

$$a = \frac{dv}{dt} = \operatorname{tg} \alpha = \text{állandó}$$

a teljes idő tartományban. Ez - a középiskolában részletesen tárgyalt - **egyenletesen változó mozgás**.



61. ábra

A 62. ábrán olyan mozgás sebesség-idő függvényét rajzoltuk meg, amelynél

$$a = \frac{dv}{dt} = \operatorname{tg} \alpha \neq \text{állandó}$$

Az A pontban így értelmezett gyorsulás - a görbe érintőjének meredeksége - más pontban más lesz.

Ez **egyenlőtlenül változó** mozgás. E mozgásfajtában találkozni fogunk olyan esettel, amelynél a sebesség - idő függvény - s így a gyorsulás és a megtett út is - bizonyos szabályszerűséget mutat. A 62. ábrán teljesen általános esetet rajzoltunk. Jelöljük ki a vízszintes tengelyen egy végesen kicsi Δt időszakaszt. E rövid időközben a sebesség gyakorlatilag állandó, v_1 . A Δt igen kis időszakaszában a mozgás egyenletesnek tekinthető. A megtett út,

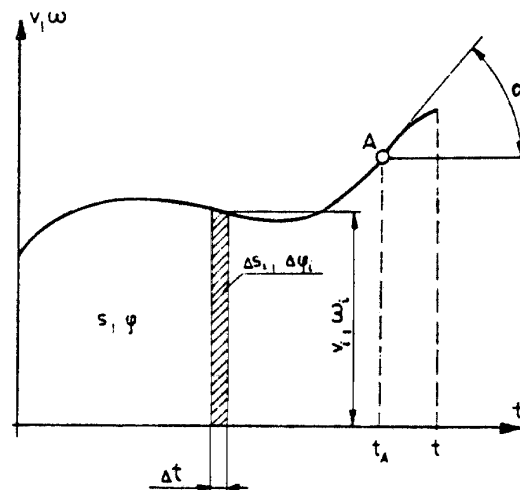
$$\Delta s_i = v_i \Delta t$$

Ez az út a vonalkázott téglalap területével arányos. Az egész görbe alatti terület összerakható n számú ilyen téglalapokból. Így a Δt idő alatt **megtett út**

$$s = \sum_{i=0}^n \Delta s_i = \sum_{i=0}^n v_i \Delta t,$$

azaz a sebesség görbe alatti területtel arányos. Ha $\Delta t \rightarrow dt$, akkor

$$s = \int_0^t v \, dt$$



62. ábra

A 61. ábrán látható egyenletesen változó mozgás esetén a görbe alatti terület egy téglalap és egy háromszög területéből számolható. Itt tehát

$$s = v_0 t + \frac{v - v_0}{2} t.$$

Itt v_0 a kezdősebesség.

Mivel

$$v - v_0 = at$$

írható, hogy

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Azaz az egyenletesen változó mozgás ismert út képletét kapjuk.

A 61. és 62. ábrán a forgó mozgás analóg jellemzőit (ω , φ) is feltüntettük. Ezekkel részletesen foglalkozunk majd e fejezet D pontjában.

A $v(t)$ ábrát **menetábrának** nevezzük. A menetábrából a mozgásjellemzők praktikusán meghatározhatók. Tetszőleges t időpillanathoz tartozó v sebesség kiolvasható. A **gyorsulás** az ábra vizsgált pontjában **érintő szerkesztéssel** megállapítható. Bármely időpontok között megtett út pedig az időpontok közötti **görbe alatti területből** kiszámítható.

B) A gyorsító erő munkája, a mozgási energia

A 61. ábrán rajzolt sebességgörbe v_0 kezdősebességből indul. Tegyük fel, hogy a mozgást m tömeg végzi, amelynek sebessége t idő alatt v -re nő. Egyenletesen változó mozgásról van szó, a gyorsulás állandó.

Az állandó gyorsító erő:

$$F_d = ma = m \frac{v - v_0}{t}$$

A gyorsító erő munkája:

$$W_d = F_d \cdot s = ma \cdot s = m \frac{v - v_0}{t} s$$

Az s útra az előző pontban kapott összefüggést behelyettesítve:

$$\begin{aligned}W_d &= m \frac{v - v_0}{t} \left(v_0 t + \frac{v - v_0}{2} \right) = \\&= m \left(v v_0 - v_0^2 + \frac{v^2}{2} - v v_0 + \frac{v_0^2}{2} \right) = \\&= m \frac{v^2}{2} - m \frac{v_0^2}{2} = \Delta E_m\end{aligned}$$

A gyorsító erő munkája tehát az

$$E_m = \frac{mv^2}{2}$$

alakú **mozgási energia növelésére** fordítódott. A **mozgási energia munka dimenziójú** mennyiség, mértékegysége: joule.

A gyorsító erő munkája tehát egyenlő a mozgási energia megnövekedésével, de úgy is fogalmazhatunk: a v sebességgel mozgó test **mozgási energiával rendelkezik**, hordozza a **gyorsító erő munkáját**, és azt adott esetben visszaszolgáltatni - munkát végezni - képes.

Az itt részletezett eredmények az energia megmaradás törvényéből következnek. Egy rendszerbe befektetett munka (W) a rendszer energia tartalmát (itt E_m) változtatja meg.

C) A megállási szakasz, a szabad kifutás

Ha egy mozgó gépet magára hagyunk (a hajtóerő szolgáltatást megszüntetjük) az a mindig ható ellenállás (súrlódás, légellenállás stb.) következtében lassuló mozgást végez, majd megáll. Vizsgáljuk ezt az esetet egy v sebességgel gördülő és magára hagyott kocsi esetében!

Ekkor

$$F_g = \mu_g mg$$

alakú gördülő ellenállás hat, tehát a szabad, kiegyensúlyozatlan erő (63. ábra)

$$F_d = F_g$$

A gyorsulás vektora az F_d erő vektorával azonos irányú és értelmű, így szembe mutat a sebesség vektorával. Ha **a sebesség és a gyorsulás vektora ellentétes értelmű, lassulásról beszélünk.**

A lassulási szakaszban a kocsi **mozgási energiája** révén képes az őt fékező erő vagy erők ellenében még haladni. **A lassító erő ellenében végzendő munkát a mozgási energia fedezi.** A szabad kifutás tartson t_0 ideig, a szabad kifutás útja legyen s_0 , ekkor:

$$F_d \cdot s_0 = \frac{mv^2}{2}$$

azaz

$$ma \ s_0 = \frac{mv^2}{2}$$

és

$$m \frac{v}{t_0} s_0 = \frac{mv^2}{2}$$

Amiből

$$s_0 = \frac{vt_0}{2}$$

Azaz a szabad kifutás **útja** - mint láttuk - itt is a *63. ábrából* megállapítható görbe alatti terület.

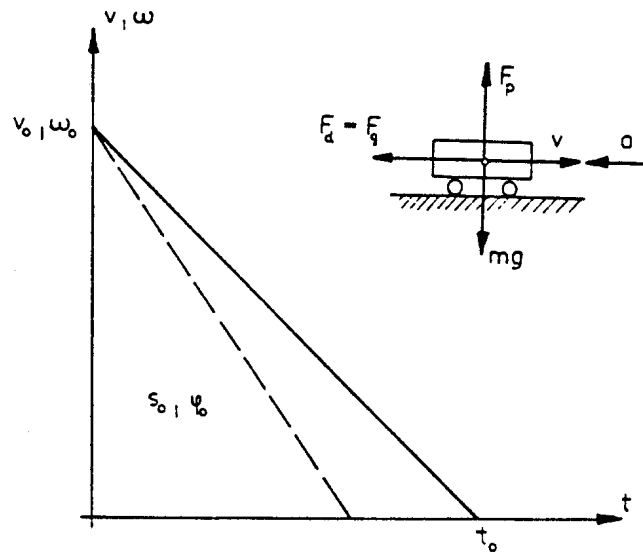
Teljesen hasonló a gondolatmenet akkor is, ha a gördülő ellenálláson kívül valamely állandó fékező erőt is alkalmaznak. Ekkor természetesen a lassulás nagyobb lesz. a *63. ábrán* látható sebesség görbe negatív meredeksége abszolút értékben még nagyobb - előbb metszi az idő tengelyt. Ezt az esetet az ábrán szaggatott vonallal rajzoltuk.

A megállási szakasz jellemzőit természetesen úgy is meghatározhatjuk, hogy az állandó lassító erőkből kiszámítjuk a lassulást, az

$$a = \frac{F_d}{m}$$

összefüggés alapján, majd alkalmazzuk az **egyenletesen változó mozgás** egyszerű összefüggéseit. Ez a **mozgástani megoldás**. A mozgási energia és a lassító erők

munkájának összevetése **energetikai megoldás**. Az eredmények természetesen megegyeznek.



63. ábra

D) A változó forgó mozgás

Forgó gépek - géprészek - vizsgálatánál **nem célszerű kerületi sebességre visszavezetve** a haladó mozgás összefüggéseit használni. A kerületi viszonyok mindig egy bizonyos sugárhoz kötöttek. A legtöbb forgó géprészen nem is lehet találni olyan sugarat, amelyre bármely szempontból indokolt lenne a mozgástani jellemzőket (sebesség, gyorsulás) vonatkoztatni. A kerületi sebesség és a szögsebesség között fennálló

$$v = r\omega$$

összefüggésben

$$\omega \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

szögsebesség viszont a sugártól függetlenül a forgó rendszer minden egyes pontjára egyaránt jellemző, **azonos értékű**.

Egy forgó géprész pl. tárcsa - esetén a szabad, kiegyensúlyozatlan nyomaték

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \right]$$

szöggyorsulást hoz létre. Egyenletesen változó forgó mozgásról beszélünk (61. ábra) ha

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \text{tg}\alpha = \text{állandó}$$

Egyenlőtlenül változó forgó mozgásnál (62. ábra)

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \text{tg}\alpha \neq \text{állandó}$$

Már az egyenletes (állandó szögsebességű) üzem tárgyalásánál láttuk, hogy a haladó és forgó mozgás jellemzői között **analógia** van. Így az

s [m] utnak megfelel a φ [rad] szögelfordulás, a v [m/s] sebességnek megfelel az ω [rad/s] szögsebesség.

Ezt a sort most folytathatjuk: az a [m/s²] gyorsulásnak megfelel az ε [rad/s²] szöggyorsulás.

Így felírható, hogy az **egyenletesen változó forgó mozgás** esetén a megtett **szögelfordulás** - miközben a forgó géprész ω_0 -ról ω -ra gyorsul, **szögsebesség görbe alatti területtel arányos** (61. ábra) :

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

Ha $\omega_0 = 0$

$$\varphi = \varepsilon \frac{t^2}{2}$$

A szabadon kifutó ("kiforgó") rendszer szögelfordulása pedig (63. ábra)

$$\varphi_0 = \frac{\omega_0 t_0}{2}$$

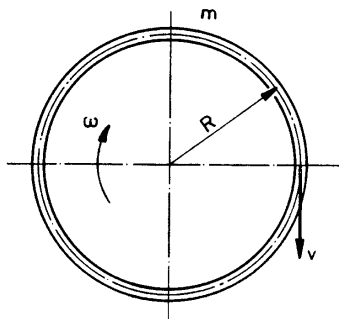
1. A forgó rendszer tehetetlensége és mozgási energiája

A 64. ábrán rajzolt vékony gyűrű ω állandó szögsebességgel forog. Az m tömeg gyakorlatilag az R sugáron helyezkedik el. Így a mozgási energia a kerületi sebességgel számolható:

$$E_m = \frac{mv^2}{2}$$

Mivel $v = R\omega$

$$E_m = \frac{mR^2\omega^2}{2}$$



64. ábra

Ebben az összefüggésben mind az m , mind az R^2 tényező a **forgó rendszernek** a mozgási állapottól független, **saját jellemzője**. A

$$\theta = mR^2 \left[\text{kgm}^2 \right]$$

mennyiség a forgó rendszer tehetetlenségére jellemző **tehetetlenségi nyomaték**.

Így a mozgási energia forgó mozgás esetén:

$$E_m = \frac{\theta\omega^2}{2}$$

A haladó mozgás tehetetlenségére jellemző $m[\text{kg}]$ tömegnek megfelel itt a $\theta[\text{kgm}^2]$ tehetetlenségi nyomaték.

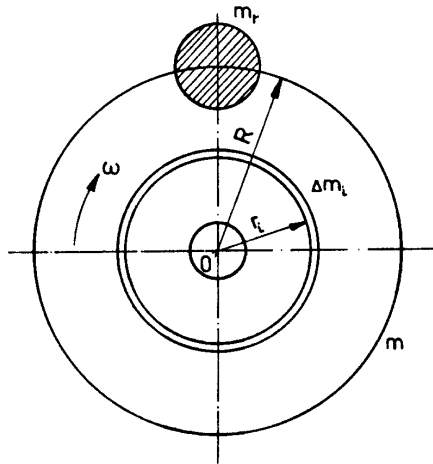
A θ meghatározása azonban bonyolultabb feladattá válik, ha az m tömeg nem állandó sugáron helyezkedik el.

A 65. ábrán R sugarú **tömör tárcsa** (állandó vastagságú korong) látható. Az m tömeg az O forgástengelytől különböző távolságokban helyezkedik el. Ha képzeletben kimentesszük az r_i sugáron lévő Δm_i tömeget, ennek tehetetlenségi nyomatéka:

$$\Delta\theta_i = \Delta m_i r_i^2$$

Az egész korongot ilyen gyűrűkből összerakva, a korong tehetetlenségi nyomatéka:

$$\theta = \sum_{i=1}^n \Delta\theta_i = \sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2$$



65. ábra

Ahhoz, hogy a tehetetlenségi nyomatékot így meghatározhassuk, ismerni kell a **sugármenti tömegeloszlást**. Azaz azt a függvényt, amelyből kiolvasható, hogy az r_i sugárhoz mekkora Δm_i tömeg tartozik. Ez a függvény könnyen felrajzolható a tárgyalt korong esetében. Minél több gyűrűre bontjuk a korongot, annál pontosabb lesz az eredmény.

A **tömegeloszlás függvény** meghatározása már több számítási munkát igényel a 66. ábrán látható vasúti kocsí kerék esetében. Más tömegeloszlást adnak a 32. és 33. ábrán megrajzolt szíjtárcsák.

Elvégzett számítások - pontos tehetetlenségi nyomaték meghatározások - alapján bevezetjük a **redukált tömeg** fogalmát. A test tehetetlenségi nyomatékát egyetlen sugáron elhelyezkedő tömeg tehetetlenségi nyomatékával fejezzük ki. Ez a sugár általában célszerűen a **legnagyobb sugár**. Az ide képzelt (65. ábra) a valóságban nem létező - **redukált tömeg** tehetetlenségi nyomatéka egyenlő az egész test tehetetlenségi nyomatékával:

$$\theta = \sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2 = m_r R^2$$

A redukált tömeg és a tényleges tömeg közötti kapcsolat

$$m_r = \lambda m$$

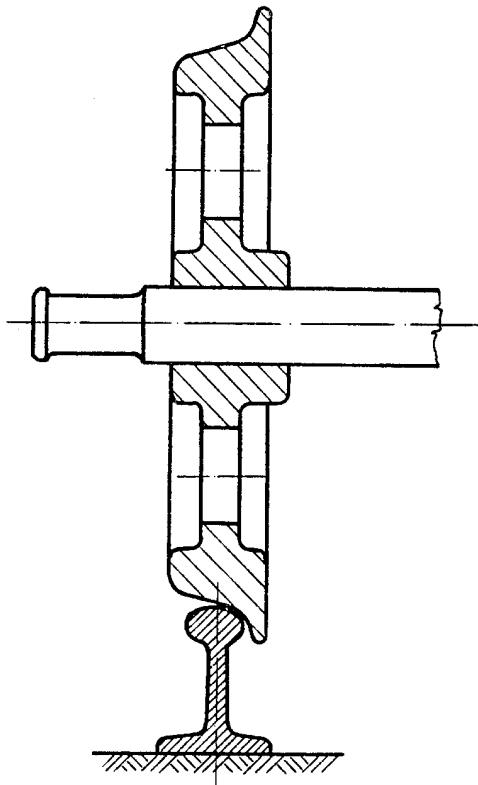
A λ redukálási tényező értéke **tömör tárcsa** (korong, henger) esetében 0,5. A redukált tömeg tehát az egész tömeg fele. A szíjtárcsák, és az azokhoz hasonló forgó kerekek és tárcsák redukálási tényezője 0,7- 0,8 körül van.

Visszatérve a mozgási energia tárgyalására, a 67. ábrán látható mozgás alapján állapítsuk meg, hogy: **egyidejű forgás és haladás esetén a mozgási energiák összegeződnek.**

A 67. ábrán látható korong ω szögsebességgel forog (szaggatott vonallal rajzolt sebesség vektorok) és v sebességgel halad (folytonos vonallal rajzolt sebesség vektorok), azaz a rajzolt síkon gurul, gördül.

Ha a forgásból származó kerületi sebesség ($r\omega$) és a haladásból származó (v) sebesség megegyezik, **tiszta gördülésről** beszélünk. A

$$v = r\omega$$



66. ábra

összefüggés fennállása esetén az M pontban (momentán pólus) a sebesség nulla. Gondoljuk meg: ha pl. egy gépkocsi kerekét hirtelen lefékezzük, akkor

$$v > r\omega$$

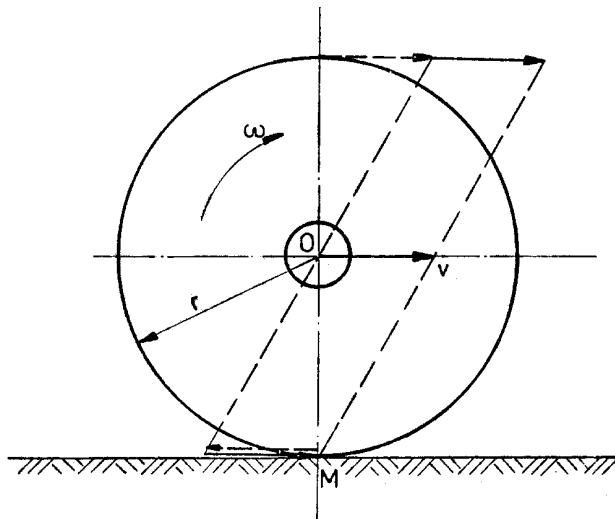
kapcsolat írható, az M pontban a sebesség nem nulla, a kerék csúszik. (Féknyom).

A mozgási energiákról tett megállapítás alapján a gördülő kerék mozgási energiája:

$$E_m = \frac{mv^2}{2} + \frac{\theta\omega^2}{2}$$

Tiszta gördülés ($v = r\omega$) és tömör korong ($m_r = m/2$) esetén:

$$E_m = \frac{mR^2\omega^2}{2} + \frac{mR^2\omega^2}{4} = \frac{3}{4}mR^2\omega^2$$



67. ábra

2. A forgó mozgás alapegyenlete

A haladó és a forgó mozgás között megállapított analógia alapján felírható a Newton II. törvényének megfelelő összefüggés forgó mozgásra. Láttuk, hogy nyomatéki egyensúly esetén állandó szögsebességű, egyenletes forgó mozgást végeznek gépeink. A forgó rendszert M_d **szabad kiegyensúlyozatlan nyomaték** fogja gyorsítani, vagy lassítani. Ha a létrehozott szöggyorsulás ε akkor az

$$M_d = \theta\varepsilon$$

kapcsolat a forgó mozgás alapegyenlete.

Az állandó gyorsító nyomaték munkája:

$$W_d = M_d \varphi$$

Itt φ a gyorsítási szakaszban befutott szög.

A gyorsító nyomaték munkája a forgó rendszer mozgási energiáját **növeli**.

$$W_d = \theta \frac{\omega^2}{2} - \theta \frac{\omega_0^2}{2}$$

Szabad kifutás ("kiforgás") során a szabad, kiegyensúlyozatlan nyomaték az M_o csapsúrlódás nyomaték. Így.

$$M_d = M_o$$

E lassító nyomaték ellenében végzendő munkát a mozgási energia fedezi.

$$M_d \varphi_o = \frac{\theta \omega^2}{2}$$

Látjuk tehát, hogy nemcsak az egyes mennyiségek, de a gondolatmeneteink is analógok a haladó mozgásnál használt gondolatmenetekkel.

E) A menetárba részletes vizsgálata

Vizsgáljuk meg egy haladó (vagy forgó) gép legfontosabb üzemtani jellemzőit indulástól megállásig!

A 68. ábra diagramsorán együtt ábrázoltuk a gyorsulási szakasz, az egyenletes üzemállapot és a megállási szakasz jellemzőit. **Menetábrának** a második diagramot, a **sebesség-idő függvényt nevezzük**. Ebből a diagramból a másik három függvény jellege levezethető.

A menetábrán az **1. számú, indítási szakaszban** a sebesség görbe ferde egyenes, azaz **egyenletesen változó mozgásról** van szó. Ugyancsak egyenletesen változó mozgásra utal a **3. számú, megállási szakaszban** rajzolt egyenes. A **2. szakasz az egyenletes üzemállapot**. Ebben a szakaszban a sebesség állandó.

Mind a menetábrán, mind a másik három diagramon a **független változó az idő**. A függő változó egyaránt lehet a haladó mozgás, vagy a forgó mozgás analóg jellemzője. Az ordináta tengelyen mindkettőt feltüntettük.

Így akár **m tömeg haladó mozgását, akár θ tehetetlenségű forgó rendszer** viszonyait jellemezheti az ábrásor. A 3. szakaszban a **szaggatott vonal a szabad kifutás** esetére vonatkozik. A 3. szakaszban a folytonos vonal valamely állandó fékezés esetén érvényes.

A négy diagram közül a három felsőn **vektor mennyiségeket** ábrázoltunk. Így itt negatív ordinátákat is értelmeztünk. A sebesség görbe megrajzolásánál azonban csak pozitív ordinátákra van szükségünk, hiszen egy - pozitív - értelmű haladást, illetve forgást vizsgálunk indulástól megállásig.

A 2. számú szakaszban az üzemi sebesség (v_u), illetve üzemi szögsebesség (ω_u) állandó, a gyorsulás nulla. Feltételezzük, hogy mindhárom szakaszban **állandó az ellenállás** (pl. súrlódási ellenállás, amely a megállási szakaszban sem szűnik meg.). Erre utal a mozgással ellentétes értelmű, negatív

$$F_t \text{ és } M_t$$

terhelő erő, illetve nyomaték vonala a 3. diagramon.

A **második szakaszban** ezekkel tart **egyensúlyt** a pozitív hajtóerő, illetve hajtónyomaték

$$\begin{aligned} F_h &= F_t \\ M_h &= M_t \end{aligned}$$

Az első szakaszban F_d erő-, illetve M_d nyomatéktöbblet gyorsít.

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{F_d}{m} = \text{állandó} \\ \varepsilon_1 &= \frac{M_d}{\theta} = \text{állandó} \end{aligned}$$

A **3. megállási szakaszban** mind a ható erők, mind a nyomatékok a mozgással ellentett értelműek, negatívak. A lassulás ill. szöglassulás:

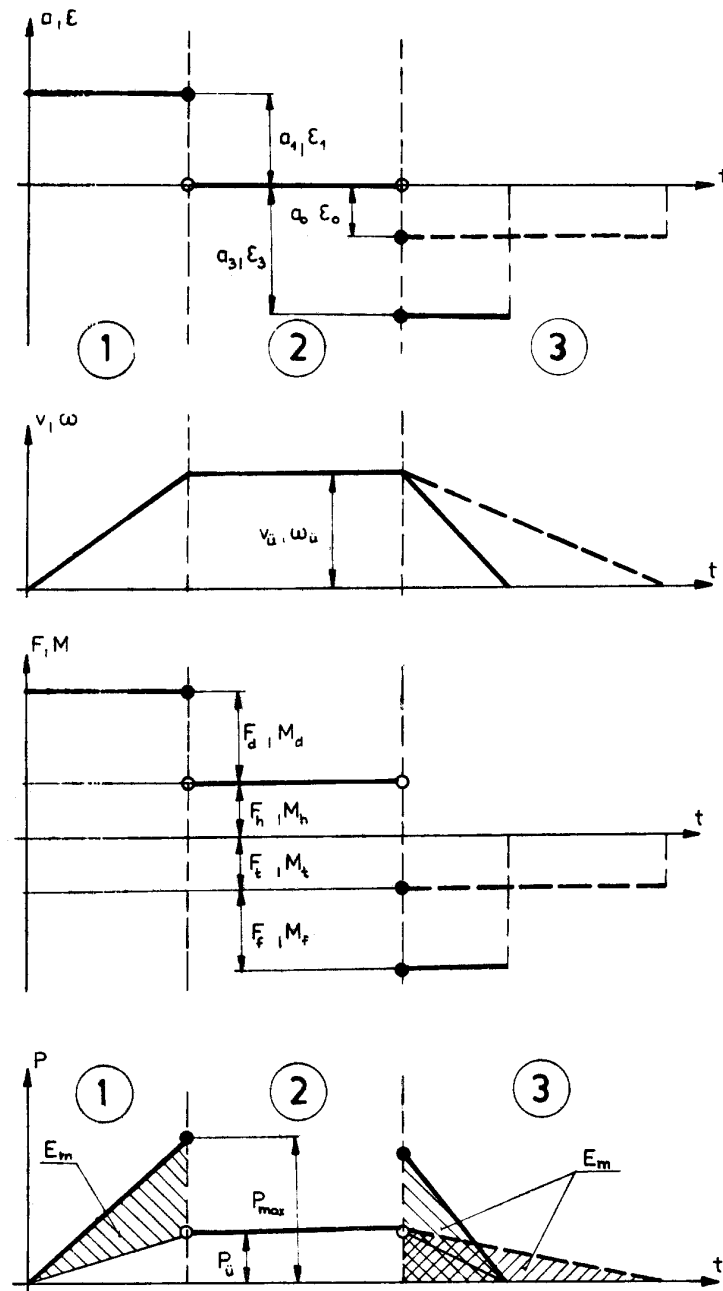
$$a_3 = \frac{F_t + F_f}{m}$$

$$\varepsilon_3 = \frac{M_t + M_F}{\theta}$$

Szabad kifutáskor:

$$a_o = \frac{F_t}{m}$$

$$\varepsilon_o = \frac{M_t}{\theta}$$



68. ábra

Mind a gyorsulások, mind az erők, illetve nyomatékok **szakadással függvény** ábrázolhatók.

A negyedik diagramon a mozgás **teljesítmény igényét** rajzoltuk meg az idő függvényében. A második szakasz teljesítmény igénye állandó

$$P_{\dot{u}} = F_h v_{\dot{u}}$$

vagy

$$P_{\dot{u}} = M_h \omega_{\dot{u}}$$

azaz az ellenállás legyőzéséhez szükséges teljesítmény.

Az indítási és megállási szakaszban a **sebesség nem állandó**. Itt is számítható azonban **pillanatnyi teljesítmény igény** a pillanatnyi sebesség és a hozzátartozó erő-, illetve nyomaték szorzatából. A sebesség **görbe** és az erő-, illetve nyomaték **görbe szorzata** tehát a teljesítmény **görbét** adja. A megfelelő görbékét összeszorozva kapjuk tehát a negyedik diagramot.

Az indítási szakasz végén - amikor elértük az üzemi sebességet - a **teljesítmény igénynek maximuma van**.

$$P_{\max} = (F_h + F_d) v_{\dot{u}} = F_h v_{\dot{u}} + F_d v_{\dot{u}}$$

illetve

$$P_{\max} = (M_h + M_d) \omega_{\dot{u}} = M_h \omega_{\dot{u}} + M_d \omega_{\dot{u}}$$

Ugyanígy a fékezés első pillanatában legnagyobb a fék teljesítmény.

A teljesítmény-idő görbe alatti terület **munkát** jelent. Az **indítási szakaszban** a munkaterületet kettéválasztottuk. A **vonalkázott terület** (az $F_d v$ illetve $M_d \omega$ szorzatok) a **gyorsító erő illetve gyorsító nyomaték munkáját** adja. A nem vonalkázott rész (az $F_h v$, illetve $M_h \omega$ szorzatok) az ellenállás legyőzésére szükséges munkát jelenti.

A **vonalkázott terület a mozgási energiával arányos nagyságú**. Ebből következik, hogy a **megállási szakaszban** kétféle irányban vonalkázott területek külön-külön e területtel egyenlők, hiszen ez a **mozgási energia emésztődik fel**. Fékezett megállás esetén a mozgási energiát részben az állandó ellenállás, részben a fékező hatás emésztí fel. Eszerint a 3. szakaszban a folytonos vonal alatti terület egy vékony vonallal ketté osztható. **Szabad kifutás** esetén a szaggatott vonal az ellenállás pillanatnyi teljesítményét mutatja. Az ez alatt lévő terület most is a felemésztődött mozgási energiával arányos.

