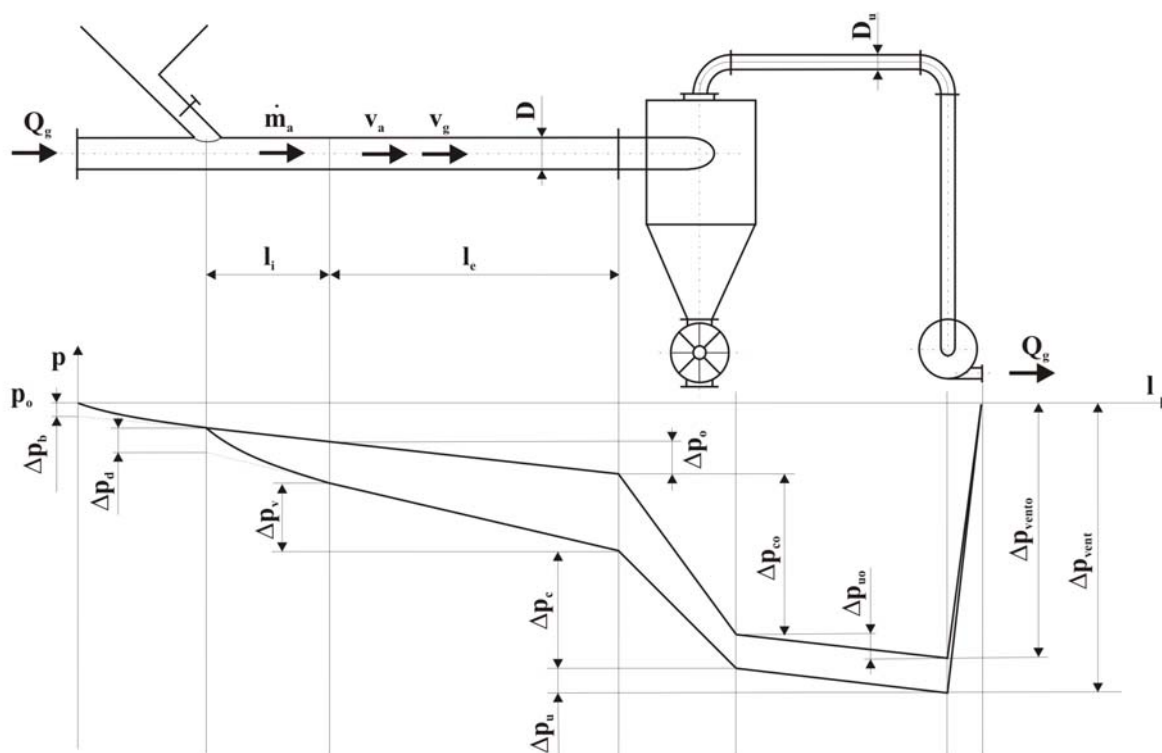


## 2. Hígáramú anyagszállítás

### 2.1. Az anyagszállítás közben jelentkező ellenállás

Anyagszállítás közben a szállítócső nyomásesése ( $\Delta p_v$ ) nagyobb, mint a változatlan gázsebességhez tartozó  $\Delta p_o$  üresjárási nyomásesés, amint azt egy szívóüzemű pneumatikus szállítóberendezés vízszintes szállítócsöve mentén a 2.1. ábrában megrajzolt hossz menti nyomáseloszlás görbék mutatják.



2.1. ábra

Az anyagfeladás helyétől kiindulva a szállítócsőben két szakaszt lehet kijelölni. Az „ $l_i$ ” hosszúságú szakaszban (indító szakasz) a csőbe beadagolt anyagszemek az állandó gázáramban felgyorsulnak és az „ $l_e$ ” hosszúságú csőszakaszban a közel egyenletes szállítási állapotra jellemző „ $v_a$ ” átlagos anyagszállítási sebességgel mozognak. A szemek felgyorsításához szükséges nyomásesést az ábrában „ $\Delta p_d$ ” jelöli.

Az anyagszállításkor jelentkező nyomásesés számítására ismeretesek empirikus módszerek, amelyek elsősorban a vízszintes egyenletes szállítás közelítő ellenállásának meghatározására alkalmasak.

