

Műszaki és gazdasági adatok elemzése

2. (papíros) zárthelyi gyakorló feladatok

1. Tudjuk, hogy $M(\xi) = 3$ és $M(\xi^2) = 11$, határozza meg $M(\eta)$ értékét, ha $\eta = (4\xi + 1)^2$!
($M(\eta) = 201$)

2. Határozza meg a sűrűségfüggvény tulajdonságainak alapján a következő sűrűségfüggvényben szereplő a konstans értékét, majd a valószínűségi változó várható értékét! ($a = 3, M(\xi) = 3/4$)

$$\xi \in \left(0, \frac{a}{3}\right), \quad f(x) = ax^2$$

3. Legyen a sűrűségfüggvény:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}x(2-x), & \text{ha } 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{különben} \end{cases}$$

Határozza meg a változó várható értékét és szórását! ($M(\xi) = 1, D(\xi) = 1/\sqrt{5}$)

4. Egy folytonos eloszlású ξ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{5}(1+x), & \text{ha } -1 < x < 0 \\ \frac{4}{15}(3-2x), & \text{ha } 0 \leq x < \frac{3}{2} \end{cases}$$

Írja fel ξ eloszlásfüggvényét!

(Megoldás:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \leq -1 \\ \frac{2}{5}(x+1)^2, & \text{ha } -1 < x < 0 \\ 1 - \frac{1}{15}(2x-3)^2, & \text{ha } 0 \leq x < \frac{3}{2} \\ 1, & \text{ha } x \geq \frac{3}{2} \end{cases}$$

Kis segítség: Az eloszlásfüggvénynek 3/2-ben 1-hez kell tartania, -1-ben pedig 0-hoz! A többi egyszerű algebrai szépítgetésből jött ki. Érdemes ábrázolni is ezeket a függvényeket, hogy lássuk, jellegre rendben vannak e.)

5. Egy folytonos eloszlású ξ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{9}(x-1), & \text{ha } 1 \leq x \leq 4 \\ 0, & \text{egyébként} \end{cases}$$

Határozza meg ξ eloszlásfüggvényét és számítsa ki a várható értékét! Próbálja meg meghatározni az eloszlás mediánját is!

(Megoldás:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \leq 1 \\ \frac{1}{9}(x-1)^2, & \text{ha } 1 \leq x \leq 4 \\ 1, & \text{ha } x > 4 \end{cases}$$

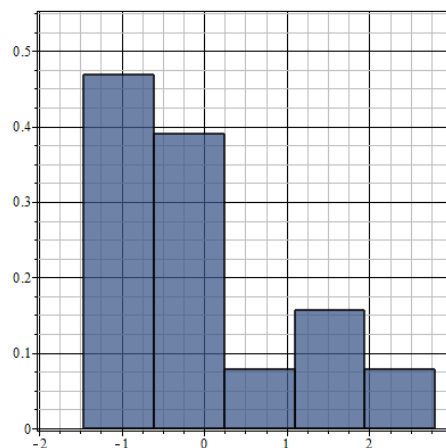
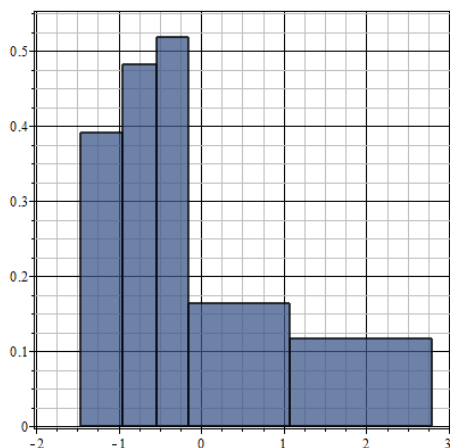
$M(\xi) = 3$. A medián: $F^{-1}(1/2) = 1 + 3\sqrt{\frac{1}{2}} = 3,121$.)

6. Írja fel a hisztogram készítésének lépéseit egy n elemű minta esetén!
7. Rajzoljon egy Box-plotot! Nevezze meg, majd definiálja a Box-plot készítéséhez szükséges mennyiségeket!
8. Egy telefongyártó cég egy felmérést készített, amelyben arra voltak kíváncsiak, hogy a megkérdezett személyek hány ezer forintot fizettek a telefonjukért. Az eredményeket a jobboldali mellékelt táblázat tartalmazza.

Sorszám	Ár (1000 Ft)
1	4
2	6
3	10
4	12
5	12
6	23
7	24
8	38
9	40
10	51
11	55
12	60
13	60
14	87
15	90
16	120

- a. A táblázat alapján készítsen hisztogramot a telefonért fizetett összegekről!
- b. Értelmezze a kapott eredményt!