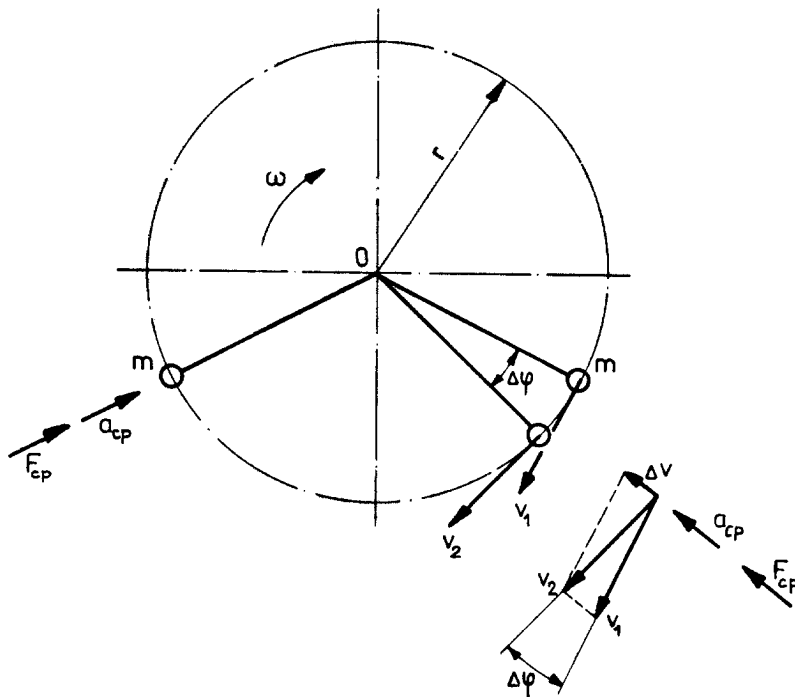
F) A centripetális gyorsulás, centripetális erő

A sebesség vektor mennyiség. Sebességváltozás a sebesség nagyságának (abszolút értékének) változásán kívül az **irányváltozás** is. Példaként vizsgáljuk meg az **egyenletes körmozgást**.

A 69. ábrán a kötélen lévő m tömeg látható. Az m tömeg az O forgástengely körül egyenletes körmozgást végez. Tegyük fel, hogy Δt idő alatt $\Delta\varphi$ szöget fut be.

$$\Delta\varphi = \omega \Delta t$$

Sebessége eközben irányát $\underline{v}_1$ -ről $\underline{v}_2$ -re változtatja meg. A két sebesség vektort hatásvonalukban eltolhatjuk a közös támadáspontba. Az így nyerhető vektor háromszöget külön megrajzoltuk. A merőleges szárú szögek egymással egyenlők, így a vektor háromszögben is megjelenik a $\Delta\varphi$ szög.



69. ábra

A különbség vektor

$$\underline{\Delta v} = \underline{v}_2 - \underline{v}_1.$$

hiszen

$$\underline{v}_2 = \underline{v}_1 + \underline{\Delta v}$$

Ha a $\Delta\varphi$ szög kicsi, jó közelítéssel írható, hogy

$$\Delta v = v \Delta\varphi$$

és feltételezhető, hogy $\underline{\Delta v}$ merőleges a $\underline{v}$ kerületi sebességre.

Itt v a $\underline{v}_1$ vagy $\underline{v}_2$ abszolút értéke.

$$v = r \omega$$

A gyorsulás:

$$a_{cp} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v \Delta\varphi}{\Delta t} = v \omega = r \omega^2 = \frac{v^2}{r}$$

A centripetális gyorsulás vektora a $\underline{\Delta v}$ irányával és értelmével azonos irányú és értelmű, azaz a **középpont felé mutat**. A létrehozásához szükséges centripetális erő

$$F_{cp} = m a_{cp} = m r \omega^2 = m \frac{v^2}{r}$$

szintén a középpont felé mutat.

A centripetális erő az érintő irányú **mozgásra** mindig **merőleges**, így mozgás irányú összetevője nincs, **munkát nem végez**.

A körmozgás fenntartásához szükséges centripetális erőt a 69. ábrán látható esetben a kötélt adja át az **m** tömegnek.

A centripetális erőt szolgáltathatja a **pályanyomás**, pl. a függőleges tengelyű hengerpalástban motorkerékpározó ember számára. A **súrlódás** adja a centripetális erőt,

amikor egy kerékpárral vagy autóval vízszintes síkú pályán kanyarodunk. A vasúti sín és a vasúti kerék pereme (66. ábra) közötti **támaszerő** tartja a vonatot körpályán.

Ha a körpályán mozgó test sebessége olyan nagy, vagy a sugár olyan kicsi, hogy a szükséges centripetális erőt az előbb felsorolt hatások valamelyike már nem biztosítja, akkor a test a pillanatnyi sebesség irányában - **érintő irányban** - elhagyja a körpályát.

G) A munkasebesség egyenlőtlensége

A forgó mozgású gépek egyenletes üzemét a hajtónyomaték és a terhelőnyomaték egyensúlya biztosítja. A gépek indítási, felgyorsítási szakaszában a nagyobb nyomaték gyorsítja az üzemi szögsebességre.

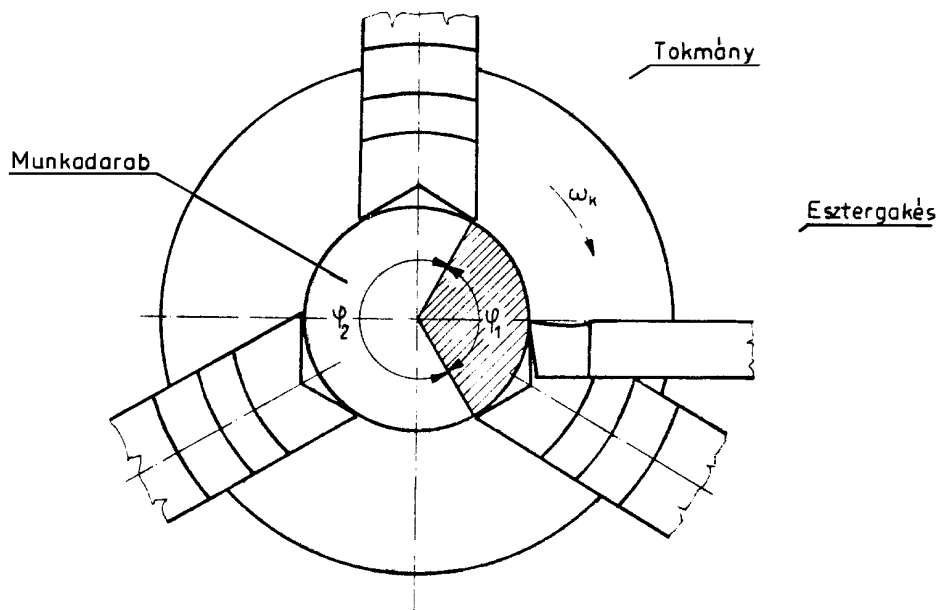
A megállási szakaszban a terhelő nyomaték a nagyobb - a hajtónyomatékot megszüntetjük - a gép lassul és megáll.

Gyakran előfordul, hogy az indítási és megállási szakaszon kívül sem **egyenlő a hajtó- és terhelőnyomaték** minden pillanatban.

Sok olyan munkagép van, amely **ütemesen változó** hajtónyomatékot igényelne.

Erőgépeink legnagyobb része - egy bizonyos fordulatszám tartományban - **állandó hajtónyomatékot** szolgáltat.

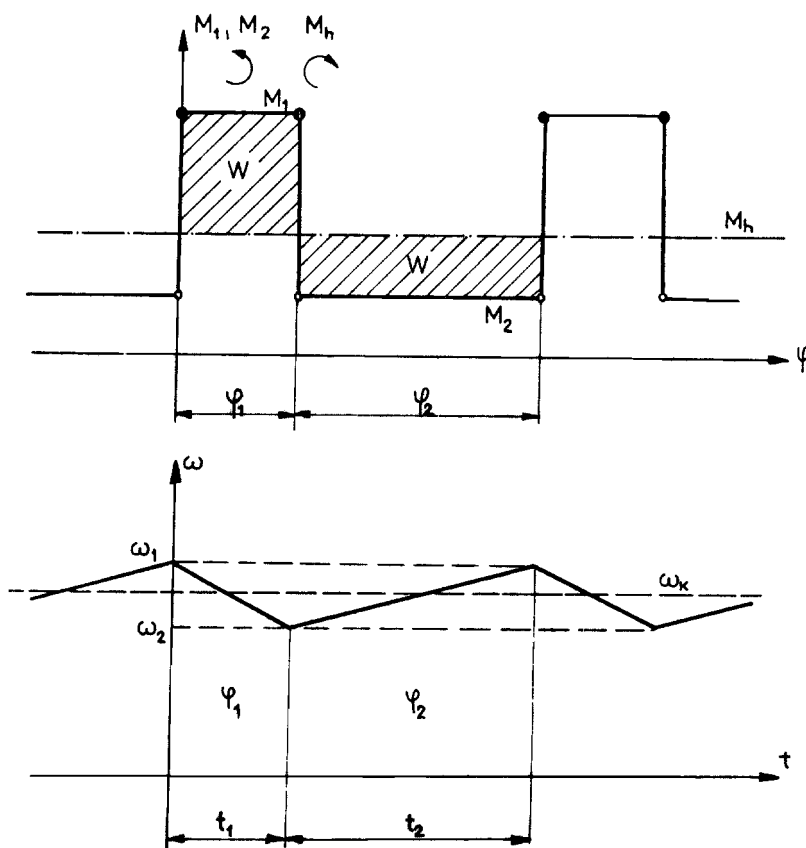
A 70. ábrán esztergagépbe befogott munkadarabot láthatunk.



70. ábra

A munkadarab egy kör keresztmetszetű tengely, amelynek ezen a szakaszán csak a φ_1 szögnek megfelelő körívk keresztmetszetében van anyag. A feladat ennek a **forgó** munkadarabnak az **álló** esztergagéssel való megmunkálása - azaz a sugár kis lépésekben való csökkentése.

A φ_1 szögelforduláson M_1 a terhelő nyomaték, míg a φ_2 szögelforduláson az üresjárási veszteséget kell csupán fedezni. Ez az M_2 nyomaték lényegesen kisebb, mint az M_1 . Ilyen viszonylag gyorsan, periodikusan változó nyomaték igényt - a szokásosan villamos - hajtómotor nem tud követni. Az erőgép állandó, M_h hajtónyomatékkal forgatja a munkagépet. A nyomatékok változását a φ szögelfordulás függvényében a 71. ábrán rajzoltuk meg.



71. ábra

$$\varphi_1 + \varphi_2 = 2\pi$$

A φ_1 .szakaszon a hajtónyomaték kisebb mint a terhelő nyomaték, a φ_2 szakaszon fordítva. A φ_1 .szakaszon jelentkező terhelő nyomaték többlet lassítja, a φ_2 szakaszon lévő hajtó nyomaték többlet pedig gyorsítja a munkagépet. Mindkét nyomaték különbség állandó, így állandó lesz a szöglassulás illetve a szöggyorsulás is. A szögsebesség ingadozását - az idő függvényében - ugyancsak a 71. ábrán rajzoltuk meg.

A szögsebesség két szélsőérték között ingadozik. A közepes szögsebesség

$$\omega_k = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$$

Felírható, hogy

$$\varphi_1 = \omega_k t_1$$

és

$$\varphi_2 = \omega_k t_2$$

A 71. ábra alsó diagramján a φ_1 és φ_2 szögelfordulás trapéz, illetve téglalap területként jelentkezik.

Túl kicsi, vagy túl nagy hajtónyomatéknál a közepes szögsebesség nem alakul ki, a gép leáll, illetve felgyorsul. A szögsebesség csak akkor fog - a leírt módon - két állandó szélsőérték között ingadozni, **ha egy perióduson belül a terhelő nyomatékok és a hajtónyomaték munkája egymással egyenlő**

$$M_1\varphi_1 + M_2\varphi_2 = M_h(\varphi_1 + \varphi_2),$$

azaz

$$M_1 t_1 \omega_k + M_2 t_2 \omega_k = M_h (t_1 \omega_k + t_2 \omega_k)$$

$$M_1 t_1 + M_2 t_2 = M_h (t_1 + t_2),$$

tehát

$$M_h = \frac{M_1 t_1 + M_2 t_2}{t_1 + t_2}$$

A vizsgált mozgás esetében a **hajtónyomatéknak a terhelő nyomatékok időbeli átlagával kell egyenlőnek lennie.** Az

$$M_1\varphi_1 + M_2\varphi_2 = M_h(\varphi_1 + \varphi_2)$$

összefüggésből a 71. ábrán vonalkázott területek egyenlőségére következtethetünk. E területek az illető rész-periódusban a lassító, illetve a gyorsító nyomaték munkáját jelentik.

$$W = (M_1 - M_h) \varphi_1$$

$$W = (M_h - M_2) \varphi_2$$

E munka egyenlő az ω_1 illetve ω_2 szögsebességhez tartozó mozgási energia szintek különbségével.

$$W = \frac{\theta\omega_1^2}{2} - \frac{\theta\omega_2^2}{2}$$

Az első rész-periódusban a mozgási energiából fedeződik az a munka hiány, amit a kisebb hajtó nyomaték okoz. A második rész-periódusban az

$$M_h - M_2$$

gyorsító nyomaték munkája akkora kell legyen, hogy a rendszert ω_2 szögsebességről ω_1 -re gyorsítsa vissza. Ezt a W -vel jelölt területek egyenlősége biztosítja.

A

$$W = \frac{\theta\omega_1^2}{2} - \frac{\theta\omega_2^2}{2}$$

összefüggés az alábbi módon is felírható:

$$W = \frac{\theta}{2} (\omega_1^2 - \omega_2^2) = \frac{\theta}{2} (\omega_1 + \omega_2)(\omega_1 - \omega_2)$$

Vezessük be a δ (delta)

$$\delta = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_k}$$

egyenlőtlenségi fokot.

Így

$$W = \theta \frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_k} \cdot \omega_k \delta$$

azaz

$$W = \theta \omega_k^2 \delta$$

Ebben az összefüggésben a δ **egyenlőtlenségi fok a szögsebesség ingadozás mértékére jellemző viszonyszám**. A járás annál egyenletesebb, minél inkább sikerült ezt kis értéken tartani. A műszaki feladatok legnagyobb része csak állandó munkasebességgel végezhető. Textilgépeknél a munkasebesség ingadozása szálszakadást idézhet elő, de nem ingadozhat pl. a villamos izzók fényereje sem, a villamos generátoroknak is sebességtartóknak kell lenniük.

Egy adott feladat esetén a terhelő- és hajtónyomaték görbéje - így a W munkaterület előre adott. Az ω_k közepes szögsebességet is megszabja az erőgép fordulatszáma. Az egyenlőtlenségi fok csökkentése a θ , azaz **a forgó részek tehetetlenségi nyomatékának növelésével** lehetséges.

$$\theta = m_r R^2,$$

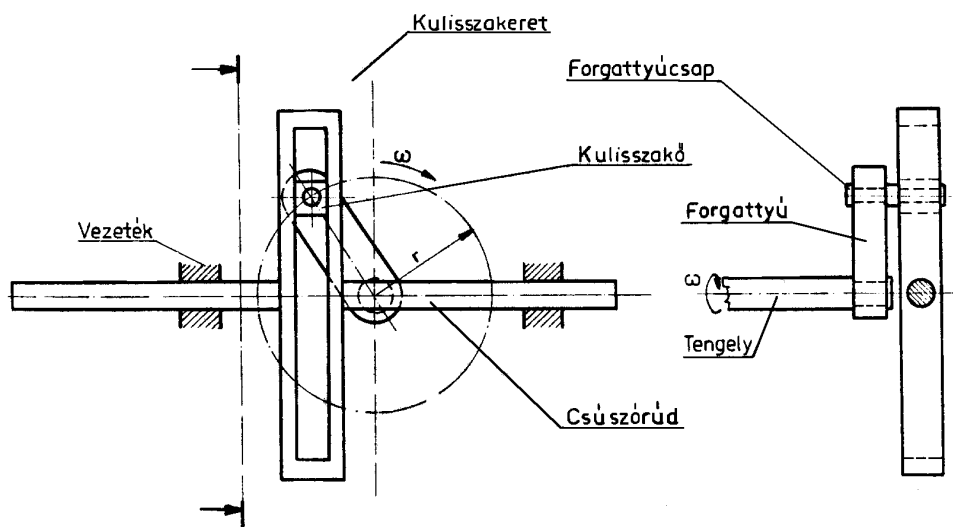
azaz nagy sugáron kell tömeget elhelyezni. Az egyenlőtlenségi fokot **lendítőkerékkel** alkalmazásával lehet csökkenteni. A lendítőkerék szerepe kettős: nagy tehetetlensége folytán a járás egyenletességét biztosítja, másrészt energia tároló.

H) A kulisszás hajtómű

A gépek nagy csoportja **ide-oda lengő mozgás** alakjában szolgáltatja illetve fogyasztja a mechanikai munkát. A dugattyús gépek - például a belsőégésű motorok, vagy a dugattyús szivattyú - dugattyúja lengőmozgást végez, holtpontokkal határolt egyenes pályát fut be váltakozó irányban. A példaként említett belsőégésű motorok végül azonban forgatónyomatékot szolgáltatnak. Az erőgépről - célszerűen - forgó tengelyen vehető le a teljesítmény. A dugattyús szivattyú hajtása pedig valamilyen hajtóművel, azaz forgó tengellyel lehetséges.

A váltakozó irányú egyenesvonalú mozgást körmozgássá - és viszont - hajtóművel (pl. kulisszás, vagy forgattyús hajtóművel) alakíthatjuk át. A körmozgásból e szerkezetekkel létrehozott egyenesvonalú mozgás nem egyenletesen változó mozgás. Az egyenletesen változó mozgás eddig megismert mozgástörvényei - például az átlagsebesség számításának egyszerű módja - itt már **nem használhatók**.

A hajtóműnek a mozgástörvények szempontjából **legegyszerűbb változata a kulisszás hajtómű**. A 72. ábrán látható forgattyú egy tengelyhez csatlakozik és azzal együtt **körmozgást végez**. A forgattyúhoz - a középponttól r távolságra - a **forgattyúcsap** csatlakozik. Ennek másik végére rögzítjük lazán, azaz elforgathatóan a szögletes **kulisszakövet**, amely két külső oldalával a kulisszakeretben fekszik. A kulisszakövet tehát a kulisszakeret függőleges kényszerpályán vezeti. A kulisszakerethez mereven csatlakozik a **csúszórúd**. Ez - két vezetékben elhelyezkedve - az egész kulisszakeretet tartja, illetve **vízszintes kényszerpályán** vezeti. A csúszórúd adott esetben a dugattyúrúd lehet.



72. ábra

A forgattyú és a **forgattyúcsap egyenletes körmozgást** végez. A kulisszakövet a kulisszakerethez képest függőleges lengőmozgást végez, a kulisszakeretben le-föl csúszkál. Ennek a mozgásnak azonban számunkra nincs jelentősége. A **kulisszakeret és a csúszórúd** ide-oda mozgása valósítja meg a kívánt célt, a **holtpontokkal határolt egyenes pályát** váltakozó irányban.

Vizsgáljuk meg ennek a mozgásnak a mozgástörvényeit! A **származtató mozgás** a forgattyú egyenletes körmozgása. A 73. ábrán a forgattyúcsap pályáját rajzoltuk meg pont- vonallal. Az r sugarú forgattyú egy tetszőleges állását az α szög jellemzi. Az I. és II. holtpontok (a kulisszakeret szélső helyzetei) távolsága a **lökethossz**,

$s = 2 r$. Ha az egyenletes körmozgás szögsebessége ω , akkor a forgattyúcsap kerületi sebessége

$$v = r \omega$$

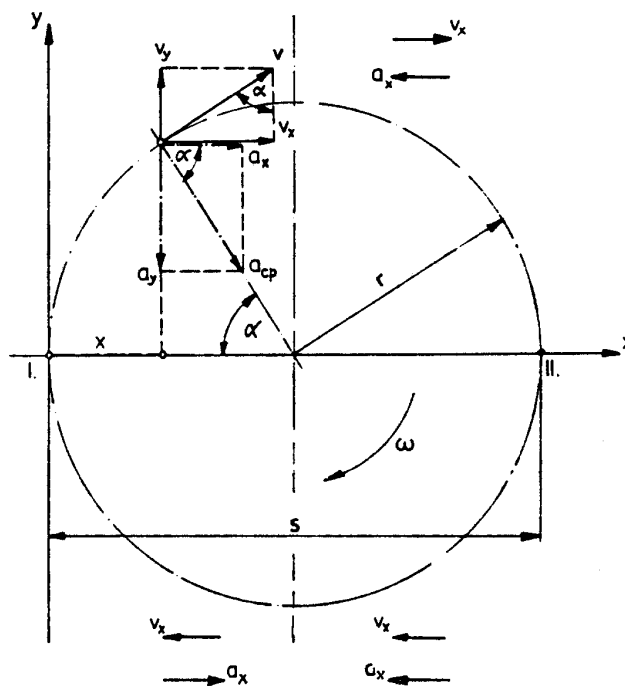
A 73. ábrán a származtató mozgás centripetális gyorsulását is berajzoltuk. Mind a sebesség, mind a gyorsulás vektor vízszintes és függőleges összetevőkre bontható. A függőleges összetevők a kulisszakő függőleges kényszerpályán való - nem vizsgált - mozgását jellemzik. A **vízszintes összetevők** a kulisszakeret és a csúszórúd - röviden a kulissza - mozgástörvényeit adják. A váltószögek, illetve a merőleges szárú szögek egyenlősége miatt az α szög a vektorháromszögben is megtalálható.

$$v_x = v \sin \alpha \quad - \text{ a kulisszasebesség,}$$

$$a_x = a_{cp} \cos \alpha \quad - \text{ a kulissza gyorsulása.}$$

A kulissza útját a baloldali holtponttól értelmezve

$$x = r - r \cos \alpha$$



73. ábra

Vezessük be független változónak az α szög helyett az **időt!** Tekintve, hogy a szögsebesség állandó,

$$\alpha = \omega t .$$

Így

$$t = \frac{\alpha}{\omega} ,$$

azaz például 90°-os forgattyú elforduláshoz

$$\frac{\pi}{2\omega}$$

idő, egy teljes körülforduláshoz pedig a teljes periódusidő

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

tartozik.

A kulissza mozgástörvényei ezekután:

$$x = r - r \cos \omega t$$

$$v_x = r\omega \sin \omega t$$

$$a_x = r\omega^2 \cos \omega t$$

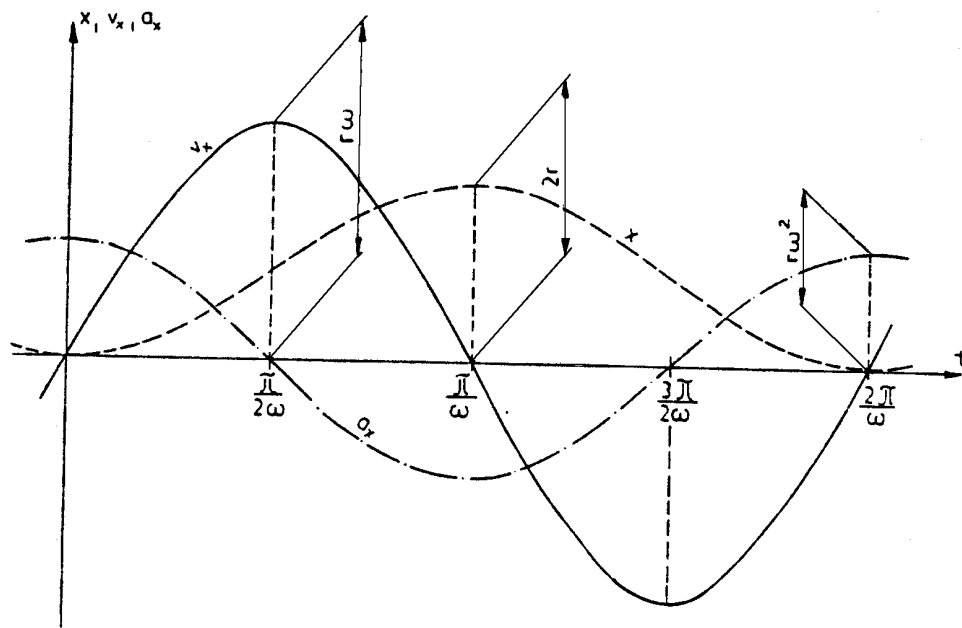
A sebességre és gyorsulásra geometriai megfontolásból kapott összefüggések természetesen egyszerűen nyerhetők az útnak idő szerinti első és második differenciálhányadosaként is:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(r - r \cos \omega t) = r \omega \sin \omega t$$
$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}(r \omega \sin \omega t) = r \omega^2 \cos \omega t$$

A 74. ábrán a sebesség és gyorsulás görbét az idő függvényében ábrázoltuk. Vessük össze a szélsőértékek nagyságát és helyét, valamint az egyes mennyiségek előjelét a 73. ábrán látható viszonyokkal! Az út - a baloldali holtponttól értelmezve - végig pozitív marad és $\alpha=180^\circ$ -os helyzetben, azaz π/ω idő elteltével a teljes lökethosszal egyenlő. A sebesség szélsőértékei megegyeznek a származtató mozgás sebességével ($v = r\omega$). Valóban, 90° -os és 270° -os helyzetben a teljes kerületi sebesség átadódik a kulisszakeretnek. A sebesség e szélsőértékeinél a gyorsulás nulla. Az első két síknegyedben a sebesség pozitív, a második és a harmadik síknegyedben negatív. A gyorsulás a második és harmadik síknegyedben negatív. Ez azonban nem jelenti azt, hogy ekkor lassulásról van szó valójában. Hogy gyorsulásról, vagy lassulásról kell-e beszélnünk, azt nem a felvett pozitív irányhoz való viszony, hanem **a sebesség és gyorsulás vektor egymáshoz való viszonya** dönti el. Amikor ezek egymással ellentétesek, lassulásról beszélünk. A mi esetünkben ez a helyzet a második és a negyedik síknegyedben.

A sebesség nulla az út szélsőértékeinél, azaz a holtpontokban.

A gyorsulás a holtpontokban maximális - megegyezik a származtató körmozgás centripetális gyorsulásával.



74. ábra

A 73. ábrán mindegyik síknegyedben bejelöltük a kulissza sebességének és gyorsulásának irányát és értelmét.

A kulissza működését még érzékletesebben szemléltethetjük, ha a sebességet és a **gyorsulást** a lökethossz függvényében ábrázoljuk. Ekkor a vízszintes irányban megtett x út lesz a független változó, az előbbi mozgásegyenletekből ki kell küszöbölnünk az **idő paramétert**. Az út-idő egyenletből

$$\cos \omega t = \frac{r - x}{r},$$

a gyorsulás pedig

$$a_x = r \omega^2 \cos \omega t = r \omega^2 \frac{r - x}{r} = r \omega^2 - \omega^2 x.$$

Ez egy $-\omega^2$ meredekségű, a 75. ábra szerint elhelyezkedő egyenes. Az egyenes értelmezésére a nyílhegyek utalnak: az első és a negyedik síknegyedben a pozitív, a

második és a harmadik síknegyedben a negatív fele érvényes. Önmagában visszatérő görbéről van tehát szó.

A **sebesség függvény** levezetéséhez a trigonometriából ismert

$$\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t = 1$$

egyenletből kell kiindulnunk.

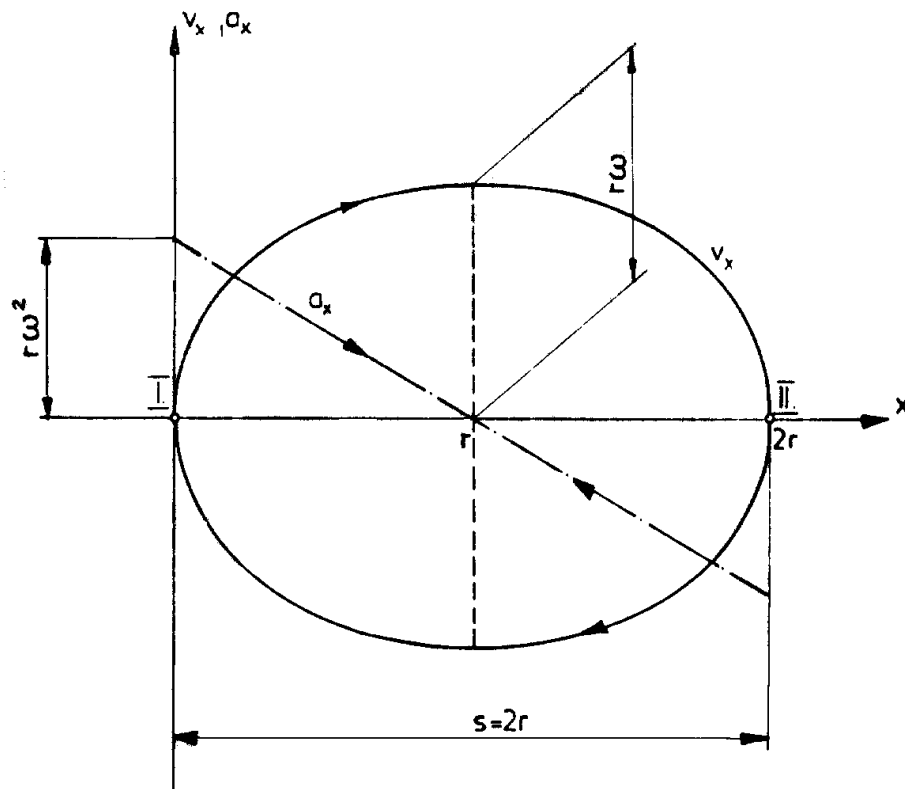
A $\cos \omega t$ -re előbb felírt összefüggést, valamint a sebesség-idő függvényből nyerhető

$$\sin \omega t = \frac{v_x}{r\omega}$$

összefüggést behelyettesítve,

$$\frac{(r - x)^2}{r^2} + \frac{v_x^2}{r^2 \omega^2} = 1$$

alakú **ellipszis** egyenletet kapunk. A fél nagytengely r , a kistengely fele $r\omega$. A zárójeles tag az ellipszis nem centrális elhelyezkedésére utal. Ezt az ellipszist is felrajzoltuk a 75. ábrán, az értelmezést megkönnyítő nyílhegyekkel.