#### 2.1.1. Közelítő számítási módszerek

Gasterstädt gabonával vízszintes egyenes  $D=95\text{mm}$  átmérőjű szállítócsőben végzett kísérleti kutatásai alapján [1] a nyomásesések arányát

$$\pi = \frac{\Delta p_v}{\Delta p_o} \quad (2.1)$$

Az alábbi tapasztalati képlettel fejezi ki:

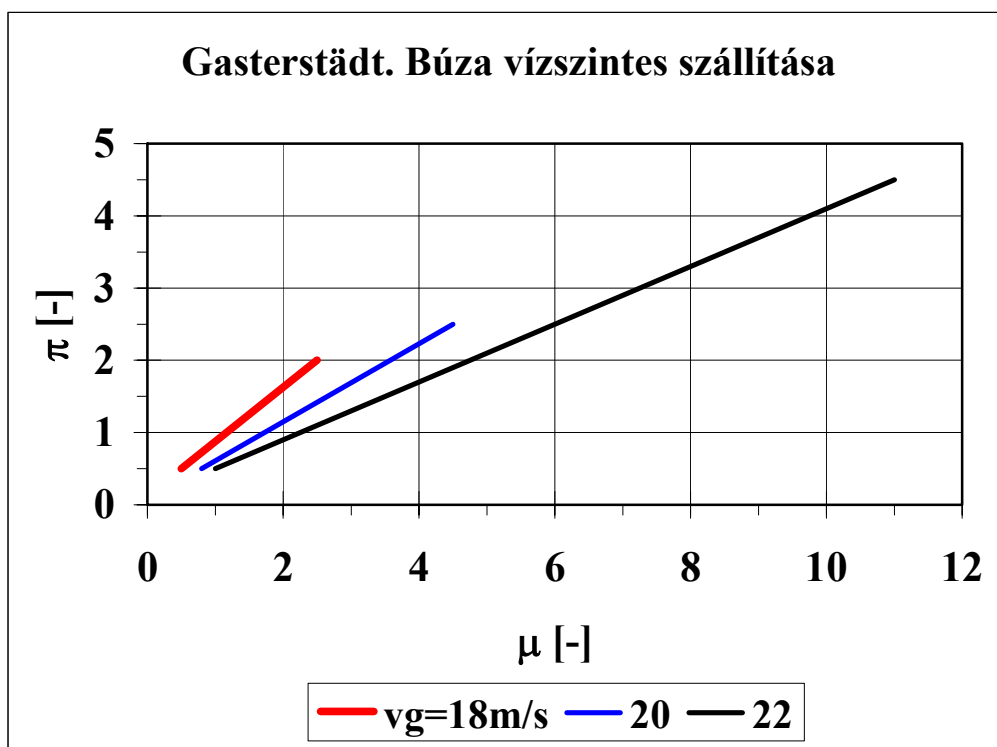
$$\pi = 1 + k_G \mu \quad (2.2)$$

ahol  $\Delta p_v$  a vízszintes, egyenes „L” hosszúságú csőben egyenletes anyagszállításkor jelentkező nyomásesés

$\Delta p_o$  az „L” hosszúságú csővezetékben az anyagszállítással azonos gázsebességnél jelentkező üresjárási nyomásesés

$\mu = \dot{m}_a / \dot{m}_g$  a keverési arány

$k_G$  a Gasterstädt-féle állandó, amelynek nagysága Gasterstädt szerint vízszintes, egyenletes gabonaszállításra (ha a légsebesség  $v_g > 15 \text{ m/s}$ ) a csőátmérőtől függetlenül  $k_G = 0.3$



2.2. ábra

Az üresjárási nyomásesés helyettesítésével a 2.2 összefüggés a következő alakra hozható:

$$\Delta p_v = \pi \Delta p_o = \lambda \frac{L}{D} \frac{\rho_g}{2} v_g^2 (1 + k_G \mu) \quad (2.3)$$