9. Az alábbi két hisztogram 15 elemű minta alapján készült, amelyek egy $N(0,1)$ eloszlásból származnak. Az első esetben a tanult hisztogram-készítési módszert alkalmaztuk, míg a másodikban az intervallumokat egyenlő szélességűre vettük. Olvassa le mindkét grafikon segítségével a $[-0.5, 1.5]$ intervallum gyakoriságát (nem szükséges pixel pontosan)! A hisztogram alakja alapján melyik reprezentálja pontosabban az adatokat és miért?



10. Milyen mennyiség mondja meg, hogy két változó között van-e lineáris kapcsolat? A jelölések magyarázatával írja fel a képletet, és magyarázza meg az értelmezését!
11. Írja fel a tapasztalati korrelációs együttható képletét, definiálja a jelöléseket! Mire vonatkozóan ad információt ez a mennyiség, és hogyan?
12. Kénvegyületekben gazdag környezetben betonból készült csatornacső korróziójának egyik lehetséges okozója baktériumok által termelt kénsav. Fontos ismerni a korrózió sebességét, hogy meg tudjuk becsülni a csövek élettartamát. Az alábbi táblázat tartalmazza különböző élettartamú (t) csövekben a korrodálódott anyag vastagságát (d). Mindkét mennyiség hibával terhelt; a csövek beépítésének időpontját nem jegyezték fel pontosan, így csak közelítés ~év pontossággal, az elhasználódott felület vastagsága pedig nem egyenletes a cső kerületének mentén. Illesszen egyenest egy alkalmas módszerrel az adatokra! ($d = at + b$, $a = 4,21$, $b = -0,32$)

t (év)	1	5	2	7	3	8
d (mm)	4,1	21,2	8,4	30,1	11,8	31,9

13. Egy megfelelő módszer segítségével illessze a megadott pontokra (ahol az x tengelyt nem terheli hiba) a következő függvényt: $f(x) = ax^2$. ($a = 3,59$)
Majd határozza meg az illesztés jóságát! ($R^2 = 0,999773$)

x	y
2	16
4	60
9	290

14. Italpalackozó automata által az egyes palackokba töltött üdítőital térfogatának 40 elemű minta alapján megállapított átlaga 246 cm^3 . Hosszabb időn át végzett megfigyelések azt mutatták, hogy a gép $\sigma = 8 \text{ cm}^3$ -es szórással dolgozik. Feltehető, hogy az egyes palackokba kerülőital mennyisége normális eloszlást követ. Állítson fel az adatok alapján a várható értékére 95%-os szignifikancia szintű konfidencia-intervallumot! (A bal oldali táblázat tartalmazza a Standard normális eloszlás inverzének értékeit.)

x	$\Phi^{-1}(x)$
0,95	1,644854
0,96	1,750686
0,97	1,880794
0,975	1,959964

15. A műjégpálya felújítása során a jég hőmérsékletét egy mérőponton többször feljegyezték (jobb oldali táblázat). A mérésekről feltehetjük, hogy eloszlásuk normál eloszlást követ. Állítson fel az adatok alapján a várható értékére 95%-os szignifikancia szintű konfidencia-intervallumot! A szórást nem tekintjük ismertnek. (A bal oldali táblázat tartalmazza a Student-eloszlás inverzének értékeit. $p=95\%$, szabadsági fok: $f=n-1$).

f	λ_{st}
2	4,3026
3	3,1824
4	2,7764
5	2,5705

$T[^\circ\text{C}]$
-1,6
-1,5
-1,9
-1,7

16. A piacon elcseréltük a kecskénket 7 darab égis-érő paszuly magra. A teljesen megbízhatónak tűnő árus azt mondta, hogy a paszulyok magassága normál eloszlást követ, de nem mondta meg, hogy várhatóan mekkorák lesznek. A kihajtott paszulyaink átlagos magassága 2578 méter, a korrigált tapasztalati szórássuk pedig 50 m. Tudjuk, hogy az arany tojást tojó tyúkot egy 2600 m-en lévő közepes magasságú felhőn tartják. Bele esik-e ez a magasság a megadott adatok alapján a 95%-os szignifikancia szinthez tartozó konfidencia intervallumba (válaszát indokolja számítással)? A táblázat tartalmazza a Student-eloszlás inverzének értékeit ($p=95\%$, szabadsági fok: $f=n-1$).

f	λ_{st}
6	2,446
7	2,364
8	2,306
9	2,262