75. ábra

E szerkezetnél tehát a sebesség az idő függvényében szinuszosan, az út függvényében ellipszis görbe szerint változik. **Átlagsebességen** azt a sebességet értjük, amellyel haladva egy test a változó mozgás ideje alatt fut be egy adott útszakaszt. Az **átlagsebesség** kiszámítására most abból indulunk ki, hogy a származtató mozgás egy körülfordulás alatt a kulissza a kétszeres lökethossznak megfelelő utat teszi meg.

$$v_{\text{köz}} = 2 s n$$

I) A forgattyús hajtómű

A változó irányú egyenesvonalú mozgást körmozgássá - és viszont - általában forgattyús hajtóművel alakítjuk át.

A **forgattyús hajtómű** szerkezetileg lényegesen különbözik az eddig tárgyalt kulisszás hajtóműtől. **Mozgástörvényei** azonban **közelíthetők** a kulisszás hajtóműnél megismert mozgástörvényekkel.

A forgattyús hajtómű két fő részből áll (76. ábra):

az $OB = r$ hosszúságú forgattyúból, és
a $BC = \ell$ hosszúságú hajtórúdból.

Forgattyús hajtóművet láthatunk a 113., 137. és 138. ábrán.

A forgattyú az O tengely körül körmozgást végez. A B forgattyúcsap közvetítésével a hajtórúd egyik vége egyenesvonalú kényszerpályán mozog. Ezt a kényszerpályát általában a dugattyús gép hengerében mozgó dugattyú állítja elő. A C csukló ilyenkor a **dugattyúcsaphoz** csatlakozik.

A szerkezet fontos jellemzője a **hajtórúd viszony**,

$$\lambda = \frac{r}{\ell}.$$

A holtpontok (I. és II.) közötti távolság a **lökethossz**,

$$s = 2r,$$

a forgattyú sugár kétszerese.

Feltételezzük, hogy a forgattyú (a B pont) állandó n fordulatszáma, azaz

$$\omega = 2\pi n$$

szögsebességű, egyenletes körmozgást végez.

A baloldali holtpont (I.) és a forgattyú O középpontjának a távolsága

$$\ell + r.$$

A forgattyú tetszés szerinti $\varphi = \omega t$ szögállásánál a dugattyúcsap (a C pont) helyzete az

$$x = \ell + r - \ell \cos \psi - r \cos \varphi$$

út függvénnyel jellemezhető. Itt ψ a hajtórúd szögállása (76. ábra).

A hajtórúd és a holtpontokat összekötő egyenes közötti ψ szög a hajtórúd hosszának növekedésével nullához tart. Így minél kisebb a hajtórúd viszony, annál inkább igaz a

$$\cos \psi = 1$$

közelítés. **Végtelen hosszú hajtórúd** esetén tehát az út függvény

$$x = r - r \cos \omega t$$

alakot vesz fel. Ez az összefüggés megegyezik a kulisszás hajtóműnél felírható út függvénnyel. Végtelen hosszú hajtórúd feltételezésével tehát a forgattyús hajtómű (a C pont) mozgástörvényei a kulisszás hajtómű mozgástörvényeivel megegyeznek.

A 76. ábrán vékony vonallal rajzoltuk meg a sebességet (amely megfelelő lépték választásával körrel ábrázolható) és a gyorsulást (ami ferde egyenes), végtelen hosszú hajtórúd feltételezésével, a löketirányú elmozdulás függvényében.

76. ábra

Ha a **hajtórúd nem végtelen hosszú**, a vastagon kihúzott görbéket kapjuk. A körhöz illetve egyeneshez képest torzult görbék ezek. A torzulás jellege egyszerűen magyarázható.

$$\varphi' = 90^\circ$$

a forgattyúálláshoz

$$x' = r + \ell - \ell \cos \psi$$

út tartozik.

Mivel

$$\ell - \ell \cos \psi > 0$$

Írható, hogy

$$x' > r,$$

azaz a forgattyú egy negyed körülfordulásának ideje alatt a C pont a lökethossz felénél nagyobb utat tesz meg. A második negyedfordulatra pedig a lökethossz felénél kevesebb út marad. Így az első negyedfordulatban nagyobb, a második negyedfordulatban kisebb sebességek adódnak a kulissza sebesség viszonyaihoz képest. A kisebb-nagyobb fogalmak természetesen a sebességek abszolút értékeire vonatkoznak, így a negatív sebességek tartományában (második félfordulat) a sebesség görbe a 76. ábrán látható módon alakul. A sebesség maximum nagysága:

$$v_{\max} = \left(1 + \frac{\lambda^2}{2}\right) r \omega$$

A sebesség maximum az előtt van, hogy a C pont elérné a lökethossz felét.

Amikor a forgattyú a $\varphi' = 90^\circ$ állásban és a C pont az x' helyen van, a C pont pillanatnyi sebessége megegyezik a forgattyú kerületi sebességével. Ekkor ugyanis a B pont - a számozató mozgás - sebessége és a C pont kényszerpályája egyirányú.

A gyorsulás ott nulla ahol a sebességnek maximuma van, ahol a sebesség görbéhez vízszintes érintő húzható. A holtponthoz gyorsulások szélsőértékei különbözőek. A forgattyútól távolabbi holtpontban, amit „fedő”-oldali holtpontnak is hívnak:

$$a_{\max I.} = (1 + \lambda) r \omega^2.$$

a forgattyúoldalon pedig:

$$a_{\max II.} = (1 - \lambda) r \omega^2.$$

A hajtóművek gyorsulás görbéjének ismerete elsősorban szilárdságtani szempontból fontos. A gyorsulásokkal (és az ide-oda mozgó részek tömegével) arányos gyorsító erők hatása nem hanyagolható el az ilyen szerkezetek méretezésénél.

Megjegyezzük végül, hogy a forgattyús hajtómű út, sebesség és gyorsulás viszonyai természetesen az idő függvényében is felrajzolhatók. Ekkor a kulissza megfelelő görbéihez képest torzult koszinuszos illetve szinuszos görbéknek kapunk.

V. ENERGIA ÁTVITEL FOLYADÉKOKBAN

Az energetikai folyamatok legnagyobb részében a folyadékok és gázok lényeges szerepet játszanak. Itt a továbbiakban elsősorban **cseppfolyós folyadékkal** fogunk foglalkozni.

A) A folyadékok csoportosítása

A folyadékokat ugyanis a **halmazállapot** szerint csoportosítva a **cseppfolyós folyadékok** mellé soroljuk a **gőzöket, gázokat, levegőt**, valamint a **keverékeket** is. Így - tágabb értelemben - folyadék a vízgőz, vagy a levegővel kevert homok is, ez utóbbiak is **felveszik az edény alakját**, amelyben elhelyezkednek.

A gázokat és gőzöket mégis ki szoktuk emelni az előbbi csoportosításból; bár felveszik az edény alakját, nem képeznek **szabad felszínt**.

A **cseppfolyós folyadékok** - a továbbiakban röviden **folyadékok** - bizonyos elhanyagolással ideálisnak tekinthetők. Az ideális folyadék homogén, összenyomhatatlan és áramlása súrlódásmentes.

A **valóságban** a folyadék is molekuláris szerkezetű, a teret nem tölti ki mindenütt egyenletesen - akár a keverékek - **nem homogén**.

A folyadék **nem összenyomhatatlan**. Tíz méter magas vízoszlop alján pl. 0,0044%-kal sűrűbb a víz, mint a felszínen, saját súlya következtében.

A valóságos folyadék **nem súrlódásmentes**. Áramló folyadék részecskéi között és a csőfal mentén a sebességkülönbséggel arányos súrlódási ellenállás tapasztalható.

A folyadékok áramlására vonatkozó legfontosabb törvényszerűségek megállapítása azonban lényegesen egyszerűbb, ha a folyadékot homogénnek, összenyomhatatlannak és súrlódásmentesnek tekintjük. Az ilyen - a valóságban nem létező folyadék - tehát az **ideális folyadék**.

A valóságos folyadéknak elsősorban súrlódásos volta az a tulajdonsága, amely a legkevésbé elhanyagolható. A folyadéksúrlódás hatását a továbbiakban mi is sokszor figyelembe fogjuk venni.

B) A folyadékok műszaki jellemzői

1. Alapvető jellemzők

A **folyadékmennyiség** jellemzésére egyaránt használjuk a V térfogatot (MSZ 4900/1), az m tömeget és a G súlyt (MSZ 4900/3).

A folyadék fontos - más folyadékoktól megkülönböztethető - jellemzője a **sűrűség**

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$$

A továbbiakban leggyakrabban említett két folyadék - a víz és a higany - sűrűsége:

$$\rho_v = 1000 \quad \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$
$$\rho_{\text{Hg}} = 13595 \quad \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cong 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Az áramló folyadékmennyiséget akár a **térfogatárammal**

$$Q = \frac{V}{t} \quad \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right]$$

akár a **tömegárammal**

$$\dot{m} = \frac{m}{t} \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]$$

jellemezhetjük. A tömeg és a térfogat között fennálló $m = \rho V$ kapcsolat alapján

$$\dot{m} = \rho Q$$

2. A folytonosság törvénye

A folytonosság, kontinuitás törvénye az anyag megmaradás törvénye áramló folyadékokra.

A II.E. fejezet 1. pontjában felírt

$$\sum \dot{m}_i = 0$$

összefüggés elágazás ("forrás, ill. "nyelő") nélküli csővezetékben a be- és kilépő tömegáramok értékének egyenlőségére egyszerűsödik

$$\dot{m}_1 = \rho_1 Q_1 = \rho_2 Q_2 = \dot{m}_2$$

Cseppfolyós folyadéknál $\rho_1 = \rho_2$. A 77. ábrán látható csőszakaszba

$$Q_1 = A_1 v_1 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right]$$

térfogatáram lép be. $A_1 [\text{m}^2]$ a belépő keresztmetszet, $v_1 [\text{m/s}]$ az átlagsebesség. Mivel közben sem hozzávezetés (forrás), sem elvétel (nyelő) nincs, ugyanennyi folyadék hagyja el a csőszakaszt.

$$Q_2 = A_2 v_2 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right]$$

és

$$Q_1 = Q_2$$

77. ábra

Ezt az összefüggést

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

alakban felírva a

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2}$$

ismert eredményt kapjuk: a sebességek és a keresztmetszeti felületek egymással **fordítva arányosak**.

A 77. ábrán látható: a sebesség csak a hely függvénye. Az ilyen áramlást **időben állandó** (stacionárius) áramlásnak nevezzük.

Képzeljük el, hogy a csőszakaszt megelőző vezetékben egy szelep található, amelyet valaki folyamatosan - szabályszerűen, vagy szabálytalanul - nyit és zár. Ebben az esetben a sebesség - bármelyik figyelt keresztmetszetben - időben nem lesz állandó, az időnek is függvénye lesz. Az ilyen áramlás **időben nem állandó** (instacionárius) .

3. A nyomás

A nyomás, mint felületegységre eső erő általános mechanikai fogalom.

Szabványos betűjele **p**, az alapegységekből származtatott mértkegysége a **pascal**.

$$1 \text{ Pa} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$$

A pascal viszonylag kis egység. Ezért gyakran, használjuk a prefixumokkal képzett többszöröseit (kPa, MPa.)

A **folyadékok és gázok mechanikájában** célszerű olyan mértékegységet használni, amelynek nagysága a légköri nyomás átlagos értékével körülbelül egyezik. Ilyen egység a szabványos prefixumokkal nem képezhető.

Ezért itt használható - bár nem SI egység - a **bar**

$$1 \text{ bar} = 100000 \text{ Pa} = 100 \text{ kPa} = 0,1 \text{ MPa}$$

Visszatérve a folyadékok vizsgálatára, ismert, hogy a folyadékban a felszíntől lefelé haladva, a nyomás nő. Ezt a - saját súlyból származó - nyomást **hidrosztatikai nyomásnak** nevezzük. A 78. ábrán látható, H magasságú szögletes edényben ρ sűrűségű folyadék van. Az edény négyzetes alapterülete A, így a benne lévő folyadék térfogata:

$$V = A \cdot H \quad [\text{m}^3],$$

tömege:

$$m = \rho \cdot A \cdot H \quad [\text{kg}],$$

súlya

$$G = \rho \cdot g \cdot A \cdot H \quad [\text{N}],$$

A súlyból a fenéken adódó nyomás

$$P_A = \frac{G}{A} = \frac{\rho \cdot g \cdot A \cdot H}{A} = \rho \cdot g \cdot H \quad [\text{Pa}]$$

Ebben az összefüggésben ρ és g állandó, a nyomás a h mélységgel lineárisan nő. A nyomás növekedésének vonalát az edény mellé rajzolt koordináta rendszerbe berajzoltuk.

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

A hidrosztatikai nyomás - és általában a nyomás - törvényszerűségeinek megismerése céljából végezzünk további vizsgálatokat! **Képzeletben** messünk ki a folyadékból egy **élén fekvő, egyenlőszárú háromszög alapú hasábot** (78. ábra). Az alaplap szélessége b , a hasábnak a papírra merőleges hossza ℓ . A két ferde lap szélessége

$$k = \frac{b}{2 \sin \alpha},$$

egy-egy ferde lap felülete

$$A_{\ell} = k \cdot \ell.$$

78. ábra

A hasáb magassága

$$m = k \cos \alpha$$

és térfogata

$$V = \frac{b m}{2} \ell$$

A folyadék **hasáb súlya**

$$G_h = \rho g V = \rho g \frac{b m}{2} \ell = \rho g \frac{b k \cos \alpha}{2} \ell$$

A ferde lapra ható átlagos hidrosztatikai nyomás

$$p = \rho g \frac{m}{2}.$$

így **a ferde lapra ható F erő**

$$F = A_\ell p = k \ell \rho g \frac{m}{2} = \frac{b}{2 \sin \alpha} \ell \rho g \frac{k \cos \alpha}{2}$$

A folyadék hasáb súlya és a falakat támasztó F erők **egyensúlyban** vannak, hiszen a folyadék hasáb **nyugalomban** van. Az F erők - a háromszög alakú nyomáseloszlás miatt - a ferde lapok alsó harmadában támadnak. A G_h súlyvektor támadáspontja a hasáb felső harmadában van.

A függőleges irányban felírható egyensúlyi egyenlet

$$G_h = 2 F \sin \alpha$$

azaz

$$\rho g \frac{b k \cos \alpha}{2} \ell = 2 \frac{b}{2 \sin \alpha} \ell \rho g \frac{k \cos \alpha}{2} \sin \alpha$$

A kijött **azonosság** igazolja, hogy gondolatmenetünk helyes volt, a **leválasztott folyadékrész súlyát a nyomásból származó erők eredője egyensúlyozza.**

Ugyanezek az erők hordozzák a vonalkázott hasáb (a kiszorított víz) súlyával megegyező súlyú **hajót** is.

Képzeljük ezután a ferde lapokat (A_ℓ) lemezből elkészítve és a szögletes edény papír síkjával párhuzamos lapjaihoz rögzítve, azaz a 78. ábrán látható szögletes edény fölfelé a hasáb miatt keskenyedjen el! A hatás-ellenhatás törvénye értelmében a ferde lapok ugyanazokat az F erőket közvetítik a folyadéknak, amelyek a folyadék nyomása következtében rájuk hatnak. Így a tartály fenéke továbbra is „úgy érzi”, mintha az edény H magasságig felette **mindenütt** a folyadékkal lenne megtöltve. A hidrosztatikai nyomás tehát **független az edény alakjától**, csak a **mélységtől** függ.

Utolsó következtetésként állapítsuk meg: a **nyomásból** mindig a szóban forgó **felületre merőleges erő vektor** számítható, maga a **nyomás** azonban - egy a mélységtől függő adat - **skalár mennyiség**.

4. A teljes nyomás skála

Az előző pontban tárgyalt edényben lévő szabad felszín felett **p_o légköri nyomás** van (78. ábra). A tartály fenekén lévő összes, **abszolút nyomás**:

$$p_a = p_o + p_t$$

A **p_t túlnyomás** ebben az esetben a hidrosztatikai nyomás volt

$$p_t = \rho g H$$

A műszaki gyakorlatban nagyon sokszor csak a **túlnyomásról** beszélünk, a légköri nyomást mindig fennálló adottságnak tekintjük.

$$p_t = p_a - p_o$$

A mérnököt ugyanis csövek, kazánok, stb. igénybevételének vizsgálatánál természetesen a külső és belső nyomás **különbsége** érdekli. A külső nyomás az esetek túlnyomó többségében a légköri nyomás. Ha belül is légköri nyomás van, nyomáskülönbségből származó erő nem számítható. **A túlnyomás tehát nyomáskülönbség**, nincs határozott „0 pontja” (a légköri nyomás ingadozik.)

A légköri nyomást - ha pontos értéke ismeretlen - **1 bar = 100 000 Pa** (a Föld felszínén **750 mm** magas higanyoszlop nyomása) értékűnek vesszük.

79. ábra

A légkörinél kisebb nyomást **vákuumnak** nevezzük. A vákuum túlnyomásban negatív. A vákuumot gyakran a légköri nyomás **százalékában** adják meg. Ekkor a 100% vákuum a teljes légűr, az abszolút nulla nyomás (79. ábra).

Az index nélküli (pl. $p = 4$ bar) írásmód abszolút nyomásra utal ($p = p_a$). A túlnyomást mindig jelölni kell (pl. $p_t = 3$ bar).

C) Erőátvitel nyomott folyadékkal

Az ideális - és a nyugvó valóságos - folyadék a nyomóerőket belső súrlódás nélkül továbbítja. A **zárt folyadékban** a nyomás gyengítetlenül terjed (Pascal törvénye).

A nyomott folyadéknak ezt a tulajdonságát hasznosítja a **hidraulikus erőátvitel**. A **nyomott folyadékoszlop közlőmű**, amely az erőt nemcsak továbbítani, de módosítani is képes (80. ábra). A felül rajzolt esetben az A felületű dugattyút F_1 erővel toljuk. A folyadékoszlopban kialakuló nyomás

$$p = \frac{F_1}{A}$$

és így

$$F_2 = p A = F_1$$

Az s úton való elmozdulás

$$W_1 = F_1 s = p A \cdot s = p V$$

munkavégzéssel jár, amely munka - a dugattyúsúrlódástól eltekintve - a második dugattyú rúdján levehető.

$$W_2 = F_2 s = p A \cdot s = p V = W_1 .$$

Az s utak azonossága a cseppfolyós folyadék összenyomhatatlanságából következik.

A munkasebességet a 80. ábra alsó részén ábrázolt megoldás szerint módosíthatjuk. Ha különböző átmérőjű dugattyúkat alkalmazunk,

$$p = \frac{F_1}{A_1}$$

nyomás hozható létre viszonylag kis erővel a kis dugattyúfelületen. Ez az F_1 erő

$$F_2 = p A_2$$

erőt eredményez a nagy dugattyúfelületen. Ezekből

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1}$$

azaz az erő a dugattyúfelületekkel arányosan változik. Az esetleges **elmozdulások** (s_1, s_2) a dugattyúfelületekkel **fordítva** arányosak, hiszen a cseppfolyós folyadék összenyomhatatlanságából: $A_1 s_1 = A_2 s_2$.

Veszteségmentes elmozdulásnál az átvitt teljesítmény (P_2) egyenlő a bevezetett teljesítménnyel

$$P_1 = P_2$$

azaz

$$F_1 v_1 = F_2 v_2$$

ahol v_1 és v_2 a dugattyúsebességek.

Az áttétel, vagy módosítás

$$i = \frac{v_2}{v_1} = \frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}$$

A hidraulikus erőátvitellel működő gépeknél (emelők, fékberendezések, stb.) a használt folyadék: **olaj**. Az olajnak jók a kenési tulajdonságai és nem okoz korróziót. A hidraulikus erőátvitel elve viszonylag egyszerű, annál fontosabb az igényelt gyártási, szerelési **pontosságot** biztosítani.

Megjegyezzük végül, hogy természetesen zárt folyadékban is ébred hidrosztatikai nyomás. Ez azonban a nyomott folyadékban általában viszonylag kicsi, - elhanyagolható.

D) A nyomás mérése

1. Folyadékös nyomásmérők

A legegyszerűbb nyomásmérő műszerek - a hidrosztatikus nyomások egyenlőségének elvén működő - U-csöves manométerek. A **81. ábrán U-csöves higanyos manométer** látható egy vizet szállító csővezeték A jelű pontjára bekötve.

81. ábra

A mérőfolyadék nemcsak higany, hanem egyéb, más sűrűségű folyadék is lehet. A mérőfolyadék **terheletlen állapotban** - amikor a manométer mindkét ága azonos nyomású térhez kapcsolódik - a közlekedő edények törvénye értelmében mindkét ágban **azonos magasságban** helyezkedik el.

Az U-csöves manométerek használhatósági tartományát részben a nyomáskülönbséggel arányosan növekvő hosszméretek, részben a közönséges üveg

teherbírása (kb. 250 kPa) korlátozzák. A szintkülönbség leolvasására **milliméter beosztású skála** szolgál. A manométert a szint magasságában, a meniszkusz (a görbült folyadékfelszín) vízszintes érintőjében olvassuk le (82. ábra).

A folyadékos manométerek használatakor gondoskodnunk kell arról, hogy a manométer bekötővezetékeit az általunk kívánt **nyomásközvetítő közeg** töltse ki. E közvetítő közeggel a bekötővezeték legmagasabb pontján elhelyezett **légtelenítő csap**, vagy szelep segítségével tudjuk feltölteni a rendszert. A közvetítő közeg legtöbbször maga **az a közeg, amelynek nyomását mérjük**. A légtelenítő csap megnyitásával - belső túlnyomás esetén - a levegő eltávozik és a közvetítő közeg feltölti a rendszert.

Az ismeretlen nyomás meghatározásához fel kell írni a **manométer egyensúlyi egyenletét**. A manométer egyensúlyi egyenlet **a legalsó közegváltás szintjére** felírt egyensúly. A 81. ábrán h_2 magasságban **vágjuk el képzeletben** a manométer mindkét szárát. Az alsó, megmaradó U-csöves rész közlekedő edény, amelyben a mérőfolyadék nyugalomban van. A bal- és jobboldali részek visszahelyezése után a nyugalom továbbra is fennmarad. A visszahelyezett ágakból adódó nyomások egyenlősége a manométer egyensúlyi egyenlete.

82. ábra

A 81. ábrán az A pontra kötött manométer másik szára a légkörbe nyílik. A manométer egyensúlyi egyenlete:

$$p_A = \rho_v g (e + h_2) = p_0 + (h_1 - h_2) \rho_{Hg} g$$

A baloldalon a **legtávolabbi, p_A nyomástól elindulva** ugyanis $(e+h_2)$ magasságban felfelé haladunk a bekötővezetékben, tehát a nyomás csökken. Továbbra is felfelé haladunk, de ugyanennyit haladunk a közvetítő közegben lefelé - így ezeket a -

kieső - tagokat fel sem írtuk. Az egyenletből a p_A abszolút nyomás, vagy a $p_A - p_0$ túlnyomás kiszámítható.

A 83. ábra szerint bekötött manométerrel az 1. és 2. pont közötti **nyomáskülönbség** határozható meg (differenciáلمانométer).

83. ábra

A manométer egyensúlyi egyenlete a legalsó közegváltási szintre:

$$p_1 - \rho_v g y = p_2 - \rho_v y g - \Delta h \rho_v g + \Delta h \rho_{Hg} g ,$$

azaz

$$p_1 - p_2 = \Delta h g (\rho_{Hg} - \rho_v) .$$

A manométer egyensúlyi egyenlete bonyolultabb bekötések esetén az előző egyenletekhez képest több tagból is állhat. Lényegesen egyszerűsödnek azonban az

egyenletek, ha légnemű közeget szállító vezetékre kötjük a manométert. A kis sűrűségű légnemű közeg hidrosztatikai nyomását ugyanis elhanyagolhatjuk a mérőfolyadék hidrosztatikai nyomása mellett.

A **fordított U-csöves** folyadékos manométert folyadék áramlása során fellépő viszonylag kis nyomáskülönbségek mérésére használjuk (84. ábra). A mérés előtt a Cs csapon sűrített levegőt engedünk az U-csőbe és az alapszintet körülbelül a középmagasságban állítjuk be. Az egyensúlyi egyenlet abból a feltételből írható fel, hogy az U cső felső - levegővel telt- részében a nyomás mindenhol azonos (p_x). Ezt a bal- és jobboldali ágra - a közegváltási helyekig - felírva:

$$p_x = p_1 + y \rho_v g - h_1 \rho_v g = p_2 + y \rho_v g - h_2 \rho_v g .$$

Ebből

$$p_1 - p_2 = (h_1 - h_2) \rho_v g .$$

84. ábra

A 85. ábrán **egycsöves higanyos manométert** rajzoltunk. Az A jelű higanytartály keresztmetszete lényegesen nagyobb, mint az ü jelű üvegcsőé. Ha az üvegcsövet kisebb nyomású (p_1) térhez csatlakoztatjuk, mint a tartályt (p_2), akkor az

üvegcsőben úgy emelkedik a higanyszint, hogy az A jelű tartály szintje gyakorlatilag változatlan marad.. Ha a skála 0 szintjét ide helyeztük, akkor nyomásméréskor csak egy leolvasást kell végezni. Ilyen elven működik a barométer is. A barométer a 85. ábra jobb oldalán látható. A mérőcső felső lezárt végében higanygőz van, amelynek nyomása szobahőmérsékleten kb. 0,27 Pa, gyakorlatilag nulla.

85. ábra

2. Fémmanométerek

Üzemi viszonyok között nyomás mérésére közvetlenül leolvasható, számlapos műszereket használnak.

86. ábra

87. ábra

A **Bourdon** (burdon) csöves, dobozos manométer (86. ábra) egyik végén zárt, másik végével a nyomóterhez csatlakozó görbe csőrugó, amelynek görbületi sugara a belső pozitív túlnyomás hatására növekedik belső szívás hatására csökken. E műszer mind pozitív túlnyomás, mind vákuum mérésére használható. A csőrugó végének elmozdulását az ábrán látható megoldással vihetjük át a mutató tengelyére.

A fémlemez (szelencés) nyomásmérőnél a csőrugó szerepét egy rugalmas zárólemez (membrán) veszi át (87. ábra)

A fémmanométereket időnként ellenőriznünk, **vizsgálunk** kell, azaz meg kell állapítanunk, hogy helyes értéket mutatnak-e. Ezt alpmérőeszközzel végezzük. Nyomás mérésére szolgáló alpmérőeszköz a 88. ábrán látható. Ezen a nyomás mérését súly (tömeg) és hosszúság (az „a” keresztmetszetű dugattyú átmérője) mérésére vezetjük vissza..

88. ábra

Ismert G erővel tehelhető, G_0 súlyú, „a” keresztmetszetű, felül tálcás kiképzésű dugattyú olajtöltésű hengerbe nyúlik. A zárt térben így számítható nyomásokat tudunk létrehozni:

$$p = \frac{G_0 + G}{a}$$

Az ismert nyomásokkal terhelt manométert leolvassuk, az **ellenőrző görbe** lerajzolható. Az ellenőrző görbe a számított (valódi) nyomást mutatja a műszeren leolvasható nyomás függvényében.

Műszereinket a **mérésügyi hatóság hitelesíti**. Hitelesítéskor csak a végkitérés és a mérési tartomány néhány meghatározott pontjában ellenőrzik, hogy a műszer a megengedett hibahatáron belül mutat-e, de általában nem vesznek fel ellenőrző görbét.

E) A Bernoulli-egyenlet ideális folyadékra

A Bernoulli egyenlet az energia megmaradás törvényét fejezi ki áramló folyadékban. Az itt levezetendő egyszerű alakja (az áramlás időben állandó, stacionárius) azt mondja, hogy a **külső nyomásból származó erők** által végzett munka **folyadék helyzeti és mozgási energiáját** növeli meg. Feltételezzük, hogy a folyamat során a vizsgált rendszerbe további munkát (pl. dugattyúval, stb.) nem viszünk be, és nem veszünk el.

Nézzük tehát az **ideális folyadék** áramlását egy tetszés szerint emelkedő, változó keresztmetszerű csővezetékben a 89. ábra szerint. Az **ellenőrzött térfogatot** határoló felületeket szaggatott vonallal érzékeltettük. Az ellenőrzött térfogatban - csőfal és a képzeletbeli 1 és 2 jelű keresztmetszet között - a vizsgálat kezdetén egy folyadéktest van. Ez a folyadéktest egy kis Δt idő múlva az 1' -2' helyzetbe kerül, kicsit megnyúlik, idomulva a cső alakjához. Továbbhaladásához **munkavégzésre** volt szükség, hiszen magasabbra került (helyzeti energia növekedés) és összességében mozgási energiája is nőtt, mert a szűkülő csőszakaszban a részecskék sebessége nőtt. Erőhatást az 1. keresztmetszetben uralkodó p_1 és a 2-es keresztmetszetben uralkodó p_2 nyomás ad.

$$F_1 = A_1 p_1 \quad \text{és} \quad F_2 = A_2 p_2$$

Ezek a nyomásból származó erőhatások munkát végeznek, mert **elmozdulás** - a folyadék, illetve a folyadéktest elmozdulása - **közben hatnak**.

A szilárd testek mechanikájában megszoktuk, hogy a mozgóerő és a mozgatott test együtt halad. Az **út fogalma** itt magától értetődő volt.

Az itt meghatározott erők ezzel szemben nem hagyják el az 1. illetve 2. keresztmetszetet, a **folyadék** azonban **elmozdul**, a viszonylag rövid Δt idő alatt

$$v_1 \Delta t, \text{ illetve } v_2 \Delta t$$

úton.

Az erőhatások közül csak az F_1 tolja a folyadéktestet fölfelé, az F_2 , amely a p_2 ellennyomásból származik, ellenállásként jelentkezik. A folyadéktest energiatartalmát a két erő munkájának a különbsége növeli.

$$W = A_1 p_1 v_1 \Delta t - A_2 p_2 v_2 \Delta t$$

Írjuk fel a folytonosság tételét az 1 és a 2 keresztmetre!

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

E folyadékáram, megszorozva a vizsgálat rövid Δt időtartamával megadja az 1, illetve a 2 keresztmetszeten áthaladt térfogatot.

$$V = A_1 v_1 \Delta t - A_2 v_2 \Delta t$$

E térfogatokat a 89. ábrán vonalkázással kiemeltük.

89. ábra

A folyadéktest energiatartalmát növelő **munka** ezek után:

$$W = p_1 V - p_2 V$$

A folyadéktest a Δt idő kezdetén az 1-2, a végén az 1'-2' helyzetben van. Elhelyezkedés (helyzeti energia) és sebességi állapot (mozgási energia) szempontjából a 89. ábrán a két vonalkázott rész közötti hosszú rész **közös**. Ennek energiatartalmát jelöljük E_0 -lal! A helyzeti energia nulla szintjét a tetszés szerint felvett $h=0$ vonal jelöli a g nehézségi gyorsulással jellemzett erőterben.

A ρ sűrűségű **folyadéktest energiatartalma** kezdetben, azaz az 1-2 helyzetben:

$$E = V \rho g h_1 + V \rho \frac{v_1^2}{2} + E_0$$

A Δt idő elteltével, azaz az 1'-2' helyzetben a megnövekedett energiatartalom:

$$E' = V \rho g h_2 + V \rho \frac{v_2^2}{2} + E_0$$

Az energianövekedést a nyomásokból származó erők munkája fedezi,

$$W = E' - E,$$

azaz

$$\begin{aligned} p_1 V - p_2 V &= V \rho g h_2 - V \rho g h_1 + V \rho \frac{v_2^2}{2} - \\ &- V \rho \frac{v_1^2}{2} + E_0 - E_0. \end{aligned}$$

A Bernoulli egyenlet ezen alakja tehát **V térfogatú folyadékra** vonatkozik, s **tükrözi még a fizikai tartalmat**: nyomásból származó erők munkája helyzeti és mozgási energiává alakul a folyadék áramlása közben. Ezt azért kell hangsúlyozni, mert a gyakorlatban az egyenletet **átrendezett** alakban használjuk, amely célszerűbb ugyan, de a fizikai tartalmat már nem mutatja ilyen szemléletesen.

Az átrendezés eredményeként az azonos indexű tagok egy oldalra kerülnek, s így a Bernoulli egyenletet a gyakorlatban mindig egy **áramvonal** (valóságos, vagy képzeletbeli csővezeték) két pontja (keresztmetszete) között írhatjuk fel.

További egyszerűsítés, hogy az egyenletet térfogategységre (V-vel végigosztva), tömegegységre (ρV -vel végigosztva), vagy súlyegységre ($\rho g V$ -vel végigosztva) vonatkoztatva használjuk. Tehát:

1. Térfogategységre:

$$p_1 + \rho g h_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} = p_2 + \rho g h_2 + \rho \frac{v_2^2}{2}$$

Térfogategységre eső munkáról van szó;

$$\frac{\text{joule}}{\text{m}^3} = \frac{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}}{\text{m}^3} = \frac{\text{kg}}{\text{s}^2 \cdot \text{m}} = \text{Pa} ,$$

minden tag nyomás-dimenziójú, mértékegységük pascal.

2. Tömegegységre:

$$\frac{p_1}{\rho} + g h_1 + \frac{v_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + g h_2 + \frac{v_2^2}{2}$$

Tömegegységre eső munkáról van szó,

$$\frac{\text{joule}}{\text{kg}} = \frac{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}}{\text{kg}} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} .$$

minden tag sebesség négyzet dimenziójú.

3. Súlyegységre:

$$\frac{p_1}{\rho g} + h_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + h_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

Súlyegységre eső munkáról van szó

$$\frac{\text{joule}}{\text{N}} = \frac{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}}{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}} = \text{m}$$

minden tag hosszúság dimenziójú, mértékegységük méter.

Ez utóbbi alakban a

$\frac{p}{\rho g}$ tagot nyomásmagasságnak, a

h tagot helyzeti energia magasságnak, vagy egyszerűen magasságnak, a

$\frac{v^2}{2g}$ tagot sebességmagasságnak nevezzük.

Az eddigiekből következik, hogy egy adott feladat esetén a helyzeti energia magasság felírásához - tetszés szerint - **alapszintet** kell választanunk, ahol $h = 0$.

F) A veszteségmagasság

A **valóságos folyadék** áramlása nem veszteségmentes. Súrlódás lép föl mind a csőfal és a folyadék között, mind az egyes folyadékrészecskék között, ha azok között bármely okból sebességkülönbség van. Ha egy szivattyút rövidre zárunk, azaz szívó- és nyomócsövet összekötve üzemeltetjük, berendezésünk hamarosan kézzel tapinthatóan melegedni kezd, a veszteség hővé alakul.

A súrlódás munka igényét tartalmazó tagot **az áramlás irányában felírt Bernoulli egyenlet jobboldalára**, a kettes indexű tagok mellé írjuk. Az előző pontban levezetett háromtagú összeg ugyanis nem marad állandó, hanem az áramlás irányában haladva a veszteség miatt csökken. Az egyenlőséget az áramlási veszteségre jellemző tag állítja helyre.

A folyadék súlyegységének súrlódási vesztesége az adott szakaszon:

$$h' \left[\frac{\text{joule}}{\text{N}} = \frac{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}}{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}} = \text{m} \right].$$

A valóságos folyadék **súlyegységére** vonatkoztatva az előző fejezetben levezetett Bernoulli egyenletet:

$$\frac{p_1}{\rho g} + h_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + h'$$

A h' tag hosszúság dimenziójú, **súlyegységre eső munka** neve **veszteségmagasság**. A tömegegységre vonatkoztatott veszteség

$$gh' \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right].$$

Így **tömegegységre** vonatkoztatva:

$$\frac{p_1}{\rho} + g h_1 + \frac{v_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + g h_2 + \frac{v_2^2}{2} + gh'$$

Térfogategységre vonatkoztatva:

$$p_1 + \rho g h_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} = p_2 + \rho g h_2 + \rho \frac{v_2^2}{2} + \Delta p',$$

ahol

$$\Delta p' = \rho g h' \left[\frac{\text{J}}{\text{m}^3} \right],$$

a térfogategységre vonatkoztatott veszteség.

A veszteségmagasság szokásos kifejezése:

$$h' = \zeta \frac{v^2}{2g} \quad [\text{m}]$$

illetve a **nyomásveszteség**, amely a súrlódás legyőzéséhez szükséges erőtlöbbletet adja:

$$\Delta p' = \rho g h' = \zeta \rho \frac{v^2}{2} \quad [\text{Pa}]$$

A folyadékban ébredő súrlódási veszteség tehát az áramlási sebesség négyzetével arányos. A sebességmagasság együttthatója a ζ **veszteségtényező** az áramlás egyéb jellemzőinek függvénye, **méréssel** határozzák meg.

Az áramlás egyéb jellemzői között első helyen kell említeni az áramlás megzavarásának mértékét. Nyilvánvaló, hogy nagyobb lesz a veszteségtényező egy átmenet nélküli szűkület esetén, mint egy áramvonalas átmenetkor. Egyenes cső esetén a csőfal érdessége jelentős szerepet játszik.

1. Áramlási veszteségek csővezetékben

Csőben áramlaskor a súrlódási veszteséget a fal fékező hatása okozza. A súrlódási veszteség arányos a súrlódást okozó hengeres palástfelülettel. Ebből következik, hogy az egységnyi mennyiségű (tömeg-, súly- vagy térfogategységnyi) közeg átáramlásakor a súrlódási veszteség a csőhosszal (ℓ) egyenesen és a csőátmérővel (d) fordítottan arányos. Kétszer akkora átmérőjű csőben ugyanis a súrlódó felület bár kétszeresére nő, de az azonos sebességgel átáramló közeg mennyisége négyszeres lesz. Így

$$\zeta = \lambda \frac{\ell}{d}$$

A λ csősúrlódási tényező. Pontos értékének meghatározásával későbbi tanulmányainkban részletesen foglalkozunk.

Az áramlási veszteség legyőzésére fordított munka hővé alakul, amely részben bennmarad az áramló közegben, részben a csőfalon át távozik.

A csősúrlódási veszteségmagasság tehát

$$h' = \lambda \frac{\ell}{d} \frac{v^2}{2g} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{N}} = \text{m} \right]$$

A gyakorlatban előforduló feladatok legtöbbször elfogadható eredményt ad, ha

$$\lambda = 0,02 - 0,03$$

értékkel számolunk.

A csővezeték a kívánt Q folyadékáramra tervezzük, illetve a veszteséget a Q folyadékáram függvényében vizsgáljuk. Az áramlási sebesség d csőátmérő esetén:

$$v = \frac{Q}{d^2 \pi}$$

A veszteségmagasság így:

$$h' = \zeta \frac{v^2}{2g} = \lambda \frac{\ell}{d} \frac{v^2}{2g} = \lambda \frac{\ell}{d} \frac{1}{2g} \left(\frac{4Q}{d^2 \pi} \right)^2$$

azaz

$$h' = \frac{8\lambda}{g\pi^2} \ell \frac{Q^2}{d^5} = K \ell \frac{Q^2}{d^5}$$

Itt K [s/m^2] állandó. Az összefüggés azt mutatja, hogy adott Q folyadékáram esetén a csővezeték veszteségei rohamosan nőnek, ha az átmérőt csökkentjük, azaz takarékoskodunk az anyaggal. A **legkedvezőbb csőátmérőt ezért gazdaságossági számítással határozzák meg.** (90. ábra).

Adott Q folyadékáramra ℓ hosszúságú csővezeték tervezni. A beruházás költsége a felhasznált anyag (a d átmérő) növekedésével arányosan nő.

Ezt fejezi ki a

$$K_o = c_o d \quad [Ft / \acute{e} v]$$

összefüggés. Itt c_o [$Ft/m.\acute{e}v$] állandó, és d [m] a csőátmérő. K_o a megtérülési idő egy évére vonatkoztatott **beruházási költség.**

Kisebb belső átmérőjű cső beépítése azonban a változó költségeket - az energiafelhasználást - növeli, hiszen a csővesztéssel arányos üzemköltség

$$K_v = \frac{c}{d^5} \quad [Ft / \acute{e} v]$$

összefüggéssel fejezhető ki. Itt $c \left[\frac{m^5 \cdot Ft}{\acute{e} v} \right]$ több tényező összevonásából adódó állandó.

A

$$K = K_o + K_v \quad [Ft / \acute{e} v]$$

évi összes költséget a 90. ábrán pont-vonallal rajzoltuk. A d átmérő függvényében rajzolt görbe minimumot mutat, az optimális csőátmérő (d_{opt}) a diagramból kiolvasható.

90. ábra

2. A konfúzor

Szűkülő csőszakaszt, ill. konfúzort láthatunk a 91. ábra baloldalán. A **konfúzort** célszerű **rövidre** készíteni, nagy kúposágú, rövid kialakítás esetén veszteségei kisebbek. Érdekes, ha erre mód van, a kilépő keresztmetszetet legömbölyíteni, mert az ábrán látható kialakításnál a csőfal törését a folyadék sugár nem tudja követni, tovább húzódik össze, az egyenes szakasz elején visszaáramlás, **leválás** lép föl. Ez a jelenség határt szab a konfúzor rövidítésének, ha az áramlás egyenes csőben folytatódik.

A szűkülő csonkakúp keresztmetszetben a folyadék **sebessége**, azaz mozgási energiája **nő**. Ez az energia átalakulás jó hatásfokú, a **konfúzor veszteségei** más szerelvényekhez viszonyítva **kicsik**.

A szűkítés mértékét az átmérők arányával fejezzük ki. A sebességnövekedés a folytonosság törvénye szerint a ki- és belépő keresztmetszetekkel fordítva arányos.

$$\frac{v}{v_D} = \frac{\frac{D^2 \pi}{4}}{\frac{d^2 \pi}{4}} = \frac{D^2}{d^2} = \left(\frac{D}{d}\right)^2$$

91. ábra

A konfúzor veszteségmagasságát a **legkisebb** keresztmetszetben érvényes átlagsebességre vonatkoztatjuk.

$$h_k = \zeta_k \frac{v^2}{2g}$$

A veszteségtényező (ζ_k) általában 0,05-nál kisebbre becsülhető, mint azt a 91. ábrán szemléltettük.

3. A diffúzor

Az energiaátalakulás a **bővülő csőszakaszban**, ill. diffúzorban (91. ábra jobb oldala) megfordított, a folyadék mozgási energiája, **sebessége csökken**. A veszteségek szempontjából ez az energiaátalakulás kedvezőtlenebb, mert a kisebbedő sebességgel áramló folyadékelemek egyre **nagyobbodó nyomással** kerülnek szembe, ami az **áramlás rendezettségét** veszélyezteti. Minél nagyobb a bővülő csőszakasz kúpossága, annál

kevésbé tudják követni a folyadékelemek a csőfalakkal megszabott pályájukat. A csőfalak mellett áramló folyadékreszek megállhatnak, sőt a nyomáskülönbségnek megfelelően visszafelé kezdhetnek áramlani. A fal mellett gomolygó réteg keletkezhet, **leválás** léphet fel.

A leválási veszteségeket azzal lehet csökkenteni, hogy a kúposágot $(8-10)^\circ$ -ra korlátozzuk, vagyis a diffúzor hosszát az átmérők különbségének legalább hatszorosára választjuk.

A diffúzor veszteségmagasságát a legkisebb keresztmetszetben érvényes, **legnagyobb átlagsebességre** vonatkoztatjuk.

$$h_d = \zeta_d \frac{v^2}{2g}$$

A veszteségtényező (ζ_d) nem elhanyagolható mértékben függ a diffúzor kialakításától. Tájékoztató értékek találhatók a *91. ábra* diagramjában

4. Csőív és könyök

A csővezeték **iránytöréséből** származó veszteség szintén a rendezetlen áramlásra és a leválásra vezethető vissza.

Viszonylag kisebb veszteséget okoz a csőív (*92. ábra*), mint a könyök (*93. ábra*).

92. ábra

A 92. *ábra* ún. 90° -os ívet mutat. A veszteségtényező az r/d viszony kis értékeinél kezd csak rohamosan nőni. Ekkor az ív tulajdonképpen könyökké válik. A 93. *ábra* a könyök várható veszteségtényezőit az iránytörés szögének (α) függvényében mutatja. A vázolt 90° -os könyök ($\alpha=90^\circ$) veszteségtényezője természetesen a legnagyobb.

93. *ábra*

5. Az elzáró szerkezetek típusai

A csővezeték fontos elemei az elzáró szerkezetek. **Három típust** különböztetünk meg.

A nyílás síkjára merőlegesen elmozduló szeleptányér elvén működnek a **szelepek** (94. *ábra*)

A csővezetékre merőleges tengely körül elfordulva nyit és zár a **csap** (95. ábra).

A nyílás keresztmetszetében, az áramlás irányára merőlegesen elmozduló zárólappal működik a **tolózár** (96. ábra).

E szerelvények segítségével a csőben lévő közeg áramlását megindítjuk, vagy megállítjuk, az áramló mennyiséget változtatjuk, a nyomást szabályozzuk. Célunk, hogy a zárótest nyitott állapotban minél **kisebb** áramlási **veszteséget** okozzon, zárt állapotban pedig **tökéletes tömítést** biztosítson.

Hogy a három típus közül melyiket választjuk, az függ az áramló közeg sűrűségétől és nyomásától, a cső átmérőjétől. Nem alkalmazható például csap nagy nyomás és átmérő esetén, mert túl nagy elfordító nyomatékra volna szükség.

6. A szelep

A leggyakoribb szelepfajta a 94. ábrán látható szelepek között elsőnek rajzolt **iránytöréses szelep**.

94. ábra

A szeleptányért a nyílás síkjára merőlegesen a **szeleporsó** mozgatja. Az orsó saját tengelye körül a **kézikerékkal** forgatható. A **szeleptányér** emelkedése közben az orsó is emelkedhet, de van olyan megoldás, ahol az orsó függőleges irányú elmozdulás nélkül húzza fel a szeleptányért. (Lakásunk „vízcsapjai”).

Az iránytöréses szelep veszteségei viszonylag nagyok. A **veszteségtényező csökkentésének** céljából igyekeznek az áramlást kevésbé megtörő szelepfajtákat tervezni. A 94. ábra az ilyen célú fejlődést mutatja. A szaggatottan rajzolt elméleti áramvonal az **iránytörés mértékét** érzékelteti. A két jobboldali már ferdeülésű szelep. Ezek veszteségtényezői lényegesen kisebbek, mint az iránytöréses szelepeké. Az ábrásor feletti diagram tájékoztató értékeket közöl. A veszteségtényező nagyban függ a szelep belső tereinek kialakításától, így új szeleptípus veszteségtényezőjét **méréssel** kell megállapítani.

A szelep veszteségmagasságát a be-, illetve kilépő csonkján, azaz a kapcsolódó csővezetékben érvényes sebességből (v) és a csonkok közötti nyomáskülönbségből (Δp_{sz}) számolhatjuk:

$$h'_{sz} = \zeta_{sz} \frac{v^2}{2g} = \frac{\Delta p_{sz}}{\rho g}$$

7. A csap

A legegyszerűbb, de korlátozottan alkalmazható elzáró szerkezet a csap. A 95. ábrán csak két fő részét, a **forgót** és a **házat** vázoltuk a baloldalon nyitott, a jobboldalon zárt állásban. A forgó elfordításkor kopik, ezért utánállítás céljából **kúposra** készítik. Célunk, hogy az áramló közeg rendelkezésére álló keresztmetszet ne változzék, így a kúpos forgóban ovális nyílás adódik. A házhoz ehhez átmenetet kell biztosítani, így a csap teljesen nyitott állapotban is zavarja kissé az áramlást. Veszteségtényezője

$$\zeta_{cs} = 0,1\text{-re}$$

becsülhető. A csonkokon, illetve a kapcsolódó csővezetékben uralkodó sebességgel

$$h'_{cs} = \zeta_{cs} \frac{v^2}{2g}$$

95. ábra

A folyadék kétirányú szétosztására, illetve változó irányba való vezetésére, vagy egy irányból teljesen elzárására a 97. ábra szerint van lehetőség. Az ábra ún. háromjáratú- (T, „té”), vagy váltócsapot mutat.

8. A tolózár

A legegyszerűbb típusnál a **zárólap** ékhez hasonló, erre utal az ékes tolózár elnevezés (96. ábra). A zárólapot a szelepeknél tárgyalt módon emelik. A 96. ábrán az orsón és a kézikereken kívül a házát és a fedelet is vázoltuk. A **ház** és a **fedél** kialakítása olyan, hogy a felemelt zárólap elférjen. Nyitott állapotban az áramló közeg behatol a fedél alá, így a házát a folyadék nyomása terheli. A ház szokásos alakját a 98. ábrásor szemlélteti. **Laposhátú** tolózárakat alkalmaznak, ha a túlnyomás kisebb 3 bar-nál. A középső ábra **oválsházú** tolózárakat mutat. Ha a túlnyomás nagyobb mint 20 bar, **kereksházú** tolózárakra van szükség.

96. ábra

97. ábra

Jól kialakított tolózár nyitott állapotban nem zavarja meg az áramlást, veszteségtényezője közel nulla.

98. ábra

G) A csővezeték jelleggörbe

A 99. ábrán látható csővezeték egy gát egyik oldaláról a másikra szállít vizet. A csővezeték üzemét a beépített - Sz jelű - szivattyú tartja fenn.

A **csővezeték munkagép**, amelynek energia ellátásáról a szivattyú gondoskodik. A szivattyú így a folyadéknak átadott energia szempontjából erőgép.

A **csővezeték energia igénye** ebben az esetben egyenlő a csővezeték ellenállásának legyőzéséhez szükséges munkával. A szállított folyadék súlyegységére vonatkoztatva ez a **veszteségmagasság**.

A rajzolt csővezeték egy - a szennyeződések bejutását megakadályozó - szűrőkosárral kezdődik, 1 db 90°-os ívet, 3 db 45°-os ívet és egy tolózarat tartalmaz. Vesztesége van az összesen l hosszúságú, d átmérőjű egyenes csőnek is.

99. ábra

Így az összes veszteség:

$$h' = \lambda \frac{1}{d} \frac{v^2}{2g} + \zeta_{sz} \frac{v^2}{2g} + \zeta_{90} \frac{v^2}{2g} + 3 \zeta_{45} \frac{v^2}{2g} + \zeta_T \frac{v^2}{2g} + \frac{v^2}{2g} [\text{m}]$$

Itt v mindenütt az illető elemben uralkodó sebesség. Azonos átmérőt feltételezve, a sebesség végig állandó. Az utolsó tag az ún. kilépési veszteség, a csővezeték elhagyó folyadék súlyegységének mozgási energiája - ezt is a szivattyú fedezi. Hasznosítására nincsen mód, ezért számoljuk a veszteségek közé.

A h' veszteségmagasság - mint láttuk - a térfogatáram (Q) négyzetével arányos. A csővezeték jelleggörbáját a *100. ábra* mutatja.

Megjegyezzük, hogy ha a csővezeték magasabbra, de változatlanul azonos nyomású térbe szállít, akkor a csővezeték jelleggörbe a súlyegységre eső energia többletnek (H_g) megfelelően magasabbról indul. Ilyen elrendezés látható a *112. ábrán*. A csővezeték jelleggörbáját a *100. ábrán* szaggatott vonallal rajzoltuk.

100. ábra

H) A térfogatáram mérése

Egy csővezeték valamely keresztmetszetében áthaladó térfogatáram mérésére a továbbiakban két módszert ismertetünk. Folyadékot szállító **nyitott**, vagy megszakítható

rendszerek esetén egyszerű és pontos módszer a köbözés. **Zárt** csővezetéknel alkalmazható módszerek közül a Venturi csővel foglalkozunk.

1. A köbözés

Ismert keresztmetszetű tartályban (*101. ábra*) mérjük egy tetszés szerinti szintemelkedés (Δm) idejét. A szintemelkedést a tartályhoz kötött, a közlekedőedények törvénye alapján működő üvegcsőben figyeljük. Az üvegcső mellé skálát helyezünk amelyen Δm kezdő és végértéke könnyen leolvasható. Az idő mérésre stopperóra szolgálhat.

101. ábra

A folyadékáram:

$$Q = \alpha \frac{\Delta m}{\Delta t} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right]$$

ahol

$\alpha \left[\frac{\text{m}^3}{\text{m}} = \text{m}^2 \right]$ a tartályállandó, az 1 m magas tartályszeret térfogata, azaz a tartály keresztmetszetével azonos.

Δm [m] a mért szintemelkedés

Δt [s] a szintemelkedés ideje.

A gyakorlatban α [dm³/mm] és Δm [mm], azaz Q [dm³/s] mértékegységet használnak.

2. A Venturi cső

102. ábra

A Venturi cső a zárt csővezetékre épített konfúzból és diffúzból áll. A konfúzor és a diffúzor között rövid, állandó keresztmetszetű szakasz van. A 102. ábrán egy U csöves manométer is látható, amely a konfúzor előtti és utáni nyomás különbségének mérésére alkalmas. A keresztmetszetet több pontban is megcsapoljuk, hogy jó átlagnyomást mérhessünk.

A belső keresztmetszetek ismeretében a

$$Q = A v$$

összefüggés alapján a feladat lényegében sebesség meghatározás.

Három egyenlet írható fel az A_1 és az A_2 keresztmetszetre.

1. A kontinuitás

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

2. A Bernoulli egyenlet (térfogategységre vonatkoztatott alakja)

$$p_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 = p_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2$$

3. A manométer egyensúlyi egyenlete

$$p_1 + \rho g y + \rho g h = p_2 + \rho g y + \rho_{mf} g h$$

azaz

$$p_1 - p_2 = g h (\rho_{mf} - \rho)$$

Itt ρ_{mf} a mérőfolyadék, ρ pedig a szállított közeg sűrűsége.

A Bernoulli egyenlet felírásánál a konfúzor veszteségeit elhanyagolhatónak tekintettük. A diffúzor csupán a csővezeték eredeti keresztmetszetére való visszabővülés céljából készül.

A három egyenletben három ismeretlen (v_1 , v_2 és $p_1 - p_2$) van.

A 2. egyenletből

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} (v_2^2 - v_1^2) .$$

Az 1. egyenlet alapján:

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} \left(v_2^2 - \frac{A_2^2}{A_1^2} v_2^2 \right) .$$

Így

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 (p_1 - p_2)}{\rho \left(1 - A_2^2 / A_1^2 \right)}} .$$

Ha a 102. ábrán rajzolt U csöves manométert használjuk, akkor a 3. egyenlet alapján

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 g h (\rho_{mf} - \rho)}{\rho \left(1 - A_2^2 / A_1^2 \right)}} .$$

A folyadékáram ezekután

$$Q = A_2 v_2 .$$

A 103. ábrán a csővezetékbe épített szűkület, a **mérőperem** látható. Működési elve a Venturi cső működési elvével megegyezik. A nyomáskülönbséget a mérőperem előtt és után - általában a 103. ábrán látható módon - készített megcsapolásokon mérjük. A megcsapoló furatok így nem örvénylő zónába nyúlnak, zavaró ingadozásoktól mentes nyomáskülönbség

103. ábra

mérhető.

I) Az entalpia fogalma

1. Az összentalpia

A **helyzeti és mozgási energián kívül** az anyagokhoz kötött további energiákat gyűjtőnéven **belső energiának** nevezzük. A belső energia az anyag molekuláris szerkezetének, a molekulák haladó, forgó és rezgő mozgásának a következménye.

A belső energia tágabb értelemben az anyag kémiaiilag kötött és nukleáris energiáját is tartalmazza. Ezekről eltekintve a belső energia az anyag hőállapotával jellemezhető. A belső energia megváltozása az **állandó térfogaton** bekövetkező hőmérséklet változással arányos. A helyzeti energiához hasonlóan a belső energiának is csak **viszonylagos értékeit** tudjuk megadni, csak a **megváltozását** tudjuk figyelemmel kíséni.

A tömegegységre vonatkoztatott fajlagos belső energia

$$u \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

Az **összenyomhatatlan folyadék** belső energiáját nem tudjuk mechanikai munkával alakítani.

Légnemű közeg térfogatváltozása azonban hővel kapcsolatos jelenség. A légnemű közeg **belső energiájának rovására terjeszkedni képes, azaz mechanikai munkát végez** - pl. egy dugattyút tol - miközben **lehűl**. Mechanikai munka végzésével - sűrítéssel - pedig belső energiája nő, **melegsik**. A belső energia figyelembevételével felírható a tömegegységre vonatkoztatott **fajlagos összentalpia**.

$$i_0 = \frac{p}{\rho} + g h + \frac{v^2}{2} + u \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

A fajlagos összentalpia a **tömegegységre vonatkoztatott nyomás munkája, helyzeti , mozgási és belső energia**.

Az összentalpia fogalma az **áramlástechnikai gépek és kalorikus gépek** nagy családjának tanulmányozásakor fog fontos szerepet játszani. Az áramlástechnikai **gépeken** való **áthaladáskor** a közeg összentalpiája **megváltozik**. Ha az áramlástechnikai **gép mechanikai munkát közöl** a közeggel (szivattyú, ventilátor) az **összentalpia nő**, ha a gép **energiát vesz el** az áramló közegből (vízturbinák, szélérőgépek) az **összentalpia**

csökken. Az összentalpia **hőbevezetéssel** is növelhető (kazánok), míg a terjeszkedő, lehűlő közeg összentalpiája csökken (gőzturbina).

2. A termodinamikai entalpia

Légnemű közeg (gáz, gőz) összentalpiájának vizsgálatakor a gázok kis sűrűsége - csekély súlya - miatt a fajlagos helyzeti energiát - illetve annak megváltozását - elhanyagoljuk. Így a

$$\frac{v^2}{2} + u + \frac{p}{\rho} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

összeg tagjait vizsgáljuk légnemű közeg energia változásának vizsgálatakor.

A belső energia és a mozgási energia az áramló közeg jellemzői, p a környezet nyomása a vizsgált helyen. A fenti összeg utolsó két tagja változik a viszonylag lassan lejátszódó, **hőközléssel vagy hőelvonással** járó folyamatoknál. E két tag a fajlagos **termodinamikai entalpia**, vagy röviden fajlagos **entalpia**

$$i = u + \frac{p}{\rho} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

Az entalpia a valóságos gázoknál a hőmérséklet és a nyomás függvénye. **Ideális gázoknál**, amelyek követik az általános gáztörvényt,

$$p \cdot v^* = R \cdot T$$

a hőmérséklet (T) a fajlagos entalpia második tagját is meghatározza.

Az előbbi összefüggésben R a gázállandó, $v^* = 1/\rho$ a fajtérfogat.

(A „ v^* ”jelölést a sebességtől (v) való megkülönböztetés végett alkalmazzuk.) Így

$$\frac{p}{\rho} = p \cdot v^* = R \cdot T$$

valóban **csak a hőmérséklet függvénye.**

Összenyomhatatlan folyadéokra is értelmezhető - mint látni fogjuk a víz és a vízgőz tárgyalásánál - az entalpia fogalma. Használatának azonban csak akkor van

értelme, ha az összenyomhatatlan folyadék összenyomhatóval érintkezik (pl. kazánba betáplált víz a gőzzel.)

Légnemű közeg munkaképességének változása tehát a **fajlagos entalpia megváltozásával** jellemezhető hőbevezetéssel vagy hőelvezetéssel járó folyamatoknál. A folyamat akkor **ideális**, ha a rendszerben csak a kívánt hőcsere megy végbe, azaz a környezettől a rendszer egyébként tökéletesen el van szigetelve. Az ilyen - ideális körülmények között végbemenő - entalpia változást **adiabatikusnak** nevezzük.

3. A Bernoulli entalpia

A Bernoulli egyenlet veszteségmentes esetben három mennyiség összegének állandóságát fejezi ki az áramló folyadékban. E mennyiségek a helyzeti és mozgási energia, valamint a vizsgált helyen uralkodó nyomásból származó erő munkája.

Ez az összeg **az összentalpiából a belső energia tag elhagyásával származtatható**. Mint láttuk, összenyomhatatlan folyadék belső energiája nem alakítható mechanikai munkává, így a folyadék mechanikai munkaképessége hőközléssel nem növelhető.

Az

$$i_B = \frac{p}{\rho} + g h + \frac{v^2}{2} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right]$$

tömegegységre vonatkoztatott nyomás munkáját, helyzeti és mozgási energiáját fajlagos Bernoulli entalpiának nevezhetjük. Veszteségmentesen áramló folyadékban a Bernoulli entalpia állandó.

4. A vízgőz jellemzői

A műszaki életben hőenergia továbbítására leggyakrabban használt közeg a víz, illetve a vízgőz. Ennek két oka van. Egyrészt a víz a természetben szinte korlátlanul rendelkezésre álló, olcsó anyag volt, másrészt **fajhője** viszonylag nagy, azaz kis mennyiségű víz sok hőt tud elraktározni. **A víz fajhője**

$$c = 4187 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} = 4187 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \approx 4,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

Megállapodás szerint a 0°C hőmérsékletű (T = 273 K) folyadék belső energiája zérus. Így folyadékállapotban a t [°C] hőmérsékletű víz fajlagos belső energiája:

$$u = c t \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

Időegységre eső belső energia változást (teljesítményt) számoltunk ki a III.H. fejezet 1. pontjában ($\rho Q = \dot{m}$) a Prony fék hűtésének tárgyaláskor.

A víz fajlagos entalpiája:

$$i = u + \frac{p}{\rho}$$

Itt p a környezet nyomása (pl. nyitott edény esetén a légköri nyomás), ρ pedig a víz sűrűsége.

A légköri nyomású ($p_0 = 1 \text{ bar}$) térben 1 kg 0°C hőmérsékletű vizet t = 100 °C hőmérsékletre, azaz a forráspontra melegítve, annak **belső energiája**,

$$u = c t = 4187 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 100 \text{ } ^\circ\text{C} = 418\,700 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 418,7 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

lesz. **A folyadék entalpiája** ugyanakkor ettől alig különbözik:

$$i = u + \frac{p_0}{\rho} = 418\,700 \frac{\text{J}}{\text{kg}} + \frac{100\,000 \text{ Pa}}{1000 \text{ kg/m}^3} = 418\,800 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 418,8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Ha a hevítést a forrásponton túl folytatjuk, a víz elgőzölög, azaz **vízgőzzé** alakul. A folyamatot a 104. ábrán a víz, ill. vízgőz $i=f(p_i)$ diagramján követhetjük. Az emelkedő párolgás vonala mutatja, hogy nagyobb nyomáson több hőt kell közölnünk a vízzel folyadékállapotban ahhoz, hogy forrni kezdjen. A víz forráspontja a nyomás növekedésével emelkedik. A diagram vízszintes tengelyén túlnyomás van, azaz az ordináta tengelyen a légköri nyomáson érvényes értékek olvashatók le.

A vizet állandó nyomáson elpárologtatva, a hőmérséklete állandó marad. A folyadék halmazállapottal érintkező gőzt **nedves gőznek** nevezzük. Ha a párolgás befejeződött, telített gőzt kapunk. A **telített gőz** entalpiája

$$i_{tg} = i + r$$

ahol $r[\text{J/kg}]$ a **párolgási hő**. A párolgási hő tömegegységre eső munka, amely ahhoz szükséges, hogy az 1 kg **folyadékból** azonos nyomású és hőmérsékletű **gőz** legyen.

104. ábra

A légköri nyomású ($p_o = 1$ bar) víz párolgási hője

$$r = 2260 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

A párolgási hőnek megfelelő ordináta metszéket a *104. ábrán* $p_t = 50$ bar nyomásnál példaként bejelöltük.

A nyomás növekedésével a párolgási hő csökken, majd zérussá válik. A kritikus ponthoz tartozó nyomáson a víz átmenet nélkül jut cseppfolyós halmazállapotból légneműbe.

Ha a telített gőzt tovább hevítjük, túlhevített gőzt kapunk. A túlhevített gőz entalpiája

$$i_g = i_{tg} + i' = i + r + i' \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

Itt i' az ún. **túlhevítési hő**. A *104. ábrán* a túlhevített gőz tartományban állandó hőmérséklethez tartozó vonalak láthatók. A növekvő abszolút hőmérséklethez tartozó vonalak kiegyenesednek, a túlhevített gőz egyre inkább ideális gázként viselkedik, entalpiája független lesz a nyomástól.

J. Az impulzustétel

A II. E. fejezet 3. pontjában megállapítottuk, hogy

$$\underline{F} \Delta t = \underline{I}_2 - \underline{I}_1$$

azaz a kiegyensúlyozatlan, szabad erő impulzusa mozgásmennyiség változást okoz. Folyadékok áramlásánál az összefüggést általában az erő meghatározására használjuk. A mozgásmennyiség megváltozása ugyanis ismert, ha az áramlás jellemzőit egy **ellenőrzött térfogat** határain, az **ellenőrző felületre** ismerjük.

A *105. ábrán* az ellenőrzött térfogatot határoló ellenőrző felületeket szaggatott vonal érzékelteti. Az ellenőrzőfelület a csőfal, valamint az 1 és 2. keresztmetszet. Az így körülzárt folyadéktest Δt idő elteltével az 1' -2' helyzetbe került. Átlagos sebességi állapota megváltozott, azaz gyorsult.

105. ábra

A folyadéktest mozgásmennyiségének megváltozása és a mozgásmennyiség változást okozó - ismeretlen - erők közötti kapcsolat:

$$\sum \underline{F} = \frac{\underline{I}' - \underline{I}}{\Delta t}$$

Itt az $\underline{I}$ az 1-2 helyzeten, az ellenőrzött térfogatban lévő folyadéktest mozgásmennyisége, $\underline{I}'$ pedig a **Δt idő alatt** az 1' -2' helyzetbe jutott - azaz az ellenőrzött térfogatot elhagyó - folyadéktest mozgásmennyisége.

A Δt idő alatt az 1. keresztmetszeten áthaladó tömeg,

$$m = A_1 v_1 \Delta t \rho ,$$

a folytonosság tétele szerint a 2. keresztmetszeten ezalatt ugyanennyi tömeg halad át,

$$m = A_2 v_2 \Delta t \rho .$$

Ezt a tömeget a *105. ábrán* vonalkázással szemléltettük. A két vonalkázott tömeg közötti hosszú folyadékrész (1' -2) sebességi állapota nem változott a Δt idő alatt, annak mozgásmennyisége legyen $\underline{I}_0$.

Ezekután:

$$\begin{aligned}
\underline{I} &= A_1 v_1 \Delta t \rho \underline{v}_1 + \underline{I}_o \\
\underline{I}' &= \underline{I}_o + A_2 v_2 \Delta t \rho \underline{v}_2 \\
\sum \underline{F} &= \frac{\underline{I}_o + A_2 v_2 \Delta t \rho \underline{v}_2 - A_1 v_1 \Delta t \rho \underline{v}_1 - \underline{I}_o}{\Delta t} = \\
&= A_2 v_2 \rho \underline{v}_2 - A_1 v_1 \rho \underline{v}_1
\end{aligned}$$

Ebben az összefüggésben a sebesség vektorok együtthatói a folytonosság tétele miatt állandó tömegáramot jelentik.

$$\dot{m} = A_2 v_2 \rho = A_1 v_1 \rho = Q \rho$$

A folyadéktestre ható erők eredője az **impulzustétel** alapján:

$$\sum \underline{F} = \dot{m} \underline{v}_2 - \dot{m} \underline{v}_1$$

Ez az összefüggés lehetővé teszi, hogy a folyadékra ható erők eredőjét - anélkül, hogy azokat külön-külön ismernénk - **mozgástani jellemzőkből** kiszámítsuk.

Melyek ezek az erők?

A **térerő**, azaz itt a folyadék súlya.

A határoló felületre ható, **nyomásból számítható erő**.

A csőfal és a folyadék között fellépő **súrlódás**.

Szilárd testről a folyadékra ható erő (csőfal, terelő lemez).

Mindezeket tehát **külön-külön nem ismerjük, de eredőjük** - amely a folyadéktestet negyedkör alakú pályára kényszerítette - **az impulzustétel segítségével meghatározható**.

1. A sík lapra ható erő

A 106. ábra bal oldalán látható sík lapot „A” keresztmetszetű vízszög ér. A lapot megtámasztjuk, így a vízszög elfordul, szétterül az egész lapon, és a K pontból induló sugarak irányában elhagyja azt. A vízszög a lap által közvetített erő gyorsította. A rajzolt módon felvett ellenőrzött térfogatba v_1 sebességgel érkező vízszög v_2 sebességgel távozik a lap középpontjára szimmetrikusan, egy körkerület mentén. Így a v_2 sebesség vektorral képezett mozgásmennyiség vektorok **páronként kioltják egymást**, eredőjük **nulla**. Az ellenőrző felülettel körülzárt folyadékot támadó erők eredője így

$$\sum \underline{F} = - \dot{m} \underline{v}_1$$

a negatív előjel utal az erő helyes értelmezésére.

Figyelembe véve, hogy

$$\dot{m} = \rho Q = \rho A v_1$$

az eredő erő nagyságára az

$$F = \rho A v_1^2$$

egyszerű összefüggés adódik.

A 106. ábra jobb oldalán látható síklap u sebességgel mozog a folyadéksugárral megegyező irányban és értelemben. Az ellenőrzött térfogat együtt halad a lappal.

A jelenség az előzőekben tárgyalthoz hasonló, a távozó folyadék mozgásmennyiség vektorai páronként kioltják egymást.

106. ábra

A folyadék most

$$v_1 - u$$

sebességgel lépi át az ellenőrző felületet, így

$$\sum F = - \dot{m} (v_1 - u)$$

eredő erőt kapunk.

Figyelembe véve, hogy az ellenőrző felületet átlépő tömegáram is kisebb most,

$$\dot{m} = \rho A (v_1 - u),$$

az eredő erő nagyságára az

$$F = \rho A (v_1 - u)^2$$

összefüggést kapjuk.

2. A kifolyó sugár reakciója

A 107. ábrán rajzolt tartályban a folyadék h magassága állandó, így a jobboldali kifolyó nyíláson állandó sebességgel ömlik a folyadék a szabadba. Az ellenőrző felületet a rajzolt módon felvéve, csak **kilépő v_2 sebességről** beszélhetünk. Az ellenőrző felületen belül lévő folyadék tömegre ható erők eredője

$$\sum F = \dot{m} v_2$$

Az erő a v_2 irányával és értelmével egyezik. Az erőt a **tartály közvetíti a folyadékra** - a reakció erő a tartályt terheli. Ha a gördülő ellenállás elhanyagolhatóan kicsi, akkor a tartály a kiömléssel ellenkező értelemben gyorsuló mozgásba kezd. A kocsit külső erővel nyugalomban is tarthatjuk.

A kiömlő mennyiség

107. ábra

$$\dot{m} = \rho A v_2$$

Így a kocsi nyugalmi állapotának fenntartásához szükséges erő nagysága

$$F = \rho A v_2^2.$$

3. A Borda-Carnot veszteség

Csővezeték ugrásszerű kibővülésekor (108. ábra) a szűk torkolatból kilépő **valóságos folyadék** fokozatosan tölti ki a bővebb keresztmetszetet. A keresztmetszet bővülés helyén - energia veszteséget okozó - leváló örvények keletkeznek. Vegyük fel az ellenőrző felületet a 108. ábrán látható módon! A zárt folyadék részre ható erők eredője

$$\sum F = \dot{m} v_2 - \dot{m} v_1$$

az áramlással ellentétes értelmű.

Az erő nagysága

$$F = \dot{m} v_2 - \dot{m} v_1 = \rho Q (v_2 - v_1)$$

Az ellenőrző felülettel bezárt folyadékra vízszintes irányban a **teljes** kilépő keresztmetszetben érvényes p_1 és a záró oldalon érvényes p_2 **nyomásból származó erő** hat.

Így az F erő

$$F = p_1 A - p_2 A$$

alakban is felírható. Jelen esetben tehát a „ható erők eredőjét” eredményező (a határoló felületre ható, **nyomásból** számítható) erőt is ismerjük. Az erőre kapott két kifejezést egyenlővé téve

$$\rho Q (v_2 - v_1) = p_1 A - p_2 A$$

Ebből

$$p_2 - p_1 = \rho \frac{Q}{A} (v_1 - v_2) = \rho v_2 (v_1 - v_2)$$

Ennek az eredménynek a jelentőségét felismerjük, ha a kilépő és a távolabbi keresztmetszet között - **ideális folyadék** feltételezésével - a **Bernoulli** egyenletet írjuk fel:

$$p_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 = p_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2$$

amiből

$$p_2 - p_1 = \rho \frac{v_1^2 - v_2^2}{2}$$

A **valóságos folyadékban** kapott nyomásnövekedés **kisebb**, mint amit most az **ideális folyadék** feltételezésével számoltunk. A különbség:

$$\begin{aligned}\Delta p' &= \frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_2^2) - \rho v_2 (v_1 - v_2) = \\ &= \frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_2^2 - 2v_1 v_2 + 2v_2^2) = \\ &= \frac{\rho}{2} (v_1 - v_2)^2\end{aligned}$$

Az ideális és a valóságos folyadékban létrejövő **nyomásnövekedés különbsége** $\Delta p'$ a leválás (az örvények) következtében adódó **leválási**, vagy Borda-Carnot veszteség.

108. ábra

VI. A MUNKAGÉPEK NÉHÁNY TÍPUSA

A bevezetésben láttuk, hogy a munkagépeknek nagyon sok fajtája van, A sokféle csoportosítási lehetőség közül a rendeltetés szerinti csoportosítás is gyakori. **Rendeltetés szerint**, a munkavégzés célja szerint csoportosítva elkülöníthetők a **szállításra**, az anyag helyének megváltoztatására szolgáló gépek. Így besorolva közös csoportba kerülhetnek az anyagot emelő, szállító gépek, **függetlenül attól**, hogy a **szállított közeg szilárd, cseppfolyós vagy légnemű**. A továbbiakban három - viszonylag nagyon gyakran használt - munkagép csoportot ismerünk meg. Szilárd közeg emelésére használják az **emelőgépeket**, cseppfolyós közeg munkaképességét növelik a **szivattyúk**, légnemű közeget szállít a **ventilátor**.

A) Az emelőgépek

Az emelőgépek általában nagy módosítás beépítésével viszik át a hajtóteljesítményt a kötéldob tengelyére. Így - előírt - viszonylag kis **emelési sebességgel** nagy terhek emelhetők.

1. A villamos üzemű emelőgép

A *109. ábrán* villamos üzemű emelőgép szokásos elrendezését láthatjuk. A G súlyú terhet v emelési sebességgel akarjuk emelni. A kívánt hasznos teljesítmény így

$$P = Gv$$

A villamos motor csigahajtás és fogaskerékpár közvetítésével hajtja a kötéldobot. Az emelőkötél mozgósága közbeiktatásával tartja a terhet. A közlőművek e láncolata az emelőmű. A *109. ábra* szerinti elrendezésben az áttétel végig lassító. A villamos motorba bevezetett teljesítmény (P_b) egy része a villamos motorban (P_{vm}) egy része pedig az emelőműben (P_{ve}) hővé alakul. E veszteségekkel a villamos motor hatásfoka

A MUNKAGÉPEK NÉHÁNY TIPUSA _____

$$\eta_m = \frac{P_l}{P_b}$$

Az emelőmű hatásfoka

$$\eta_e = \frac{P}{P_l},$$

Az emelőgép összh hatásfoka pedig

$$\eta = \eta_e \eta_m$$

A teljesítmény szalagot a 109. ábra alsó részén megrajzoltuk.

A munkasebesség a munka átvitel irányában csökken.

A csigatengely merev tengelykapcsolóval csatlakozik a villamos motor tengelyéhez, (ω_m) így a csigahajtás áttétele

$$i_{cs} = \frac{\omega_m}{\omega_{cs}} \text{ lassító.}$$

A fogaskerekek a csigakerékkel (ω_{cs}) ill. a dobtengellyel (ω_D) forognak együtt, így a fogaskerék áttétel

$$i_f = \frac{\omega_{CS}}{\omega_D} \text{ lassító.}$$

Az eredő áttétel (i) a motortengely és a dobtengely között

$$i = i_{CS} \cdot i_f \text{ lassító.}$$

A kötéldob kerületi sebessége

$$v_D = \frac{D}{2} \omega_D$$

A **mozgócsigára** függesztett teher emelkedési sebessége

$$v = \frac{v_D}{2}$$

2. A felvonó

Az emelőgépeknek azt a fajtáját, amelyeknek a hasznos teherrel együtt **holtsúlyt** is emelniük kell (pl. a teher befogadására alkalmas szekrényt, járószéket, vagy kast) **ellensúlyal** szokásos felszerelni. Az ellensúly süllyedése **közben munkát szolgáltat**, azaz kisebb erőgép (általában villamos motor) alkalmazható. Az ellensúly nyomatéka a dobtengelyt terhelő nyomatékot részben vagy teljes egészében kiegyensúlyozza (110. ábra) Teljes kiegyensúlyozásnál a motor súlyemelő munkát

110. ábra

nem végez, hanem csupán a súrlódási veszteségek legyőzéséhez szükséges teljesítményt szolgáltatja.

Az ellensúly szerepét jól mutatja a 110. ábra jobb oldalán megrajzolt teljesítmény szalag. A villamos motor és az ellensúly által szolgáltatott teljesítmény összeadódik és - a veszteségektől eltekintve - fedezi az emeléshez szükséges teljesítményt. Minden egyes emelési folyamat végén a süllyedő járószék és a motor az ellensúlyt - mint egy óraműben - "felhúzza" és így biztosított, hogy az emelési folyamat kezdetén az ellensúly helyzeti energiája újra rendelkezésre álljon.

Az ellensúly tömege szokásosan

$$m_e = m_j + \frac{m}{2} ,$$

azaz a járókerék tömegét (m_j) és a névleges hasznos teher tömegének (m) a felét egyensúlyozzuk ki.

A **kötéldob tengelyét** terhelő elméleti nyomaték két elméleti kötél erő különbségével arányos

$$T_{1e} = (m + m_j)g$$

és

$$T_{2e} = m_e g$$

Az elméleti kerületi erő a teljes m teher emelésekor:

$$F_e = T_{1e} - T_{2e} = (m + m_j - m_e) g = \frac{m}{2} g$$

Ha a járókerék üres ($m=0$), F_e nagysága ugyanennyi. Így a szokásos kiegyensúlyozás esetén az igényelt elméleti kerületi erő a két szélső terhelésnél maximális, a névlegesnél kisebb terhek esetén kisebb. A maximális elméleti nyomaték:

$$M_e = \frac{D}{2} F_e$$

és a hajtóerővel szemben támasztott elméleti teljesítmény igény

$$P_e = M_e \omega$$

ahol

$$\omega = \frac{2v}{D}$$

Itt v az emelési sebesség. Az emelési sebességtől független a felvonó nyomaték igénye, így az **ideális jelleggörbe** a *III. ábra* szerint alakul.

Az előbbi gondolatmenetben figyelmen kívül hagytuk a veszteségeket. A *110. ábra* jobb oldalán megrajzoltuk a **teljesítmény szalagot**. A szaggatott vonal a veszteségmentes felvonóra vonatkozik. A valóságos teljesítmény szalagot folytonos vonallal rajzoltuk és vonalkáztuk.

A járókerék és az ellensúly vezetésére acél **vezetősínek** szolgálnak. A járószék és az ellensúly **csúszópofákkal** támaszkodik ezekhez. Az itt fellépő (P_{va} és P_{ve}) járószék ill. ellensúly súrlódási veszteségeket együttesen **aknaveszteségnek** nevezzük. Az **aknahatásfok** a kötéldobon fellépő veszteségeket (P_{vd}) is figyelembe veszi.

$$\eta_a = \frac{P_e}{P_e + P_{va} + P_{ve} + P_{vd}} = \frac{M_e \omega}{M \omega}$$

ahol M a dob tengelyén, a fellépő veszteségek miatt megváltozott kerületi erőkből (T_1 , T_2) adódó **nyomaték igény**.

III. ábra

A teljesítmény szalagon tovább haladva visszafelé, a bevezetett teljesítmény irányában, a közlőmű mechanikai veszteségei (P_{vm}) és végül a villamos motor veszteségei (P_{vv}) mind növelik végül is a villamosenergia felhasználást (P_b).

Megjegyezzük végül, hogy az itt bemutatott felvonó **felsőgépes** elrendezésű. Ez a leggazdaságosabb, és így a legáltalánosabb megoldás, az épületszerkezetre átadódó

terhelés az alsó gépes elrendezésnél számíthatónak kb. fele, a kötélvezetés pedig egyszerűbb.

B) A szivattyúk

A szivattyúk feladata cseppfolyós közeg szállítása és a szállított közeg munkaképességének (Bernoulli entalpiájának) megnövelése. A szivattyúba kívülről vezetünk be mechanikai munkát. Így az energia igény szempontjából a szivattyúk munkagépek (112. ábra). Ha azonban a kapcsolódó berendezés (a csővezeték) felől nézzük a szivattyút, akkor a szivattyú erőgép, amely a hozzákapcsolódó berendezéssel együtt alkot munkaképes rendszert, - mint azt az V.G. fejezetben láttuk.

112. ábra

A szivattyúk legfontosabb üzemtani jellemzői:

a folyadékszállítás Q [m^3/s],

a szállítómagasság, a súlyegységre vonatkozó Bernoulli entalpia növekedés,

H [$\text{J}/\text{N}=\text{m}$],

a szállított közeg sűrűsége (ρ),

a bevezetett teljesítmény (P_o),

a hasznos teljesítmény (P_h),

a fordulatszám (n) és

a hatásfok (η).

A különleges elven működő szivattyúkat nem számítva, a szivattyúk két nagy csoportja ismeretes. A **térfogat-kiszorítás** elvén működő szivattyúk közül a dugattyús szivattyúval, az **örvénygépek** közül a radiális átömlésű örvényszivattyúval részletesebben foglalkozunk.

1. Az egyszeres működésű dugattyús szivattyú

Az egyik elterjedt, működési elvét tekintve legegyszerűbb **folyadékot szállító** munkagépünk a dugattyús szivattyú.

A 113. ábrán, egyszeres működésű, **búvárdugattyús** szivattyút láthatunk. Az alsó vízszint h_1 távolsággal van a dugattyú tengelyvonala alatt. A szivattyú h_2 magasságra szállít. A zárt hengerhez hasonló dugattyú a gömbszerű hengertérben mozog. A dugattyú A felületű homloklapja s hosszú úton a V - vonalkázott - **lökettérfogatot** járja be.

113. ábra

$$V = A s$$

A dugattyút r sugarú forgattyús hajtómű mozgatja. A **lökethossz**,

$$s = 2r$$

A továbbiakban a forgattyús hajtóművet végtelen hosszú hajtórúd feltételezésével vesszük figyelembe, azaz a dugattyú mozgását a kulisszás hajtómű mozgástörvényeivel leírhatónak tekintjük. A 113. ábrán rajzolt megoldásnál a hajtórúd baloldali végpontjának egyenesbe vezetéséről egy vezetékben csúszó elem, a **keresztfej** gondoskodik.

Miközben a dugattyú balról jobbra mozog, a hengertérben vákuum keletkezik, így a nagyobb légköri nyomás hatására a szívószelep kinyit. A hengertérbe a szívócsövön beáramlik a folyadék. A forgattyú második félfordulata alatt a nyomószelep nyit ki, a szívószelep zár. A dugattyú által létrehozott nyomás hatására a lökettérfogatnak megfelelő víz a hengertérből a nyomócsőbe áramlik.

A szelepek önműködőek.

A 114. ábrán **gyűrűszelep** látható.

A folyadék a szelep nyitott állapotában a gyűrűkön át áramlik.

114. ábra

A szelepet a nyomott rugó zárt állásban tartja. Ha a szelep alatt nagyobb a nyomás, mint felette, a szelep kinyit.

2. A folyadékszallítási diagram

A szivattyú **folyadékszallításának** megállapításához **tüntessünk ki** a nyomócsövön **egy** (pont-vonallal jelölt) **keresztmetszetet**! Az áramlás folytonosságának törvényéből következik, hogy az itt időegységenként átáramló mennyiség a dugattyú homlokfelülete által megmozgatott folyadékmennyiséggel egyenlő.

$$Q_e = Av$$

ahol v a dugattyú - itt pozitívnak tekintett - sebessége. A hajtómű mozgástörvénye

$$v = r \omega \sin \omega t$$

így

$$Q_e = A r \omega \sin \omega t$$

A szívóütemben azonban a kijelölt keresztmetszetben nincs folyadékszállítás. Így a folyadékszálítási görbe a 115. ábra szerint alakul. A hajtómű mozgástörvényeinek vizsgálatakor (74. ábra) a balra haladó dugattyú sebessége negatív volt. Itt azonban az ekkor mutatózó folyadékszálítást természetesen pozitívnak tekintjük.

Az e index az előbbieket szerint számolt folyadékszállítás elméleti - ideális - jellegére utal. Az elméleti vízszállítás maximuma:

$$Q_{e\max} = A r \omega$$

115. ábra

Megállapítható egy átlag érték is a szivattyú **geometriai** jellemzőiből. Elméletileg a forgattyú egy körülfordulása alatt a szivattyú a lökettérfogattal egyenlő mennyiségű folyadékot továbbít, így

$$Q_g = A s n \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right]$$

A két utóbbi mennyiség viszonya:

$$Q_g = A s n = \frac{A \cdot s \omega}{2 \pi} = \frac{A \cdot 2 r \omega}{2 \pi} = \frac{Q_{e\max}}{\pi}$$

A geometriai térfogatáram tehát π -ed része az elméleti maximális folyadékszállításnak. A félperióduskénti nulla szállítás, valamint ez az arány a térfogatáram nagy **egyenlőtlenségére** utal.

Az elméleti közepes - a geometriai - folyadékszállítás és a tényleges közepes vízszállítás (Q_k) között a **volumetrikus hatásfok** (η_v) ad kapcsolatot:

$$Q_k = \eta_v Q_g$$

Valójában ugyanis a szelepek nem pontosan a holtpontoknak megfelelő időpillanatokban nyitnak és zárnak, vízszivárgások is felléphetnek. Így a közepes folyadékszállítás mindig kevesebb a geometriai adatokból és a fordulatszámából számítható folyadékszállításnál.

3. Az indikátor diagram

A dugattyú homloklapjának löketirányú elmozdulása és a hengertérben uralkodó nyomás közötti kapcsolatot adja az indikátor diagram. A dugattyús szivattyúnál ez a diagram - ideális, veszteségmentes esetben - egy téglalap.

A szívólöket alatt az alsó vízszintre (113. ábra) felírható egyensúlyi egyenlet:

$$p_o = p_1 + \rho g h_1 .$$

Itt p_1 a hengertérben (a zárt nyomószelep alatt) uralkodó nyomás p_o pedig a légköri nyomás. Átrendezve :

$$p_1 = p_o - \rho g h_1 .$$

Ebből az összefüggésből vonjuk le azt a tanulságot, hogy

$$\rho g h_1 \leq p_o$$

egyenlőtlenségnek fenn kell állnia, mert nulla nyomásnál kisebb nyomás fizikailag nem értelmezhető. Ha feltételezzük, hogy a szállított közeg víz, és a légköri nyomás $p_o=100\,000\text{ Pa}$, akkor a határesetben

$$h_1 = \frac{p_o}{\rho g} = \frac{100\,000\text{Pa}}{1000\text{kg/m}^3 \cdot 9,81\text{m/s}^2} = 10,2\text{m}$$

Azaz kereken tíz méter a **szívómagasság maximuma**. Ennél **mélyebbről** tehát **nem tudunk vizet szívni**, mert még ha a hengertérben teljes vákuum is van, a légköri

nyomás csak ilyen magasra nyomja fel a vizet. A megvalósítható **tényleges magasság különbség** a szívóvezeték ellenállása miatt még kisebb.

A h_2 nyomómagasságnak elvileg nincs korlátja. A szivattyú megfelelő szilárdsági méretezésével nagy magasságra (vagy nagy nyomású térbe) szállíthatunk folyadékot.

A szivattyúra tehát találóbb lenne a "nyomattyú" elnevezés.

Írjuk fel ezekután a hengertérben a nyomólöket alatt (a szívószelep zárva) uralkodó nyomást!

$$p_2 = p_0 + \rho g h_2$$

A p_1 és p_2 nyomás vonala alkotja 116. ábrán látható indikátor diagramot. A vízszintes tengelyen a **löketirányú elmozdulás** helyett a vele arányos, a dugattyú homloklapja által **súrolt térfogatot** vittük fel. A diagram vonalon lévő nyilak a dugattyú mozgásának értelmére utalnak.

116. ábra

A szívóütemben a külső (légköri) és a belső p_1 nyomásból a dugattyúra ható erő:

$$F_{sz} = A(p_0 - p_1)$$

A nyomóütemben:

$$F_{ny} = A(p_2 - p_0)$$

Ezek az erők ellentétes értelműek (116. ábra) a dugattyú mozgásával, így legyőzésükhöz munkavégzés szükséges. A munkát a szivattyút hajtó erőgép szolgáltatja. A szívóütemben végzendő munka:

$$W_{sz} = F_{sz} \cdot s = A \cdot s (p_0 - p_1)$$

A nyomóütemben végzendő munka:

$$W_{ny} = F_{ny} \cdot s = A \cdot s (p_2 - p_0)$$

A két munkával arányos diagram területet a 116. ábrán vonalkáztuk. Az indikátor diagram **területe** tehát **a hengertérben végzett munkával** arányos. Az indikált munka a diagram által körülzárt területből számítható:

$$W_1 = W_{sz} + W_{ny} = A \cdot s (p_2 - p_1)$$

Az indikált teljesítmény a nyomóerő munkájával kifejezve:

$$P_1 = W_1 n$$

mert a forgattyú egy körülfordulására egy munkaterület jut.

A W_1 munka az $A s \rho g$ **súlyú** folyadék energia növekedése az ún. **elméleti szállítómagasság** (H_e).

$$H_e = \frac{W_1}{A s \rho g} = \frac{p_2 - p_1}{\rho g} \quad \left[\frac{1}{N} = m \right]$$

Ezekután

$$P_1 = W_1 n = A s (p_2 - p_1) n = Q_g (p_2 - p_1) = Q_g \rho g H_e$$

a veszteség nélkül dolgozó - ideális - szivattyú teljesítménye. A valóságban nemcsak a térfogatáram kisebb ($Q_k = \eta_v Q_g$), hanem a tényleges **szállítómagasság** (H) is kevesebb a gépben keletkező ún. hidraulikai veszteségek miatt

$$H = \eta_h H_e$$

Itt η_h a hidraulikai hatásfok.

4. A kétszeres működésű dugattyús szivattyú

A 117. ábrán kétszeres működésű dugattyús szivattyú látható. A rövid, **tárcsás dugattyú** két részre osztja a hengertérét. Mind a baloldali, mind a jobboldali térben szívó- és nyomószelep van, amelyek a közös szívó, illetve nyomótérhez kapcsolódnak. Miközben a dugattyú egyik oldalán szívóütem, addig a másik oldalán nyomóütem játszódik le. Így a forgattyús **hajtómű egy körülfordulására két lökettérfogatnyi folyadékszállítás esik**. A vízszállítási diagram a 118. ábra szerint alakul. Itt is

$$Q_{\text{e max}} = A r \omega ,$$

de

$$Q_g = 2 A s n$$

és

$$Q_g = \frac{2 Q_{\text{e max}}}{\pi} .$$

Jegyezzük meg, hogy itt az A dugattyúfelület a tárcsás dugattyú homlokfelületének a - mindkét oldalon kivezetett - dugattyúrúd keresztmetszetével csökkentett része. Ha a dugattyúrúd nincs mindkét oldalon kivezetve, akkor két különböző felülettel számolunk.

117. ábra

5. A dugattyús szivattyú jelleggöbéje és összehatásfoka

A 113. ábrán látható dugattyús szivattyú légköri nyomású térből szív és légköri nyomású térbe szállít. A folyadék **súlyegységével közlendő energia, a szállítómagasság** (H) több mint a **geodetikus szintkülönbség** (H_g , 112. 113. ábra).

$$H > h_1 + h_2 = H_g$$

mert a folyadékszállítás (Q) négyzetével arányos csővezeték ellenállás legyőzésére is munkát kell befektetni. A berendezés, a csővezeték munka igényét a 100. ábrán rajzolt szaggatott vonal mutatja. A **dugattyús szivattyú hasznos teljesítménye** egy bizonyos, Q_k folyadékszállításnál

$$P_h = \rho g Q_k H$$

119. ábra

A dugattyús szivattyú teljesítmény igénye a gép volumetrikus, hidraulikus és mechanikai veszteségei miatt több. A bevezetett teljesítmény

$$P_0 = \frac{P_h}{\eta} = \frac{\rho g Q_k H}{\eta}$$

Itt η az összehatásfok

$$\eta = \eta_v \eta_h \eta_m ,$$

ahol η_m a mechanikai hatások.

A két alapvető jellemző, a Q_k és H közötti kapcsolatot tartalmazza a jelleggörbe (119. ábra). A geometriai szállítás (Q_g) csak a szivattyú méreteitől és a fordulatszámtól függ. Így az **ideális jelleggörbe** függőleges egyenes. A szállítómagasság növekedésével nőnek a volumetrikus veszteségek, így a **valóságos jelleggörbe** a vastag vonal szerint alakul. Másik fordulatszámon másik - eltolt helyzetű, egymással párhuzamos - jelleggörbét kapunk.

6. Az örvényszivattyú

Az örvényszivattyúk működési elve a repülőgép szárnyának működési elvéhez hasonló: a cseppfolyós közegben **mozgatott**, megfelelően kialakított **lapátok** két oldalán sebesség illetve **nyomáskülönbség** keletkezik.

Radiális átömlésű örvényszivattyút (centrifugális szivattyút) mutat - két nézetben a 120. ábra.

120. ábra

A lapátok (az ábrán hat lapát) **lapátózást** alkotnak. A lapátózást a **járókerék** hordja, a járókerék tengelyét a hajtómotor forgatja. A tengely irányában (axiálisan) belépő folyadék áthalad a forgó járókeréken, a tengelyre merőleges síkban. Ezért nevezzük ezt a szivattyút radiális (sugarirányú) átömlésűnek.

A járókereket elhagyó folyadék a csigaházon át éri el a nyomócsonkot.

Viszonylag nagy folyadékáram esetén **axiális átömlésű** örvényszivattyút alkalmaznak. Az axiális átömlésű örvényszivattyú **szárnylapátos** gép, a járókereke a hajócsavarhoz hasonló.

Az előző pontokban megismert fogalmakat örvényszivattyúra értelemszerűen alkalmazzuk. Így az örvényszivattyú **hasznos teljesítménye**

$$P_h = \rho g Q H$$

és bevezetett teljesítménye

$$P_o = \frac{P_h}{\eta} = \frac{\rho g Q H}{\eta_h \eta_v \eta_m}$$

Radiális átömlésű örvényszivattyú különböző fordulatszámhoz tartozó **jelleggörbéit** a 121. ábra mutatja.

121. ábra

C) A ventilátor

Légnemű közeget szállít ill. munkaképességét növeli a ventilátor (szellőző), valamint a fűvó és kompresszor (légsűrítő). **A ventilátor** csak olyan kis nyomásnövekedést (max. 0,1 bar) hoz létre, hogy a szállított levegő (gáz) térfogatváltozásától eltekinthetünk. (A fűvó és a kompresszor üzemében jelentős a légnemű közeg térfogatváltozása.)

A ventilátor működési elve az előző fejezetben tárgyalt örvényszivattyú működési elvével megegyezik.

Radiális átömlésű ventilátor vázlatát látjuk a *122. ábrán*. A tengelyhez kapcsolódó erőgép (általában villamos motor) mozgásba hozza a **járókereket**, amelyen rendszerint az ábrán rajzolt ún. hátrahajló **lapátozás** van. A járókerék a **csigaházban** forog. A ventilátor belépő keresztmetszete a tengely bevezetéssel szemben lévő **szívócsonk**. A kilépő nyíláson, a **nyomócsonkon** érintő irányban hagyja el a légnemű közeg a csigaházat.

122. ábra

A szívócsonkon lévő 1-es , és a nyomócsonkon lévő 2-es keresztmetszet között mechanikai munkát közlünk a közeggel, összentalpiája megnövekszik.

A fajlagos összentalpia négy tagja közül azonban itt csak kettőt kell figyelembe vennünk. Sem hőátadás, illetve elvétel, sem összenyomódás, illetve terjeszkedés nem történik. A ventilátorban bekövetkező **nyomásnövekedés** ugyanis olyan kicsi, hogy a légnemű közeg sűrűsége elhanyagolhatóan változik. Így a **belső energia** változása is elhanyagolható. Ugyancsak figyelmen kívül hagyható a **fajlagos helyzeti energia** megváltozása is a légnemű közegek kis sűrűsége - csekély súlya - miatt.

A nyomó- és szívócsonk közötti tömegegységre vonatkozó fajlagos entalpia növekedés:

$$\Delta_{i\ddot{o}} = \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} - \left(\frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} \right)$$

A tömegegységre vonatkozó fajlagos értékek helyett e témakörben a **térfogategységre** vonatkoztatottakat használjuk, és **össznyomás növekedésről** beszélünk.

$$\Delta_{p\ddot{o}} = p_2 + \rho \frac{v_2^2}{2} - \left(p_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} \right) = p_{2\ddot{o}} - p_{1\ddot{o}}$$

Az össznyomás tehát két tagból áll:

$$p_{\ddot{o}} = p + \rho \frac{v^2}{2} = p + p_d \quad [\text{Pa}]$$

Az első tag a - manométerrel mérhető - **statikus nyomás**, a második tag a **dinamikus nyomás**.

$$p_d = \frac{\rho}{2} v^2$$

A ventilátor tehát **össznyomás növekedést** hoz létre.

A sűrűség állandóságának feltételével kapcsolatban jegyezzük meg, hogy a sűrűség az állapotjelzők függvénye és az általános gáztörvény alapján számítható:

$$\rho = \rho_0 \frac{p}{p_0} \frac{T_0}{T}$$

Az összetartozó értékek **levegőre**:

$$\rho_0 = 1,275 \text{ kg / m}^3$$

$$T_0 = 273 \text{ K}$$

$$p_0 = 10^5 \text{ Pa} = 1 \text{ bar}$$

A műszaki gyakorlatban szellőztetésnél $\rho = 1,25 \text{ kg/m}^3$ levegő sűrűséggel szoktak számolni.
Ez a sűrűség érték

$$T > T_o$$

és

$$p < p_o$$

ingadozó értékekhez tartozik.

A ventilátor **hasznos teljesítménye**

$$P_h = \Delta p_o Q \quad [W]$$

ahol $Q \left[\frac{m^3}{s} \right]$ a térfogatáram.

A ventilátor hajtásához szükséges bevezetett teljesítmény az ún. **tengelyteljesítmény**:

$$P_t = \frac{P_h}{\eta} = \frac{\Delta p_o Q}{\eta}$$

ahol η a ventilátor hatásfoka.

Az előbbi jellemző mennyiségeket a térfogatáram függvényében ábrázolva az ún. **jellemző görbék** (123. ábra) kapjuk. Ezek közül a Δp_o -Q kapcsolat a főjellemző, ez a **ventilátor jelleggörbéje**.

123. ábra

A hatásfok zérus, ha nincs hasznos teljesítmény ($P_h = \Delta p_0 Q$), azaz ha a kéttényezős szorzat bármelyik tényezője nulla. A hatásfok maximuma kijelöli a normál (N) pontot a Δp_0 görbén. A Q_N és a Δp_{0N} egyben a névleges adatok, a ventilátor üzemtani, kereskedelmi jellemzői. A tengelyteljesítmény általában a rajzolt módon alakul.

A jellemző görbék diagramján fontos paraméter az az **állandó fordulatszám**, amelyen a görbék érvényesek. a fordulatszámot mindig fel kell tüntetni, erre a *123. ábrán* is utalunk. A ventilátor jelleggörbén meg kell adni azt a sűrűséget (ρ) is, amelyen érvényes.

VII. AZ ERŐGÉPEK ALAPVETŐ TÍPUSAI

A) A vízierőgépek

A vízenergia hasznosításával a természetben folyamatosan megújuló energiát alakítunk mechanikai munkává. A vízenergia nem fogy el, mint a szén vagy olaj, s hasznosítása nem jár környezetszennyezéssel sem.

A vízierőgépek a víz **Bernoulli entalpiájának** rovására állítanak elő forgó tengelyen nyomatékot.

Az **akciós elven** működő turbinák a mechanikai munkát a folyadék mozgási energiájából nyerik. A **reakciós elven** működő turbinákban a

$$\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]$$

tagok csökkenése árán kapunk forgó tengelyen nyomatékot. Mindkét típusra bemutatunk egy-egy példát.

Egyszerűen áttekinthető, könnyen megérthető működése miatt először azonban a vízikérekkel foglalkozunk.

1. A vízikérék

A természetben fellelhető vízi energiák forgó tengelyen nyomatékká alakítására szolgáló legősibb erőgép a vízikérék. Malmok hajtására régebben általánosan alkalmazták. Két fő típusa különböztethető meg. A **felülcsapott vízikérék** vezető csatornán át felülről kapja a vizet. Az **alulcsapott vízikérék** folyóba merül, s alul lévő lapátjait hozza a víz mozgásba. Felülcsapott vízikereket láthatunk például a Balaton északi partján lévő Örvényesen. A ma is malmot hajtó berendezés műszaki emlék.

Alulcsapott vízikereket mutat a 124. ábra. A járókerék egyszerű sík lapokból áll (152. ábra). A lapátsor kerületi sebessége u , az A felületű lapát v sebességű folyóba merül. A munkaképes folyadéksugár, amely a vízikérék lapátját éri, szintén A keresztmetszerű.

Az időegységenként a lapatra érkező folyadéktérfogat

$$Q = A v$$

A viszonyok hasonlóak az **impulzustétel** tárgyalásánál megismert, a sík lapra ható erő esetéhez. Ott a sík lap vagy állt, vagy u sebességgel "menekült" a folyadéksugár elől.

124. ábra

A jelen eset mindkét ott tárgyalt esettől különböző. A *124. ábrán* felvett ellenőrzött térfogatból a folyadék a v sebességre merőleges irányban (derékszögben szétterítve) tud csak kilépni, így a

$$\sum F = \dot{m} v_2 - \dot{m} v_1$$

összefüggésben az első tag itt is nulla:

$$\dot{m} v_1 = 0$$

Az ellenőrzött térfogat pedig itt is együtt halad a lapáttal, így a belépő sebesség:

$$\underline{v}_1 = \underline{v} - \underline{u}$$

A lapát azonban végül is nem "menekül el", a vízikerek tengelye alatt **mindig találunk** egy, az előbbi feltételeknek megfelelő lapátot. A lapáttal együtt haladó ellenőrzött térfogat így végül is szintén **helyben marad**. A tömegáram, amely ide érkezik:

$$\dot{m} = Q \rho = \rho A v \text{ .}$$

Az erőhatás, amely a vízikerek tengelye alá érkező folyadékot sebességváltozásra kényszeríti,

$$\sum \underline{F} = - \dot{m} \underline{v}_1 \text{ .}$$

Tehát a vízikereket forgató kerületi erő:

$$F = \dot{m} (v - u) = \rho A v (v - u)$$

Milyen elhanyagolásokat tartalmaz az előbbi gondolatmenet?

Feltételezzük, hogy a folyó v sebességű áramlására merőlegesen **állandóan található** egy u sebességgel haladó lapát. Ez természetesen nem így van, a lapátozás **nem végtelen sűrű**.

Elhanyagoltuk továbbá azt, hogy az érkező lapátok **megzavarják** az áramlást. A 124. ábrán jól látható, hogy a következő lapát zavaró hatása miatt az ellenőrzött térfogatba **biztosan nem rendezett** v sebességű áramlás érkezik.

Mi tehát **végtelen sűrű, de egymást nem zavaró** lapátozással számolunk. A valóságnak ez az egyszerűsítése gyakori a lapátos gépek tárgyalásakor. Az egyszerűsítés - mint az alábbiakban is látni fogjuk - lehetővé teszi bizonyos matematikai módszerek alkalmazását, de tisztában kell lennünk azzal, hogy vizsgálataink eredménye csak az előbbiek szerint **idealizált viszonyok** mellett érvényes.

A vízikerek hasznos teljesítménye a kerületi erővel számolva:

$$P = F \cdot u = \dot{m} (v - u) u$$

Ha $u=0$ nincs hasznos teljesítmény, bár a kerületi erő az álló járókeréken a legnagyobb:

$$F_{\max} = \dot{m} v = \rho A v^2$$

Ha a járókerék együtt forog a folyóval, azaz

$$u = v$$

szintén nincs hasznos teljesítmény, mert ekkor a kerületi erő nulla. Könnyen belátható: a legkisebb **fékező nyomaték**, amelynek legyőzése **hasznos teljesítményt igényel**, **sebességkülönbséget** okoz a folyó v sebessége és a lapát u sebessége között. Az együtt forgás csak nulla nyomaték szolgáltatás esetén képzelhető el.

125. ábra

Az F - u kapcsolat a *125. ábrán* látható. Ez a ferde egyenes a **vízikerék jelleggörbéje**. A P - u görbe másodfokú:

$$P = \dot{m} v u - \dot{m} u^2$$

Vizsgáljuk meg, mely kerületi sebességnél kapunk maximális teljesítményt! A teljesítmény szélső értéke ott van, ahol az u szerinti első differenciálhányados nulla.

$$\frac{dP}{du} = \dot{m} v - 2\dot{m} u = 0 .$$

Ebből:

$$u_{\text{opt}} = \frac{v}{2} ,$$

azaz a teljesítmény maximumot akkor kapjuk, ha a járókerék kerületi sebessége fele a folyó sebességének (125. ábra).

$$P_{\max} = \dot{m} v u_{\text{opt}} - \dot{m} u_{\text{opt}}^2 = \dot{m} v \frac{v}{2} - \dot{m} \left(\frac{v}{2} \right)^2 = \dot{m} \frac{v^2}{2} - \dot{m} \frac{v^2}{4}.$$

$$P_{\max} = \dot{m} \frac{v^2}{4}$$

A bevezetett teljesítmény a folyó A keresztmetszetű részében rendelkezésre álló mozgási energiából számolható. Az időegységre eső mozgási energia

$$P_{\text{be}} = \dot{m} \frac{v^2}{2}$$

A járókerék **ideális** - elméletileg elérhető maximális - **hatásfoka** tehát:

$$\eta_i = \frac{P_{\max}}{P_{\text{be}}} = 0,5 = 50\%$$

A veszteségmentes esetben elérhető 50%-os hatásfok a **lapátokról kilépő folyadék mozgási energiájának** következménye. Síklappal ugyanis ez nem hasznosítható.

Figyelembe véve az idealizált és a valóságos viszonyok közötti lényeges különbséget, valamint a vízikerek viszonylag nagy súlyát, a csapágyazási nehézségeket, azaz a rossz mechanikai hatásfokot, megállapítható, hogy a vízikerekek hatásfoka a **10%-ot sem éri el**. A vízikerek nem versenyezhet a korszerű vízturbinákkal.

A) A vízturbinák

A vízturbinák két csoportba sorolhatók: az akciós vagy szabadsugár-turbinák és a reakciós vagy réstúlnyomásos turbinák csoportjába.

Akciós vagy szabadsugár-turbina a 126. ábrán látható **Pelton turbina**. Nagy esések feldolgozására alkalmas (127. ábra). A nagy geodetikus esésből (H_g) a nyomócső végén lévő szűkülő kiképzésű sugárcső nagy mozgási energiájú folyadék sugarat állít elő. A szabadsugár túszeleppel szabályozható. A turbina lapátjain nincs nyomáskülönbség, a lapátokon a **szabadsugár mozgási energiája** csökken le.

A 126. ábrán látható kétsugaras megoldásnál a víz két sugárcsőön át érkezik.

A Pelton-turbina járókereket lapátsor alkotja. A lapát, a Pelton-kanál a szabadsugar munkavégző képességének minél jobb kihasználása céljából jellegzetes alakú. A 126. ábrán egy felnagyított Pelton-kanál metszetben látható. A lapát kettős öblösödése az érkező vízsugarat kettéválasztja és közel 180°-ban visszafordítja. A végtelen sűrűnek tekinthető, egymást nem zavaró lapátozás u **kerületi sebességgel** halad. Az impulzustétel értelmében a folyadéksugarat gyorsító erő:

$$\sum F = \dot{m} v_2 - \dot{m} v_1$$

126. ábra

A 126. ábrán szaggatottan rajzolt, **helyben maradó** ellenőrzött térfogatba

$$\dot{m} = \rho A v$$

tömegáram érkezik. Ez az ellenőrzött térfogat azonban folyamatosan együtt is halad az **állandóan érkező** lapátokkal, így a szabadsugár:

$$\underline{v}_1 = \underline{v} - \underline{u}$$

sebességgel érkezik és

$$\underline{v}_2 = -(\underline{v} - \underline{u}) \cos \beta$$

sebességgel távozik.

Így a **kerületi erő**,

$$\sum \underline{F} = -\dot{m} (\underline{v} - \underline{u}) \cos \beta - \dot{m} (\underline{v}_1 - \underline{u}) ,$$

nagysága:

$$F = \dot{m} (v - u) (1 + \cos \beta) .$$

Ha a $\beta=0^\circ$, azaz $\cos\beta=1$, akkor ez az erő éppen kétszerese a vízikéréknél kapott kerületi erőnek. Így a Pelton-turbina ideális hatásfoka

$$\eta_i = 1 = 100\%$$

A $\beta=0^\circ$ feltétel szerkezeti okokból nem valósítható meg. A 180° -ban visszafordított vízszög nekiütközne a következő lapátnak.

127. ábra

Reakciós vagy réstúlnyomásos turbina a 128. ábrán látható **Francis-turbina**. A felduzzasztott folyóvíz a **vezető lapátkoszorún** át éri a **járókereket** és tengely-irányban a **szívócsövön** át távozik. A vezetőkerék és a járókerék közötti résben **túlnyomás** uralkodik. A vezető lapátkoszorú, azaz a vezetőkerék általában állítható (a lapátok együtt vezérelve elforgathatóak). Így a teljes nyitás és a teljes zárás között bármely üzemállapot megvalósítható.

Ez a vízturbina is a vízszint különbséget, a **geodetikus esést** (H_g) hasznosítja. A tényleges esés (H) - a folyadék súlyegységéből nyerhető energia - mindig **kisebb** mint a geodetikus esés, mert a víznek a járókerékhez vezetése veszteségekkel jár. A vízturbinába **bevezetett összes teljesítmény** az átfolyó víz súlyegységéből nyerhető energiából (H) és a másodpercenként átfolyó súlyáramból ($\rho g Q$) számolható:

$$P_0 = \rho g Q H$$

A járókerék teljesítménye, vagy belső teljesítmény:

$$P = P_0 \cdot \eta_h \cdot \eta_v$$

Az η_v **volumetrikus hatásfokkal** vesszük figyelembe, hogy a turbinára érkező Q térfogatáram egy része a különböző tömítetlenségek miatt el- illetve visszafolyik, munkavégző képességét nem adja át a járókeréknek.

Az η_h **hidraulikai hatásfok** a folyadék belső súrlódásának következménye, a járókeréken átfolyó víz a munkavégzés közben melegszik.

A vízturbina **hasznos teljesítménye**:

$$P_h = \eta_m P$$

η_m a **mechanikai hatásfok** a csapsúrlódási veszteségeket, a tengelytömítésekénél ébredő súrlódásból származó veszteségeket veszi figyelembe.

A vízturbina **összhatásfoka** tehát

$$\eta_o = \eta_h \eta_v \eta_m$$

a tengelyen levehető hasznos teljesítmény pedig

$$P_h = P_o \cdot \eta_o = \rho g Q H \eta_o$$

Reakciós vízturbina jelleggörbéjét mutatja a *129. ábra*. Az ordinátán a vízturbina tengelyéről levehető nyomaték van. Állandó esés (H) és nyitás (valamely zárószerkezettel szabályozható Q vízáram) mellett a görbéből kiolvasható nyomatékok tartoznak a szögsebesség, illetve fordulatszám értékekhez. A jelleggörbe alulról homorú. Az akciós turbinákhoz (vízikerék *125. ábra*) hasonlóan itt is adódik egy maximális fordulatszám, amelynél a turbina már hasznos teljesítményt nem szolgáltat.

129. ábra

B) A hőerőgépek

A természetben megtalálható szilárd, cseppfolyós vagy légnemű **tüzelőanyagok** munkavégző képességét közvetett módszerrel alakítjuk mechanikai munkává. A közvetett módszer azt jelenti, hogy a kémiaiilag kötött belső energiát előbb hőenergiává szabadítjuk fel (a tüzelőanyagot elégetjük), majd a hőenergiát alakítjuk mechanikai munkává. Ez utóbbi folyamat viszonylag rossz hatásfokú ($\eta_{\max} = 30\text{-}35\%$) mert a felszabadított hőenergiának csak egy része alakítható mechanikai munkává. A tüzelőanyagok mégis általánosan elterjedt energiaforrásaink.

1. A hőerőmű

A tüzelőanyagból felszabadult hőenergiából villamos energiát - viszonylag nagy méretekben - a hőerőművek termelnek. **Hőerőmű** kapcsolási rajza és teljesítmény szalagja látható a 130. ábrán.

A folyamatosan érkező tüzelőanyagot ($\dot{m}_t$) kazánban égetik el. Az i_1 entalpiájú vizet tápszivattyú nyomja a kazánba ($\dot{m}_{v1}$). A kazánból el kell távolítani a visszamaradt szilárd égéstermék, a salakot. A forró füstgázok fokozatosan lehűlnek, majd a kéményen át távoznak.

A felmelegedett víz elgőzölög, majd a túlhevítő csőrendszer i_2 entalpiájú túlhevített gőz ($\dot{m}_g$) hagyja el. A túlhevített gőz a **gőzturbinába** jut, ahol a hőenergia egy része mechanikai munkává alakul. Ezt a mechanikai munkát a turbina tengelyére kapcsolt **generátor** alakítja át villamos energiává. A turbinában munkát végzett gőz a kondenzátorban lecsapódik, majd a csapadékot (a tápvizet) a tápszivattyú újra a kazánba szállítja. A **kondenzátor** vagy gőzsűrítő lényegében külső hűtővízzel hűtött kisnyomású edény.

2. A kazánok

A kazánokat - feladatuk lényegére utalva - **gőzfejlesztőknek** is nevezik. Ma már alig használt, de **alaptípusnak** tekinthető hengeres kazánt láthatunk a *131. ábrán*.

131. ábra

Az ábrán mindazok a lényeges szerkezeti elemek láthatók, amelyek egy gőzkazán üzeméhez nélkülözhetetlenek. A **tüzelőberendezésen** felszabaduló hő a kazánnak a tűzterével érintkező - tűzvonal alatti - felületein át jut a vízhez. A **vízvonalnak** a tűzvonal felett kell lennie. A termelt gőzt - a vízfelülettől viszonylag távol - a gőzdómból vezetjük el. A **tüzelőberendezések** a fűtőanyag **halmazállapotház** alkalmazkodnak. A tüzelőberendezésnek biztosítania kell a fűtőanyag hordását és a levegő hozzavezetését.

Szilárd tüzelőanyagok (kőszén, koks, barnaszén, lignit, tőzeg, fa) a tüzelőszerkezet **rostélyán** égnak el. A levegőt a rostély nyílásain vezetik be. A szén- és fatüzelésű kályhákban is látható, kézi adagolású **síkrostély** helyett ipari méretekben **vándor rostélyt** (*132. ábra*) alkalmaznak. Rostélypálcákból összeállított rostélykocsikat kétoldalt futó lánc mozgat. Az előlő láncdobot rendszerint villamos motor hajtja, akkora áttétel közbeiktatásával, amely a tökéletes elégés feltételeihez igazodó előrehaladást biztosítja.

A szén az adagolóból egyenletes rétegvastagságban folyik rá a rostélyfelületre.

A rostélyok jellemző mennyisége a **rostélyfelület** A_r [m²] és a rostélyházak alkotta **eleven rostélyfelület**. Ez utóbbi annál nagyobb, minél több levegőre van szükség a tüzelőanyag tökéletes elégetéséhez.

132. ábra

Ha a rostély 1 m²-én óránként

$$\dot{m}_t \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]$$

tüzelőanyagot lehet elégetni, akkor a **fajlagos rostélyterhelés**

$$b_r = \frac{\dot{m}_t}{A_r} \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \right].$$

A gyakorlatban $\dot{m}_t$ [kg/h] és b_r [kg/m² h] mértékegységeket használnak.

A **cseppfolyós és légnemű** tüzelőanyagokat (földgáz, fűtőolajok, sűrített levegővel kevert szénpor) égőkkel porlasztjuk be. Az égők fűvókák, amelyeknek szerkezeti kialakítása a levegővel való keveredést is biztosítja. A levegő vagy a fűvókából kilépő tüzelőanyag-sugár szívó hatására, vagy külön csövön odavezetve keveredik a fűtőanyaggal. Cseppfolyós és légnemű közeggel üzemelő gőzfejlesztőknél a rostélyterheléssel analóg fogalom a **tűztér terhelés**.,

$$b_t = \frac{\dot{m}_t}{V_t} \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \cdot \text{s}} \right].$$

Itt V_t [m³] a **tűztér**, az a térfogat, amelyet füstgázok töltenek ki, miközben a vizet melegítik.

133. ábra

A **korszerű gőzfejlesztőket** két csoportra osztjuk: nagyvízterű és kisvízterű kazánok. **Nagyvízterű kazánt** mutat a 133. ábra. Viszonylag nagy átmérőjű, szigetelt fallal körülvett hegesztett acél köpenyben van a víz. A tüztér elemei, a nagy átmérőjű **lángcső** és a kis átmérőjű **füstcsövek** benne vannak a víztérben. a forró füstgázok egyszer a lángcsőben, egyszer a füstcsövekben, egyszer pedig a vízköpeny és a fal között, összesen háromszor járnak be a kazán hosszát. Az ilyen gőzfejlesztőt ezért **háromhuzamúnak** nevezzük.

A gőzfejlesztők nagyságára a fűtőfelület nagysága jellemző. A fűtőfelület egyik oldala a tüztérrel, a másik oldala a vízzel érintkezik. A fűtőfelület tehát a 131. ábrán a tűzvonal alatti alsó és hátsó kazán felület.

A **fajlagos gőztermelés** a fűtőfelületre (A_f) vonatkoztatott gőztermelés (m_g):

$$b_g = \frac{\dot{m}_g}{A_f} \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \right]$$

Nagy fűtőfelületet lehet elérni **kisvízterű kazánokkal**. Kisvízterű, **vízcsöves** kazánt mutat a 134. ábra. A négy fal mentén elhelyezkedő - általában több emelet magasságú - vízcsövekben természetes cirkulációval kering a víz, illetve a víz-vízgőz keverék. Az égők a falak sarkában vannak, és egy képzeletbeli kör érintőjének irányában porlasztják be a tüzelőanyagot. A tüztérrel kívülről szigetelt acéllemez falak határolják.

134. ábra

A víz utánpótlását a **kazándob** biztosítja, amely a tűztéren kívülre is kerülhet. A vízcsövekben termelt gőzt újra bevezetik a tűztérbe. A **túlhevítőt** a kívánt nyomású és hőmérsékletű túlhevített gőz hagyja el.

A gőzfejlesztők hasznos **teljesítménye**

$$P_h = \dot{m}_g (i_2 - i_1) \quad [\text{W}]$$

itt $\dot{m}_g$ [kg/s] a gőztermelés,
 i_1 [J/kg] a tápvíz,
 i_2 [J/kg] a kazánt elhagyó gőz
 fajlagos entalpiája.

A kazánt elhagyó gőz ($\dot{m}_g$) üzemtani jellemzője a

P_t [bar] termelt gőz nyomása és
 t [K] a termelt gőz hőmérséklete.

ezekből az adatokból ugyanis az i_2 fajlagos entalpia meghatározható.

A kazánba bevezetett teljesítmény a tüzelőanyag **fűtőértékéből** számolható:

$$H \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right].$$

Így

$$P_b = \dot{m}_t H.$$

Itt $\dot{m}_t$ [kg/s] a tüzelőanyag időegységnyi mennyisége.

A kazán hatásfoka (130. ábra)

$$\eta_k = \frac{P_h}{P_b} = \frac{\dot{m}_g(i_2 - i_1)}{\dot{m}_t H}.$$

3. A gőzturbinák

A gőzturbinához érkező túlhevített gőz helyzeti és mozgási energiája elhanyagolható, így munkavégző képességére a termodinamikai entalpia jellemző

$$i_2 = \frac{p_2}{\rho} + u_2$$

A gőz a gőzturbinában először vezető csatornarendszeren halad át, majd **járókerék** lapátozásra jut, amelyet forgásba hoz. Egy vezető csatornarendszerből (álló vezetőlapátozásból) és járókerék lapátozásból álló egységet **fokozatnak** nevezünk. Gőz-turbináink általában több-fokozatúak.

Akciós vagy szabadsugár turbina vezetőcsatornáiban (fűvókákban) az entalpia jelentős része **mozgási energiává** módosul. Az ilyen turbina járókereke előtt és után a nyomás azonos, mechanikai munkává a mozgási energia alakul. Akciós turbina a 135. ábrán látható **egyfokozatú Laval turbina**. A vezető csatornarendszer Laval fűvókákból áll.

135. ábra

A nyomás (p) és a sebesség (v) alakulását a fűvókák és a lapátozás mentén az ábra alsó részén érzékeltettük. Az egyetlen járókerék szögsebessége akkora, hogy nagyszilárdságú, tömör tárcsa hordja a lapátozást. Sokszor még az agy is furat nélkül készül.

Többfokozatú turbinákban egy **fokozat** lehet **akciós** vagy **reakciós** az előbb elmondottak szerint. A reakciós fokozat járókerekének két oldalán nyomáskülönbség (réstúlnyomás) van. Egy **reakciós fokozatban** a nyomás (p) és a sebesség (v) alakulását a 136. ábra alsó részén mutatjuk meg.

A nagyteljesítményű, többfokozatú turbinák általában **vegyes rendszerűek** (136. ábra). A friss gőz akciós fokozatra érkezik, amelynek vezető csatornarendszere (fűvókái) az entalpia jelentős részét mozgási energiává alakítja. Így a reakciós fokozatok már nem a friss gőzre jellemző nagy nyomáson dolgoznak. A reakciós fokozatok (a harangtengely) mentén a gőz rendelkezésére álló tér egyre bővül - a gőz nyomása és hőmérséklete csökkenésének megfelelően.

136. ábra

A **gőzturbinák csoportosíthatók** a távozó gőz nyomása szerint is. Ha a gőzt a légkörinél nagyobb nyomású térbe vezetjük **ellennyomásos**, ha légkörinél kisebb nyomású térben, **gőzsűrítőben** csapatjuk le, **kondenzációs** gőzturbináról beszélünk. Előbbi esetben a fáradt gőz még felhasználható, például fűtésre.

A kondenzációs gőzturbina viszont a gőz entalpiájának nagyobb részét alakítja mechanikai munkává.

A gőzturbinába **bevezetett teljesítmény** a gőzáramból ($\dot{m}_g$) és a gőz entalpia csökkenéséből (Δi) számolható ki. $\Delta i = i_2 - i_3$ (130. ábra)

$$P_b = \dot{m}_g \Delta i \quad [\text{W}]$$

Ha a gőzturbina tengelyéről levezetett hasznos mechanikai teljesítmény

$$P_h = M\omega \quad [\text{W}]$$

akkor a gőzturbina **hatásfoka**

$$\eta_g = \frac{P_h}{P_b} = \frac{M\omega}{\dot{m}_g \cdot \Delta i}$$

Bár a kazánhatásfok ($\eta_k=80-90\%$) és a gőzturbina hatásfoka ($\eta_g=85-95\%$) viszonylag jó, a **hőerőmű hatásfoka** csupán 25-30%, mert az i_3 entalpia a környezetbe jut hasznosítás nélkül (130. ábra):

4. A belsőégésű motorok

A belsőégésű motorokban a **tüzelőanyag kémiai**lag kötött belső energiáját a hengertérben periodikusan alakítjuk mechanikai munkává. A munkafolyamat adott térfogathatárok (lökettérfogat) között játszódik le. A munkafolyamat mindegyike sűrítést (kompresszió) és terjeszkedést (expanzió) tartalmaz.

A **kétütemű motoroknál** (137. ábra) a forgattyús-tengely **egy körülfordulása** - két ütem - alatt a **teljes munkafolyamat** lejátszódik. Miközben a dugattyú a baloldali holtponthoz közelében van a zárt forgattyúházban szívás lép fel, ezért üzemanyag-levegő keverék ömlik a zárt forgattyúházba a szívócsatornából. Amikor a dugattyú visszafelé halad, elzárja a szívócsatornát, majd a forgattyúházban lévő keveréket **elősűríti**. Ez az elősűrített keverék az átömlő csatornán át jut a hengertérbe. A dugattyú a keveréket a gyújtógyertya közelébe sűríti. Az égés a gyújtógyertya elektromos szikrájának hatására kezdődik, a terjeszkedés végén az égéstermék kiömlése a kipufogó csatornán előbb megkezdődik, mint a friss keverék átömlése a hengertérbe.

A nyomást a hengertérben a lökethossz, illetve a lökettérfogat fölé rajzolt **indikátor diagram** mutatja. A nyilak a dugattyú mozgásának irányára utalnak. Az indikátor diagram területe - a dugattyús szivattyúnál részletezett meg gondolás alapján - munkával, az ún. **indikált munkával** (W_i) arányos. E munkaterülettel egyenlő területű és azonos alaphosszúságú téglalap magassága az **indikált középnyomás** (p_i).

137. ábra

Az indikált munka

$$W_i = A \cdot s \cdot p_i$$

Az indikált teljesítmény:

$$P_i = W_i \cdot n \quad [W]$$

A **négyütemű motornál** (138. ábra) a szívás (1) és a kipufogás (4) két ütemet, - a forgattyú egy-egy félfordulatát - igényel. Az üzemanyag-levegő keverék és az égéstermék útját itt a forgattyústengelyről **vezérelt szelepek** nyitják és zárják. A sűrítés (2) és a terjeszkedés (3) közben mind a szívó mind a kipufogó szelep zárva van.

A négyütemű motornál **a dugattyú mögött légköri (p_o) nyomású tér** van. A hengertérben lévő nyomásokat az indikátor diagram (138. ábra) mutatja. A terjeszkedés ütemében a 3 jelű vonal és a p_o egyenes közötti területtel arányos a nyert munka. A másik három ütemben a megfelelő nyomás vonal és a p_o vonala közötti terület munka veszteséget jelent. **Az indikált munka** végül is **a két - vonalkázott - terület különbsége**. Az itt is meghatározható indikált középnyomásból az indikált teljesítmény:

$$P_i = \frac{W_i \cdot n}{2} \quad [W]$$

138. ábra

A belsőégésű motorok eddig tárgyalt két típusa **szikragyújtású**, vagy Ottó-motor volt. Az ilyen motorok üzemanyaga benzin, petróleum, alkohol, földgáz, propán-bután gáz stb. lehet. Ha az üzemanyag cseppfolyós, akkor a *139. ábrán* látható **porlasztó** végzi el az üzemanyag-levegő keverék előállítását. A benzin szintjének állandóságát úszóval vezérelt szelep biztosítja. A benzin magasabban fekvő tartályból érkezik a porlasztóhoz, vagy szivattyú szállítja oda.

A **kompreszió-gyújtású** dízelmotorok üzemanyaga: dízelolaj, petróleum, stb. lehet. Mind két -mind négyütemű dízelmotort építenek.

A dízelmotor azonban **tiszta levegőt** szív és sűrít. Az üzemanyagot a szintén porlasztónak nevezett **befecskendező szivattyú** porlasztja be a 3. ütem elején az összenyomott, felmelegedett levegőbe, ahol az meggyullad. A *137. és 138. ábra* dízel-motor elvi vázlata is lehet, csak a gyújtógyertya helyett a szivattyúhoz csatlakozó porlasztószerkezetet (fűvókát) kell képzelünk a hengerfejen. A szikra-gyújtású motoroknál a hőenergia pillanatszerűen, robbanásszerű égéssel (robbanómotorok) a **felső térfogat határon** szabadul fel. A dízelmotorban a tüzelőanyag szabályozottan, viszonylag lassan (lassúégésű motor), **állandó nyomáson** jut a hengerbe, és ég el.

139. ábra

A 140. ábrán dízelmotor elméleti indikátor diagramját látjuk.

A dízelmotor lényegesen **nagyobb nyomáshatárokkal** - sűrítési viszonyokkal - dolgozik, mint az Ottó-motor. A nagyobb kompresszió végnyomás (és hőmérséklet) az öngyulladás bekövetkezéséhez szükséges.

A belsőégésű motorok **hasznos teljesítménye** (P_h) az indikált teljesítményből a mechanikai hatásfokkal (η_m) számolható:

$$P_h = \eta_m P_i .$$

A mechanikai hatásfok értéke általában 0,85-0,95, de csak része a motor teljes vagy összh hatásfokának. Az összh hatásfok a bevezetett üzemanyag mennyiségéből és fűtőértékéből számolható. A hengertérben

felszabadult hőenergia egy része a kipufogó gázokkal, egy része a hűtéssel távozik, és csak kisebb része (20-30%) alakul át a hengertérben mechanikai munkává.

140. ábra

A belsőégésű motorok jelleggörbéje a tengelyről **levezhető nyomatékot** ábrázolja az üzemi szögsebesség (fordulatszám) tartományban. A görbének maximuma van (*141. ábra*)

141. ábra

C) Villamos motorok

Az erőművekben termelt mechanikai munkát a **villamos generátorok** villamos energiává alakítják. Ezt az energiát a **villamos hálózat** továbbítja, szétosztja és viszonylag könnyen hozzáférhetővé teszi.

Ezért a leggyakrabban használt erőgépeink a **villamos motorok**. A villamos motorok elektromos energiából forgó tengelyen nyomatékot állítanak elő.

A villamos motorok fő **üzemelteti jellemzői** a bevezetett teljesítmény oldalán a feszültség (volt, V) és az áramerősség (amper, i). A hasznos teljesítmény a nyomaték (M) és a fordulatszám (n) szorzatával arányos.

A villamos hálózat, amelyre a motort kapcsoljuk, gyakorlatilag **állandó feszültségű**. A hálózatról levezhető feszültség jellege szerint megkülönböztetünk **egyenáramú** és **váltóáramú** hálózatot.

Egyenáramú hálózatot ma már csak **különleges célokra** építenek ki. Szokásos az egyenáramú hálózat pl. laboratóriumokban, mert az egyenáramú motorok fordulatszáma könnyen változtatható.

Az országos villamos hálózat váltóáramú, ezért a váltóáramú motorokat villamos háztartási gépeink és az üzemek munkagépeinek hajtására egyaránt, általánosan használják.

1. Egyenáramú villamos motorok

Az egyenáramú hálózat **kétvezetékes**. Az állandó V feszültségre (142. ábra) villamos fűtőtest (E ellenállás) vagy villamos motor egyaránt kapcsolható. Ha az R ellenálláson I áram folyik, akkor a villamos teljesítmény

$$P=UI \text{ [W]}$$

Ha lágyvasrúdra szigetelt vezetőt tekercselünk és a tekercsbe áramot vezetünk, a lágyvasrúd erős mágnesként viselkedik. Ha a két lágyvasrúd - pólus - közötti mágneses térben vezetőkeretet (tekercset) helyezünk, s abba áramot vezetünk, a vezetőkeretre (tekercsre) forgatónyomaték hat. A vezetőkeret forgásba jön, ha gondoskodunk arról, hogy félfordulatonként a bevezetett áram iránya megforduljon. Ez az

142. ábra

egyenáramú villamos **motorok működési elve**.

Az egyenáramú villamos motor **mágnes az állórész**, amelynek tekercseibe mágnesező vagy **gerjesztőáramot** kell bevetnünk. Az egyenáramú villamos motor **fogórésze** egy forgó dob, az **armatúra**. Az armatúra tekercselésébe az armatúraáramot a **kollektor vagy kommutátor** hengeres palástjához szorított **kefék** vezetik.

Az egyenáramú villamos motornak tehát **két áramköre** van.

Ha a mágneses mezőt létrehozó, gerjesztő áramkört az állandó feszültségű hálózatról külön tápláljuk **mellékáramkörű motorról** beszélünk (143. ábra).

A gerjesztő áramkört és az armatúrát tehát **párhuzamosan** kapcsoljuk a hálózatra.

A gerjesztőáram erőssége

$$I_m = \frac{U}{R_b + R_m}$$

Itt R_b a mágnesetekercsek belső ellenállása, R_m pedig a - változtatható - szabályozó ellenállás. A gerjesztőáram legnagyobb értékét a szabályozó ellenállás rövidrezárásával ($R_m=0$) kapjuk.

A mellékáramkörű motor armatúra

143. ábra

áramkörében, az R_i indító ellenállás kiiktatott helyzetében, I_a üzemi armatúra áram folyik. Mivel

$$I_a \gg I_m$$

a motor bevezetett teljesítménye

$$P_0 = UI_a \quad [W]$$

A mellékáramkörű motor üzemi vagy mechanikai **jelleggörbáját** a 144. ábra mutatja. Ha a motor terhelését (M) növeljük, a fordulatszám alig csökken az üresjárási (n_0) fordulatszámhoz képest.

A jelleggörbe alakját azonban **villamos szabályozással** módosítani lehet. A 144. ábrán szaggatottan rajzoltuk azt a jelleggörbét, amely bekapcsolt R_i indító ellenállásnál érvényes. Az $n=0$ fordulatszámhoz az M_u üzemi nyomatéknál kb. kétszer nagyobb M_i indító nyomaték tartozik. Az R_i indító ellenállás fokozatos kiiktatásával veszi fel a jelleggörbe a folytonos vonallal kihúzott alakját, gyorsul fel a motor az n_u üzemi fordulatszámra.

A mágneses mező gyengítésével (az R_m szabályozó ellenállás beiktatásával) az **üzemi fordulatszám** tovább növelhető.

Ha az egyenáramú villamos motor mágnesetekercseit az armatúrával sorba kapcsoljuk, **főáramkörű motorról** beszélünk. (145. ábra). A főáramkörű motorban

144. ábra

$$I = I_m = I_a ,$$

a főáram gerjeszti a motor mágneses mezejét is.

A motor bevezetett teljesítménye

$$P = UI \quad [W]$$

Az üzemi, vagy mechanikai jelleggörbe a 146. ábrán látható. A motor **fordulatszáma kis nyomatékoknál megnő**, egy különösen az emelőgépek üzemében előnyös, mert a kis terhek gyorsabb emelésével az üzemidő megrövidül. Nagy határok között változó terhelésnél a főáramkörű motornak ez a tulajdonsága káros is lehet, mert igen kis terhelésnél (üresjárásnál) a fordulatszám túllépheti a megengedhető felső határértéket, a motor **megfuthat**. A **nagy indítónyomaték** sok területen (vontatás) kedvező.

A főáramkörű motor indítását és fordulatszám szabályozását éppúgy az R_i indítóellenállás fokozatos kiiktatásával végezzük, mint a mellékáramkörű motornál.

145. ábra

146. ábra

2. A váltóáramú villamosenergia hálózat

A váltóáramú országos hálózatot erőművi generátorok táplálják.

A **nagyfeszültségű hálózatból** - transzformátorok közbeiktatásával - **kisfeszültségű hálózatok** sora építhető ki. A gazdaságos - nagyfeszültségű - energiatovábbítás, a transzformálhatóság, azaz a kisfeszültségű hálózatok kialakíthatósága a váltóáram legnagyobb előnye.

Ha két mágneses pólus (É-D) közötti mágneses térben vezetőkeretet (tekercset) **külső nyomatékkal forgatunk**, akkor a vezetőkerékben (tekercsben) váltakozó feszültség keletkezik. A váltakozó feszültség a tekercsvégekhez kapcsolt két csúszógyűrűn és keféen keresztül kivezethető. Így ún. **egyfázisú kétvezetékes** rendszert kapunk. Ha - 120° - 120° szögben elfordítva - további két tekercset helyezünk a mágneses térbe, akkor hat csúszógyűrű és kefe alkalmazásával **háromfázisú, hatvezetékes** rendszert kapunk. Ez a váltóáramú hálózatot tápláló **váltóáramú villamos generátor működési elve**.

A váltóáram feszültségét és áramerősségét **forgóvektorokkal** ábrázoljuk (147. ábra). Az U_o és I_o feszültség és áramerősség vektor a váltóáramú villamos generátorok szabványos fordulatszámának ($n=3000/\text{min}=50/\text{s}$) megfelelő.

$$\omega = 2 \pi f \quad [\text{rad / s}]$$

körfrekvenciával forog. Itt f a frekvencia. Hazánkban $f=50$ Hz.

A forgóvektorok függőleges vetületei az idő függvényében sinus hullámokkal ábrázolhatók. A sinus hullámok ordinátái a feszültség és az áramerősség pillanatnyi (U_t , I_t) értékeit adják. Ha a forgóvektor egy körülfordulásának ideje T [s], akkor írható:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$$

A 147. ábrából kiolvasható, hogy $f = 50$ Hz esetén másodpercenként 100, percenként 6000 feszültség, ill. áramerősség csúcsot (U_o , i_o) kapunk.

147. ábra

A 147. ábrán csak egy fázis - összetartozó feszültség és áramerősség - sinus hullámait rajzoltuk meg, a másik két fázisnak csak a forgóvektorait tüntettük föl. A háromfázisú áramot lényegében három egyfázisú áram alkotja, amelyek egymástól csak abban különböznek, hogy forgóvektoraik egymáshoz képest $1/3 \dots 1/3$ fordulattal elmaradnak. A háromfázisú áram **tovavezetésére** a három - egymástól független - egyfázisú vezetékpár (hat vezeték) helyett egyenlő fázisterhelés (egyenlő nagyságú fázisáramok) esetében kevesebb vezeték is elegendő. A 147. ábrából kiolvasható ugyanis, hogy a három fázisáram pillanatnyi, vektoriális összege mindig zérus. A három visszavezető vezeték tehát elhagyható, illetve egy ún. **nulla vezetékbe** egyesíthető (148. ábra). A három fázisvezetékéről (R,S,T) **váltóáramú villamos motorokat** táplálunk,

amelyek maguk is háromfázisú rendszert (hármass tekercsrendszert) alkotnak. az ilyen fogyasztók **biztosítják** a fázisterhelés egyenlőségét. Ha azonban a három egyfázisú kör mindegyikébe egymástól független fogyasztókat (*148. ábra* bal oldalán lévő izzólámpa) kötünk, amelyek kapcsolása a mindenkori igényekhez igazodik, akkor **egyenlőtlen fázisterheléssel** számolhatunk.

Ha a háromfázisú hálózatra csak ohmos ellenállásokat (izzólámpákat) kapcsolunk, akkor a feszültség és az áramerősség vektorok egymást fedve, fázisban forognak. A pillanatnyi teljesítmény ekkor

$$P_t = U_t I_t$$

148. ábra

A *147. ábrán* rajzolt esetben az I_0 vektor φ szöggel, a **fázisszög**el késik az U_0 vektorhoz képest. Ez a megfelelő sinus hullámok értelemszerű eltolódását jelenti. Ilyen **fáziskésést** - hálózatba épített **induktív ellenállás** (mágnestekercs) okoz. A *148. ábrán* rajzolt váltóáramú villamos motorok tekercseinek induktív ellenállása van. A pillanatnyi teljesítmény ilyenkor az áramerősség vektornak a feszültség vektorra vett vetületével számolható (*147. ábra*)

$$P_t = U_0 I_0 \cos \varphi$$

A $\cos \varphi$ a **teljesítménytényező**. A villamosművek állandó törekvése a teljesítménytényező növelése. Az ún. kiegyenlítő módszerek lényege, hogy kapacitív terhelést alkalmaznak. A kapacitász terhelés ugyanis az áramerősséget sietteti a feszültséghez képest. A világítási hálózat teljesítménytényezője, $\cos \varphi = 1$.

A váltóáram feszültsége és áramerőssége nulla és egy maximum (U_0 és I_0) között periodikusan ingadozik. Az ingadozás azonban olyan szapora, hogy a hőhatás szempontjából nem érzékelhető. A **hőhatás** szempontjából a váltóárammal egyenértékű egyenármú jellemzők a váltóáram effektív (U_{eff} , I_{eff}) értékei.

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$

$$I_{\text{eff}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

Az effektív értékek **átlagértékek**, amelyekkel a teljesítménynek nem pillanatnyi, hanem **időbeli középértéke** számolható:

$$P = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi$$

A 148. ábrán egy fázis és a nulla vezeték közötti **feszültséget** U -val két fázis feszültségkülönbségét, a **hálózati feszültséget** U_h -val, és a **fázisvezetékben folyó áramot** I_h -val jelöljük. Ezek **mind effektív** értékek. A kisműködésű elosztóhálózatokban

$$U = 220 \text{ V}$$

A két fázis feszültségkülönbsége, a hálózati feszültség

$$U_h = \sqrt{3} \cdot U = \sqrt{3} \cdot 220 \text{ V} = 380 \text{ V}$$

Két egymással 120° -ot bezáró U_0 vektor **különbség vektora**, az egyenlőszárú vektorháromszögből adódóan ugyanis $\sqrt{3} \cdot U_0$ (147. ábra). Ez a megfontolás az effektív értékekre is igaz.

3. A váltóáramú, háromfázisú, indukciós aszinkron motor

A **váltóáramú motorban** általában a forgórész a **mágnes**, és az állórészben helyezkedik el a **háromfázisú tekercselés**, amelybe az eddigiekben tárgyalt **háromfázisú áramot vezetjük**. A három tekercs bekötésének módja szerint csillag, Y (ipszilon), vagy háromszög (delta) kapcsolásról beszélünk (148. ábra). A motort **indukciós motornak** is nevezik, mert csak az állórészt kapcsoljuk a hálózatra, a forgórészben a feszültség és az áram kizárólag indukció útján jön létre. Az **állórész tekercselés** kiképezhető kétpólusúnak (minden fázistekercs egy É-D póluspár), de többpólusúnak is. Az állórészbe vezetett háromfázisú áram forgó mágneses mezeje a forgórészt együttforgásra kényszeríti. Kétpólusú tekercselés esetén a **szinkron**

fordulatszám (n_o) megfelel a háromfázisú áram frekvenciájának, azaz $n_o=3000/\text{min}$. Többpólusú gép fogó mezejének, és így forgórészének fordulatszáma kisebb:

$$n_o = \frac{f}{p/2} \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{s}} \right]$$

Itt p a pólusok száma. Az üzemi fordulatszám ($n_{\bar{u}}$) mindig **kisebb**, mint a szinkron fordulatszám (n_o), mert ez utóbbinál a nyomaték szolgáltatás nulla (149. ábra). ezért az ilyen motort **aszinkron** motornak is nevezik.

Az üzemi fordulatszám ($n_{\bar{u}}$) és a szinkron fordulatszám között a szlip (s) ad kapcsolatot

$$s = \frac{n_o - n_{\bar{u}}}{n_o}$$

Az aszinkron motor szlipje általában $s=(2-5)\%$. Az alábbi táblázatban a szinkron és az $s=2\%$ szliphez tartozó üzemi fordulatszámokat közöljük.

149. ábra

p	2	4	6	8
n_o [1/min]	3000	1500	1000	750
$n_{\bar{u}}$ [1/min]	2940	1470	980	735

A háromfázisú aszinkron motor felvett teljesítménye egy fázis teljesítményének háromszorosa, azaz

$$P = 3 U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi$$

Csillagkapcsolás esetén az egyes **tekercsek eleje és vége** (a 0 vezeték, ill. pont) **között** az effektív feszültség $U_{\text{eff}}=U$, az egyes **tekercseken átfolyó** áram pedig $I_{\text{eff}}=I_h$ (148. ábra).

$$P = 3 U I \cos \varphi ,$$

illetve az $U_h = \sqrt{3} U$ összefüggés alapján

$$P = \sqrt{3} U_h I_h \cos \varphi$$

Háromszöghozzárendelésnél a tekercsvégek közötti effektív feszültség $U_{\text{eff}} = U$. Ekkor azonban minden fázisvezetékben két-két tekercs áramának különbsége van, a feszültségvektorok kivonásánál alkalmazott gondolatmenethez hasonlóan **egy tekercsben** folyó áram

$$I_{\text{eff}} = I_h / \sqrt{3}$$

és

$$P = \sqrt{3} U_h I_h \cos \varphi$$

A váltóáramú, háromfázisú, indukciós aszinkron motor üzemi, vagy mechanikai jelleggörbéje a 149. ábrán látható. A nyomaték görbe maximuma, a **billenőnyomaték** határt szab a motor túlterhelhetőségének. A túlterhelés (nagy nyomaték) hatására a motor "kibillen" az $n_{\text{ü}}-M_{\text{ü}}$ összetartozó értékekkel jellemzett üzemiállapotból - és megáll.

Megjegyezzük végül, hogy **egyfázisú** aszinkron motorokat használunk a háztartási gépekben, lemezjátszókban, magnetofonokban, stb. Az **egyfázisú indukciós motor** üzemi, vagy mechanikai jelleggörbéje az itt tárgyalt háromfázisú indukciós motor jelleggörbéjéhez hasonló.

VIII. A GÉPCSOPORT ÜZEME

A) A jelleggörbe

A gépek üzemtani jellemzői nem függetlenek egymástól, hanem a működésüket megszabó fizikai törvényekből következő kapcsolat áll fenn köztük. A legfontosabb üzemtani jellemzők kapcsolatát ún. jelleggörbében szokás ábrázolni. A jelleggörbe tehát a gép **lehetséges üzemállapotait** mutatja.

Üzem közben a gépek **energetikai kapcsolatban** vannak egymással, ezért a legfontosabb üzemtani jellemzők a felvett, vagy leadott **teljesítményre** utaló mennyiségek.

Forgó tengelyen nyomatékot szolgáltató, vagy igénylő gépeknél a nyomaték - szögsebesség (fordulatszám) azaz $M-\omega$, (n) kapcsolat a jelleggörbe. **Haladó** mozgású gépeknél az erő-sebesség, azaz $F-v$ összetartozó értékei adják a jelleggörbe pontjait. **Cseppfolyós és légnemű közeget szállító** gépeknél a térfogatáram (Q [m^3/s]) és a térfogategységre eső munkaképesség (Δp_0 [Pa]), vagy a súlyegységre eső energia (H [m]) változása a jelleggörbe. A függő és a független változó **szorzata** mindegyik esetben teljesítménnyel arányos.

A cseppfolyós és légnemű közeg energia változásával dolgozó gépeknél a forgó tengelyen lévő teljesítményre jellemző $M-\omega$, (n) kapcsolat is felrajzolható. Áramlástechnikai munkagépeknél (szivattyú, ventilátor) ez az ún. **mechanikai jelleggörbe** a bevezetett, míg turbináknál a hasznos teljesítményre jellemző.

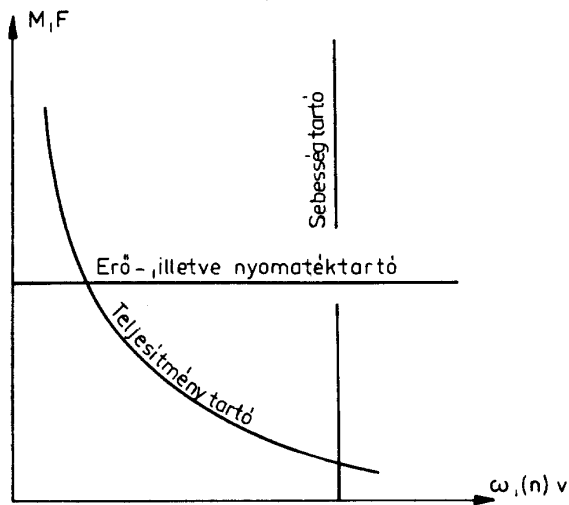
1. Erő- és munkagépek tipikus jelleggörbéi

Erőgépek tipikus jelleggörbéit mutatja a *150. ábra*. Az itt berajzolt vonalak ideális jelleggörbék, amelyekről a valóságos jelleggörbék többé-kevésbé eltérnek.

Erőtartó, azaz a munkasebességtől független hajtóerőt ad minden süllyedő tömeg energiaváltozását felhasználó szerkezet (bizonyos óraművek). Ebbe a csoportba sorolhatók a belsőégésű motorok (*141. ábra*) is.

Sebesség, illetve fordulatszám tartó jelleggörbéje van a munkagépeink hajtására gyakran használt villamos motorok egy részének (mellékáramkörű motor: *144. ábra*, aszinkron motor *149. ábra*).

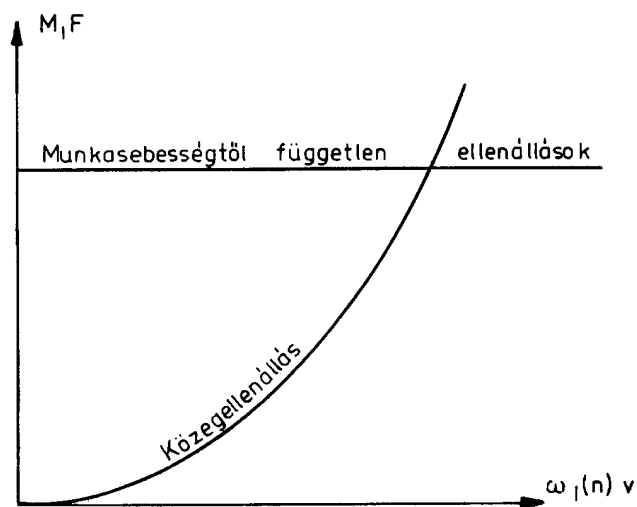
Teljesítmény tartók azok az erőgépek, amelyeknek jelleggörbéje hiperbolával közelíthető. Ilyen a vízturbinák mechanikai jelleggörbéjének középső szakasza (125. és 129. ábra). Ugyancsak teljesítmény tartó az egyenáramú főáramkörű villamos motor vagy egy vasúti dízel-mozdony vonóerő-sebesség görbéje, az ún. vontatási jelleggörbe.



150. ábra

A munkagépek ideális jelleggörbéinek két típusát mutatja a 151. ábra. **Erő- illetve nyomatéktartók** azok a munkagépek, amelyeknél az **ellenállás** a sebességtől független. Ilyen ellenállást okozhat a súrlódás. De munkasebességtől független az emelőgépek erő-, illetve nyomatékigénye is (111. ábra).

A munkagépek nagy csoportjánál (járművek) az ellenállás a munkasebességnek közelítően második hatványával arányos. Ilyen típusú jelleggörbét is rajzoltunk a 151. ábrán.



151. ábra

2. A munkapont

Az összekapcsolt erőgépből és munkagépből álló gépcsoport a jelleggörbék metszéspontjának megfelelő üzemállapotban dolgozik együtt. Ezt a pontot **munkapontnak** nevezzük. A munkapont abszcisszája kijelöli azt a munkasebességet, amelynél az erő, illetve nyomatékigény az erő-, illetve nyomaték szolgáltatással egyenlő, azaz a gépcsoport egyenletesen üzemelhet.

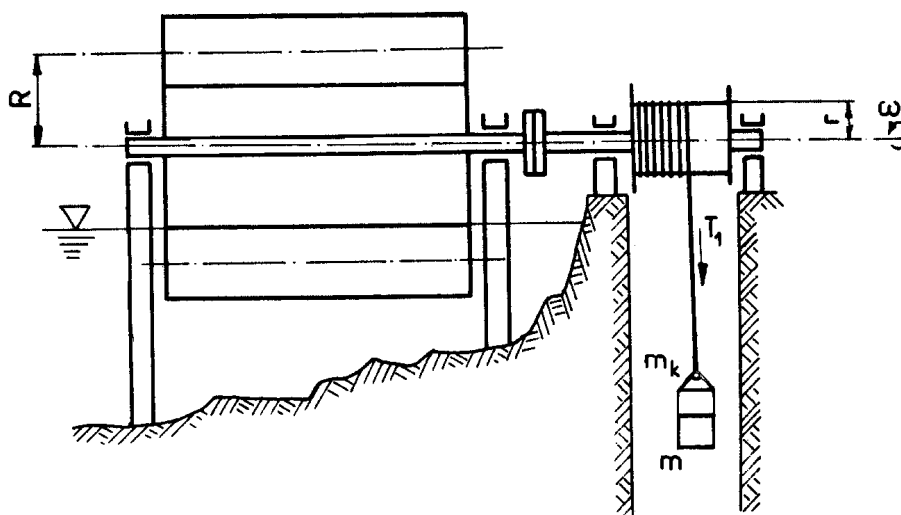
A 152. ábrán **vízikerék tengelyére kapcsolt emelőgépet** (kötéldob, kötél, kas) látunk. Az emelés erőigénye, ha a kas tömege m_k , a teher tömege m :

$$F_e = T_1 = (m_k + m) g$$

és az **ideális nyomaték igény**:

$$M_e = F_e r$$

Az ilyen típusú munkaágép jelleggörbéjét a felvonó tárgyalásánál ismertük meg (111. ábra).



152. ábra

Kérdés tehát, milyen üzemállapotban fog a 152. ábrán látható rendszer dolgozni, azaz képes-e a vízikerék a feladatnak egyáltalán eleget tenni, és ha igen, akkor milyen munkasebességgel.

A vízikerek jelleggörbéje is ismert (125. ábra).

Az F-v kapcsolat helyett a nyomatéki egyensúly vizsgálata céljából a **hajtónyomatékot**,

$$M_h = F R$$

az

$$\omega = \frac{u}{R}$$

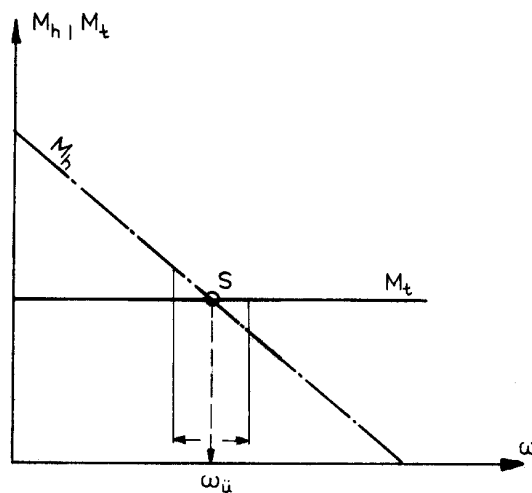
szögsebesség függvényében rajzoltuk meg.

A terhelő nyomaték az emelőgép ideális nyomaték igénye:

$$M_t = M_e$$

A két görbe metszéspontja (153. ábra) az S pont a munkapont, amelyben a rendszer dolgozni fog. Az S pont abszcisszája a gépcsoport **üzemi szögsebességét** (ω_u) jelöli ki.

Ha egy szélroham a rendszert ezen **egyensúlyi állapotából kilendíti**, például **felgyorsítja**, akkor a nagyobb szögsebességhez terhelőnyomaték többlet fog tartozni, amely a rendszert a szélroham elmúltával a munkapontba vissza lassítja.



153. ábra

Fékező hatású szélroham esetén, annak elmúltával, hajtónyomaték többlet lesz, így a rendszer visszagyorsul a munka-pontba. (153. ábra)

Ez a gondolatmenet vezet a **munkapont stabilitásának** kérdéséhez. Az itt vizsgált esetben - gépcsoportok létrehozásakor mindig erre törekszünk - a munkapont **stabilis**. Ha a munkaponttól a növekvő munkasebességek irányába haladva a terhelő jelleggörbe a hajtó jelleggörbe fölé esik, akkor a munkapont stabilis - a rendszer kilendítve visszatér a munkapontba.

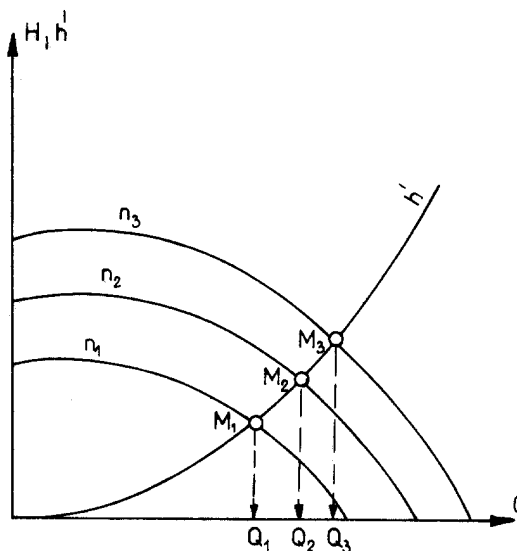
Megjegyezzük végül, hogy a **jelleggörbék összehangolása** sokszor csak **közlőmű** közbeiktatásával lehetséges. Már üzemelő rendszer munkapontját a **jelleggörbék módosításával - szabályozással -** változtathatjuk.

3. Áramlástechnikai gépek jelleggörbéi

Az áramlástechnikai gépek jelleggörbéi közül a dugattyús szivattyú (119. ábra), az örvényszivattyú (121. ábra) és a ventilátor (123. ábra) valóságos jelleggörbéjét ismertük meg. Ez utóbbival kapcsolatban hangsúlyoztuk: ezek a jelleggörbék állandó szögsebesség (fordulatszám) mellett érvényesek.

Mind a szivattyúk, mind a ventilátor egy berendezés (csővezeték) energia igényét fedezi, ilyen értelemben a Δp_0 -Q és H-Q összetartozó pontok erőgép jelleggörbéi.

Tételezzük fel, hogy a 99. ábrán látható SZ jelű szivattyú örvényszivattyú. Az örvényszivattyúból (121. ábra) és csővezetékéből (100. ábra) álló rendszer három munkapontját (M) a 154. ábrán szerkesztettük meg. A három munkapont az örvényszivattyú három fordulatszámahoz tartozik, s bármelyike



154. ábra

fordulatszám szabályozással beállítható. A megfelelő térfogatáramok (Q) az abszcisszán leolvashatók. A munkapontok stabilisak.

B) A rendszertervezés

Az energiát termelő és fogyasztó gépek egyszerű gépcsoportot, illetve rendszert alkotnak, amely rendszer akár több gépcsoportot is magában foglalhat. A rendszert egy **energetikai folyamat** (teljesítményáram) jellemzi. E folyamatnak az egyes gépek **folyamatelemei**. A folyamatelemek kiválasztásához a **jelleggörbe** ismerete szükséges. A folyamat-, vagy rendszertervező mérnök a folyamatelemben lejátszódó fizikai jelenséget nem vizsgálja. A belső jelenség ismerete a folyamat elemeit képező gépeket tervező mérnökök feladata. A rendszertervező mérnök számára a folyamatelem „sötét doboz”, amelyről csak azt kell tudnia, hogy a tervezett rendszerbe beépítve a csatlakozó elemekre milyen hatást gyakorol. Mivel az elemek a többi elemmel való kölcsönhatása a jelleggörbék alapján egyértelműen megítélhető, ezek ismerete elegendő egy energetikai folyamat elvi megtervezéséhez.

II.1

50% - A tankönyv a műegyetemen sok éve oktatott Általános géptan című tantárgyhoz kapcsolódik, így természetesen nincs előzmények nélkül. Támaszkodik Pattantyús Ábrahám Géza utoljára 1983-ban kiadott klasszikus művére (A gépek üzemtana) és a tantárgyhoz az évtizedek alatt írt jegyzetek (Mérések, Példatár) hosszú sorára. A pályázott tankönyv végül is a szerző Általános géptan c. jegyzetének kissé átdolgozott (jobbított) kiadása lenne.

III.1.

A témakör klasszikus műve Pattantyús Ábrahám Géza 1983-ban újra kiadott A gépek üzemtana c. könyve. Az átdolgozás ma is jól használható, de terjedelménél és így áránál fogva a hallgatók számára legfeljebb könyvtárakban elérhető. A kereskedelemben már alig kapható. Oktatási segédanyagként tanszéki munkaközösségek által írt Általános géptan példatár és Gépészmérnöki alpmérések c. jegyzet áll rendelkezésre. Ezek elméleti alapokat alig tartalmaznak. Kovács Attila Általános géptan c. jegyzete alkalmas arra, hogy - kissé átdolgozva - a tantárgy tankönyvévé váljék.

III.2.

Az Általános Géptan tantárgyat a Budapesti Műszaki Egyetemen oktatjuk az elsőéves gépészmérnök hallgatók számára. Mivel alaptárgyról van szó, az egyre szaporodó főiskolai szakokon is oktatjuk, esetleg más címen (Mérnöki alapismeretek). Mindez jelenleg évi 500 hallgatót jelent, akik várhatóan biztos vásárlók. De ehhez feltétlenül hozzászámolandók a témakör iránt érdeklődő - azt vidéki műszaki egyetemeinken és főiskolákon oktató - kollégák is, akik a Pattantyús hagyományt őrzik, illetve továbbfejlesztik.

III.3.

Az előző pontban említettek köre igényli a az Általános géptan c. tankönyv kiadását. A tankönyvnek tekinthető mű a témakörben utoljára 1983-ban jelent meg, ma már gyakorlatilag hozzáférhetetlen az új érdeklődők számára. A jelenleg újra meg újra kiadott jegyzet csak egy szűkebb kör - a BME hallgatói - számára elérhető.

1. sz. melléklet /1

Dr. Kovács Attila 361208

műegyetemi docens

PhD

BME Vízgépek Tanszék

15211 Budapest

1.sz. melléklet /3.

Gépészmérnöki oklevelemet 1960-ban szereztem. Két éves ipari és haminchat éves oktatói gyakorlatom van. Részt veszek az Általános géptan, az Áramlástechnikai gépek és részt vettem a Hajók elmélete, építése, ellenállása és hajtása c. tantárgyak oktatásában. 1968-ban mérnök-tanári oklevelet szereztem.

A térítéses képzésünkhöz kapcsolódóan a fenti tantárgyakat németül és angolul is oktatom.

Fő kutatási területem a szögletes úszótestek ellenállásának vizsgálata. Ezzel a témával 1974-ben egyetemi doktori címet, 1977-ben a műszaki tudományok kandidátusa, és 1995-ben a PhD fokozatot nyertem el.

Tudományos és oktató munkámhoz kapcsolódó témákból számos cikkem jelent meg, és külföldön több előadást tartottam. 4 hónapig dolgoztam a Bécsi

Hajómodell Kísérleti Intézetben. Több mint tíz egyetemi jegyzetet és három könyvet (társszerzőként) írtam.

1.sz. melléklet /4

1. Kovács Attila: Áramlástan alapismeretek. Pattantyús Ábrahám Géza: A gépek üzemtana. Szerkesztette: Dr. Pápai László. Budapest, 1983. Műszaki Könyvkiadó
2. Kovács Attila, Benedek Zoltán: A hajók elmélete. Budapest, 1988. Tankönyvkiadó
3. Kovács Attila: Gépészmérnöki alapismeretek. Budapest, 1985. Tankönyvkiadó
4. Demény Judit, Kovács Attila, Kovács László: Gépészmérnöki alapszámítások. Budapest, 1997. Műegyetemi Kiadó
5. Demény Judit, Kósa Levente, Kovács Attila, Kullmann László: Általános Géptan Példatár Budapest, 1997. Műegyetemi Kiadó
6. Kovács Attila: Általános géptan. Budapest, 1998. Műegyetemi Kiadó
7. Czigány Tibor, Kovács Attila, Molnár László: Gépszerkezetek elemei és gépek üzemtana. Budapest, 1988. Műegyetemi Kiadó

2. sz. melléklet

ELŐSZÓ

I. BEVEZETÉS

- A. A gép és a gépészmérnök
- B. A gépek csoportosítása
- C. A tantárgy kapcsolata más tárgyakkal

II. A FIZIKAI MENNYISÉGEK ÉS KAPCSOLATAIK

- A. A fizikai mennyiségek kapcsolata más fizikai mennyiségekkel
- B. A mértékegység-rendszerek
- C. Néhány gyakran előforduló mennyiség helyes használatáról
 - 1. A tömeg és a súly
 - 2. A szög, szögsebesség és a fordulatszám
 - 3. A munka és a nyomaték
- D. Skalár- és vektormennyiségek
- E. A gépészmérnöki tevékenységet meghatározó alapvető törvények
 - 1. Az anyagmegmaradás törvénye
 - 2. Az energiamegmaradás törvénye
 - 3. az impulzusmegmaradás törvénye

III. A GÉPEK EGYENLETES ÜZEME

- A. Az egyensúly fogalma
- B. A mechanikai munka, mint görbe alatti terület
 - 1. A rugó munkája
 - 2. Vontatás lejtőn
- C. A munkateljesítmény
- D. A hatásfok
 - 1. A fajlagos fogyasztás
 - 2. A teljesítmény szalag
- E. A súrlódás üzemtani szerepe
 - 1. A kötelsúrlódás
 - 2. A gördülőellenállás
 - 3. A csapsúrlódás
 - 4. A súrlódás a fékezés eszköze

F. A mechanikai munka átvitele

1. A vonó-, vagy tolórúd
2. Az állócsiga
3. A mozgócsiga
4. A nyomaték átvitel gépeinek csoportosítása
5. A tengelykapcsolók
6. A szíjhajtás
7. A dörzs- és fogaskerék-hajtás

G. A fordulatszám mérése

1. Fordulatszám-látók
2. Stroboszkópok

H. A forgatónyomaték mérése

1. A Prony-fék
2. A villamos mérleggépek

I. A gép veszteségei és hatásfoka változó terhelésnél

1. A névleges hasznos teljesítmény és a terhelés
2. Állandó veszteség
3. A változó veszteség
4. Különböző gépek állandó és változó veszteségei
5. A terhelés és a hatásfok kapcsolata
6. A hatásfok görbe maximuma

J. Közepes terhelés, átlagos hatásfok

K. Az üzem gazdaságossága

1. Költségek, összköltség, bevétel
2. A változat vizsgálat

IV. A GÉPEK VÁLTOZÓ SEBESSÉGŰ ÜZEME

A. Egyenletesen és egyenlőtlenül változó mozgás

B. A gyorsító erő munkája, a mozgási energia

C. A megállási szakasz, a szabad kifutás

D. A változó forgó mozgás

1. A forgó rendszer tehetetlensége és mozgási energiája
2. A forgó mozgás alapegyenlete

E. A menetábra részletes vizsgálata

F. A centripetális gyorsulás, centripetális erő

G. A munkasebesség egyenlőtlensége

H. A kulisszás hajtómű

I. A forgattyús hajtómű

V. ENERGIAÁTVITEL FOLYADÉKOKBAN

A. A folyadékok csoportosítása

B. A folyadékok műszaki jellemzői

1. Alapvető jellemzők

2. A folytonosság törvénye

3. A nyomás

4. A teljes nyomás skála

C. Erőátvitel nyomott folyadékkal

D. A nyomás mérése

1. Folyadékos nyomásmérők

2. Fémmanométerek

E. A Bernoulli egyenlet ideális folyadékra

F. Veszteségmagasság

1. Áramlási veszteségek csővezetékben

2. A konfúzor

3. A diffúzor

4. Csőív és könyök

5. Az elzáró szerkezetek típusai

6. A szelep

7. A csap

8. A tolózár

G. A csővezeték jelleggörbe

H. A térfogatáram mérése

1. A köbözés

2. A Venturi cső

I. Az entalpia fogalma

1. Az összentalpia

2. A termodinamikai entalpia

3. A Bernoulli entalpia

4. A vízgőz jellemzői

J. Az impulzustétel

1. A sík lapra ható erő
2. A kifolyó sugár reakciója
3. A Borda-Carnot veszteség

VI. A MUNKAGÉPEK NÉHÁNY TÍPUSA

A. Az emelőgépek

1. A villamos üzemű emelőgép
2. A felvonó

B. A szivattyúk

1. Az egyszeres működésű dugattyús szivattyú
2. A folyadékszállítási diagram
3. Az indikátor diagram
4. A kétszeres működésű dugattyús szivattyú
5. A dugattyús szivattyú jelleggörbéje és összehatásfoka
6. Az örvényszivattyú

C. A ventillátor

VII. AZ ERŐGÉPEK ALAPVETŐ TÍPUSAI

A. A vízerőgépek

1. A vízikerék
2. A vízturbinák

B. A hőerőgépek

1. A hőerőmű
2. A kazánok
3. A gőzturbinák
4. A besőégésű motorok

C. Villamos motorok

1. Egyenáramú motorok
2. A váltóáramú villamosenergia hálózat
3. A váltóáramú, háromfázisú, indukciós aszinkron motor

VIII. A GÉPCSOPORT ÜZEME

A. A jelleggörbe

1. Erő- és munkagépek tipikus jelleggörbéi

2. A munkapont

3. Áramlástechnikai gépek jelleggörbéi

B. A rendszertervezés

3. sz. melléklet

Az Általános Géptan című tantárgy az elsőéves hallgatók egyetlen műszaki jellegű tárgya az első oktatási félévben. Nagyon fontosnak tartom, hogy olyan egyetemi tankönyv álljon a hallgatók rendelkezésére, amely a megtanulandó egyetemi tananyag mellett a laboratóriumi méréseket részletesen leírja, és rámutat azokra az alapvető, a mérnöki gondolkodásmódra megtanító ismeretekre, amelyekre a későbbi tanulmányaik során építeni tudnak.

.....

Dr. Kovács László

egyetemi tanár

a műszaki tudomány doktora

Rövid leírás a műről

Ezt a könyvet a Budapesti Műszaki Egyetemen az elsőéves gépészmérnök hallgatók számára ajánljuk. Az Általános géptan című tantárgy tananyagát tartalmazza részletesen. A tantárgy több évtizedes múltra tekint vissza, bevezetése az oktatási programba Pattantyús Ábrahám Gézának, a neves műegyetemi professzornak köszönhető.

A tantárgy sokat változott az idők folyamán, de célja változatlan maradt: a természettudomány alapismereteit tanuló elsőéves hallgatókat megismertetni leendő hivatásukkal. De a könyvet energetikai szemléletű tárgyalásmódja miatt haszonnal forgathatják mind a végzős hallgatók, mind a gyakorló mérnökök is.

A könyv mérnöki szemléletre és gondolkodásmódra nevel. A vázlatkészítés, az elérhető pontosság, a helyes diagram rajzolás kérdésétől a mérnöki tevékenységben nélkülözhetetlen egyszerű mérések (fordulatszám, nyomaték, nyomás) ismertetéséig a gépészmérnöki alapfeladatok gazdag választéka található meg benne.

TÁRGYMUTATÓ

abszolút nyomás	150
akciós elv	219
aknahatásfok	200
aknaveszteség	200
alapegység	15
alapmennyiség	13
állócsiga	56
armatúra	243
anyagmegmaradás	24
átszámítási tényező	20
áttétel	54
bar	146
belsőégésű motor	237
belső energia	182
Bernoulli egyenlet	159
Bernoulli entalpia	184
Borda-Carnot veszteség	192
Bourdon csöves manométer	158
búvárdugattyús szivattyú	202
centripetális erő	125
centripetális gyorsulás	125
csap	172, 173
csapágy	52
csapsúrlódás	52
cseppfolyós folyadék	143
csigahajtás	71
csigaház	212, 214
csillag kapcsolat	248
csőív	170
csőkönyök	170
csőúrlódási tényező	166

csővezeték jelleggörbe	176
csomópont	24
delta kapcsolat	248
diffúzor	170
dimenzió	13
dimenzió egyenlet	14
dinamikus nyomás	215
dízelmotor	240
dörzshajtás	69
dugattyús szivattyú	202, 209, 210
effektív érték	248
egyfázisú rendszer	245
egyenletes körmozgás	125
egyenlőtlenségi fok	130
egyensúly	29
ellensúly	198
emelőgép	195
energia	25, 36, 182
energia megmaradás	25
energiaszalag	26
entalpia	182
erő	22,29
erőgép	10
erőlökés	28
erőnyomaték	21
fajlagos fogyasztás	41
fajlagos hőfogyasztás	41
fázisszög	247
fékezés	53
felvonó	198
fémlemezes nyomásmérő	158
fémmanométerek	158
fizikai mennyiség	13
fogaskerék hajtás	70
folyadékok csoportosítása	143

folyadéknyomásmérők	153
folyadékszállítás	204
folytonosság törvénye	145
fordulatszám	19
fordulatszám mérése	75
forgattyús hajtómű	138
forgómozgás	114, 120
forgóvektor	245
Francis-turbina	226
füstcső	232
fűtőérték	41
geodetikus esés	226
gép	9
gépcsoport	10, 251
gépészmérnök	9
gördülőellenállás	50
gőzfejlesztő	230
gőztermelés	232
gőzturbina	229, 235
gyorsulás	13, 109
gyűrűsszelep	204
háromfázisú rendszer	245
háromszög kapcsolat	248
hatásfok	40, 42, 91, 94, 96, 206, 209
hidraulikai hatásfok	209, 228
hidraulikus erőátvitel	151
hidrosztatikai nyomás	146
hőerőgép	229
hőerőmű	229
ideális folyadék	143
ideális gáz	183
ideális hatásfok	223
impulzus megmaradás	27
impulzustétel	187

indikált középnyomás	237
indikátor diagram	206, 237
instacionárius áramlás	146

járókerék	212, 235
járószék	198
jelleggörbe	251, 255
kazán	230
kazándob	234
kétütemű motor	237
keresztfej	203
kondenzátor	229
konfúzor	168
kontinuitás	145
köbözés	178
költség	100
körfrekvencia	246
kötelerő	48, 58, 65
kötélsúrlódás	48
közlőmű	10
kulisszás hajtómű	131
lánchajtás	69
lángcső	232
lapátozás	221
lassulás	113
Laval turbina	235
légköri nyomás	150
lejtő	35, 108
lendítőkerék	131
lépték	32, 39
lökethossz	138, 203
lökettérfogat	202
menetábra	111, 121
mennyiség	14
mennyiségi egyenlet	14
mérleggép	80
mérőperem	181
mérőszám	14

mértékegység	14
mértékegység egyenlet	20
mértékegység-rendszer	15
módosítás	54
modul	72
mozgási energia	112, 116, 118, 120
mozgásmennyiség	27
mozgócsiga	57
munka	21, 22, 25, 30, 38, 124
munkagép	10, 195
munkapont	253
négyütemű motor	238
nehézségi erőter	17
Newton törvény	107
nyomás	147, 149, 150
nyomásmagasság	164
nyomásveszteség	165
nyomaték	21, 23, 29
önköltség	101
örvényszivattyú	212
összhatásfok	43
össznyomás	215
pályanyomás	44
párolgási hő	187
pascal	146
Pelton turbina	224
porlasztó	239
Prony-fék	78
radián	19
reakciós elv	219
redukált tömeg	118
részhatásfok	43
rostély	230

rostélyfelület	231
rostélyterhelés	232
rugóállandó	34
sebesség	13
sebességmagasság	164
síkszög	19
síkvektor	21
SI mértékegység-rendszer	16
skála	33
skalár	21
stacionárius áramlás	146
statikus nyomás	215
stroboszkóp	77
súly	18
súlyerő	17
súrlódás	43
súrlódási tényező	43
sűrűség	144
szabad kifutás	112, 120
szállítómagasság	201, 208
származtatott mennyiség	13
szelencés nyomásmérő	158
szelep	172, 204
szíjhajtás	64
szivattyú	201, 206, 209, 212
szívómagasság	207
szlip	63, 67
szögelfordulás	115
szöggyorsulás	115
szög mértékegysége	19
szögsebesség	19, 115
tachoszkóp	76
tehetetlenségi nyomaték	117
teljesítmény	37, 40, 83, 124
teljesítmény szalag	42

teljesítménytényező	247
teljesítmény veszteség	40
tengelykapcsoló	60
térerősség	17
térfogatáram	144, 178
terhelés	83, 91, 96
termodinamikai entalpia	183
tiszta gördülés	119
tolózár	172, 175
tömeg	17
tömegáram	24, 144
tömegeloszlás	118
tömegközéppont	18
tömegszámítás	18
túlhevítési hő	187
túlhevítő	234
túlnyomás	150
tüzelőberendezés	230
U csöves manométer	153
út	109
üresjárás	86
vákuum	150
váltószám	21
változó mozgás	109, 114
vektor	21
ventilátor	214
Venturi cső	179
veszteség	86, 87, 89
veszteségmagasság	164, 166
veszteségtényező	165
villamosenergia hálózat	245
villamos motor	242, 248
vízerőgép	219
vízgőz	184
vízikerék	219