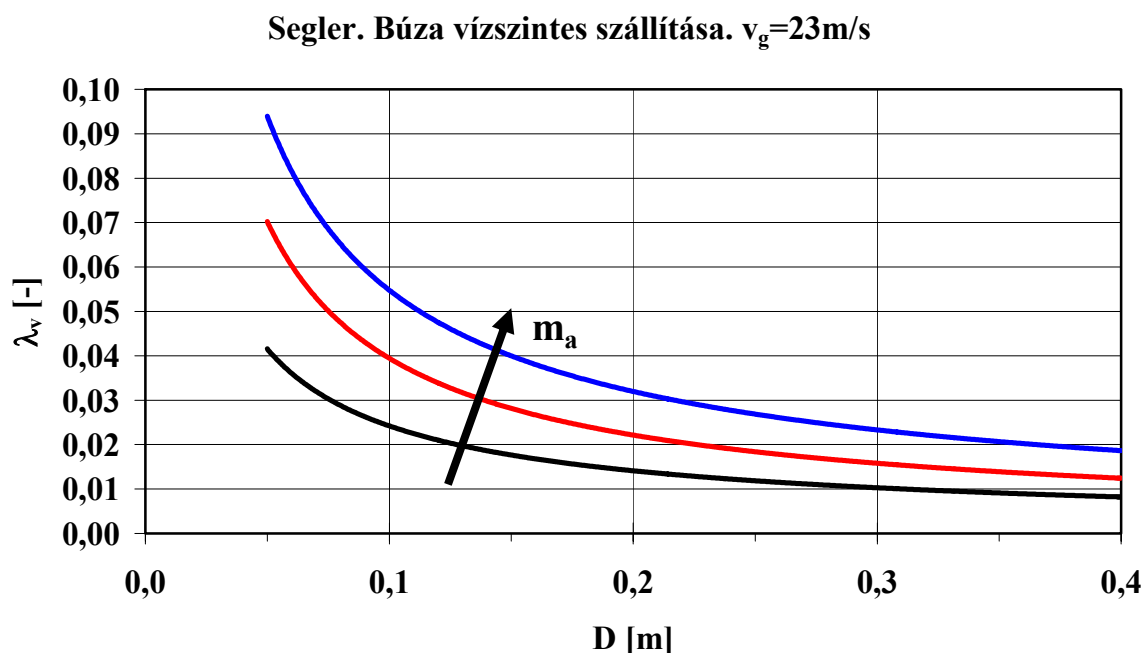
A nyomásesés megnövekedése úgy is magyarázható, hogy az anyagszállítás a csősúrlódás tényezőjét növeli, azaz vízszintes egyenletes szállításra:

$$\lambda_v = \lambda (1 + k_G \mu) \quad (2.4)$$

Vízszintes egyenletes szállítás esetén tehát a nyomásesés:

$$\Delta p_v = \lambda_v \frac{L}{D} \frac{\rho_g}{2} v_g^2 \quad (2.5)$$

Ezt az eljárást követi Segler [2], aki különféle paraméterekhez tartozó „ $\lambda_v$ ” csősúrlódási tényezőket a csőátmérő függvényében görbeseregek alakjában adja meg. Ilyen görbesereg látható a 2.3. ábrán, mely  $v_g=23\text{m/s}$ -os gázsebességre vonatkozik és gabona különböző szállítóteljesítményeihez tartozó „ $\lambda_v$ ” értékeit mutatja a csőátmérő függvényében:



2.3. ábra

A Gasterstädt-féle elmélet klasszikus egyszerűsége ellenére sem elégítheti ki a műszaki gyakorlat igényeit, mert nem írja le szabatosan a jelenség lefolyását.

A Gasterstädt-féle „állandó” értéke Segler és mások mérési eredményei szerint – nem lehet független a cső átmérőjétől, sem a szállított anyag jellemzőitől. Az elmélet tehát ezen a téren is kiegészítésre szorul. Segler empirikus diagramjának hibája, hogy egyféle anyag (pl.: gabona) szállítása esetében is a számításhoz diagramseregre van szükség. A 2.3. ábrán közölt „ $\lambda_v$ ” értékek gabona vízszintes egyenletes szállítása és csak  $v_g=23\text{m/s}$  légsebesség esetében használhatók. Más sebesség, vagy pl. függőleges szállításkor is más-más diagram ismerete szükséges.

Barth [24], [25] és munkatársai [6], [7] a szállítás során fellépő „ $\Delta p_j$ ” járulékos nyomásesést fejezik ki a „ $\Delta p$ ” teljes nyomásesés és a „ $\Delta p_o$ ” üresjárási nyomásesés különbségeként:

$$\Delta p_j = \Delta p - \Delta p_o \quad (2.6)$$

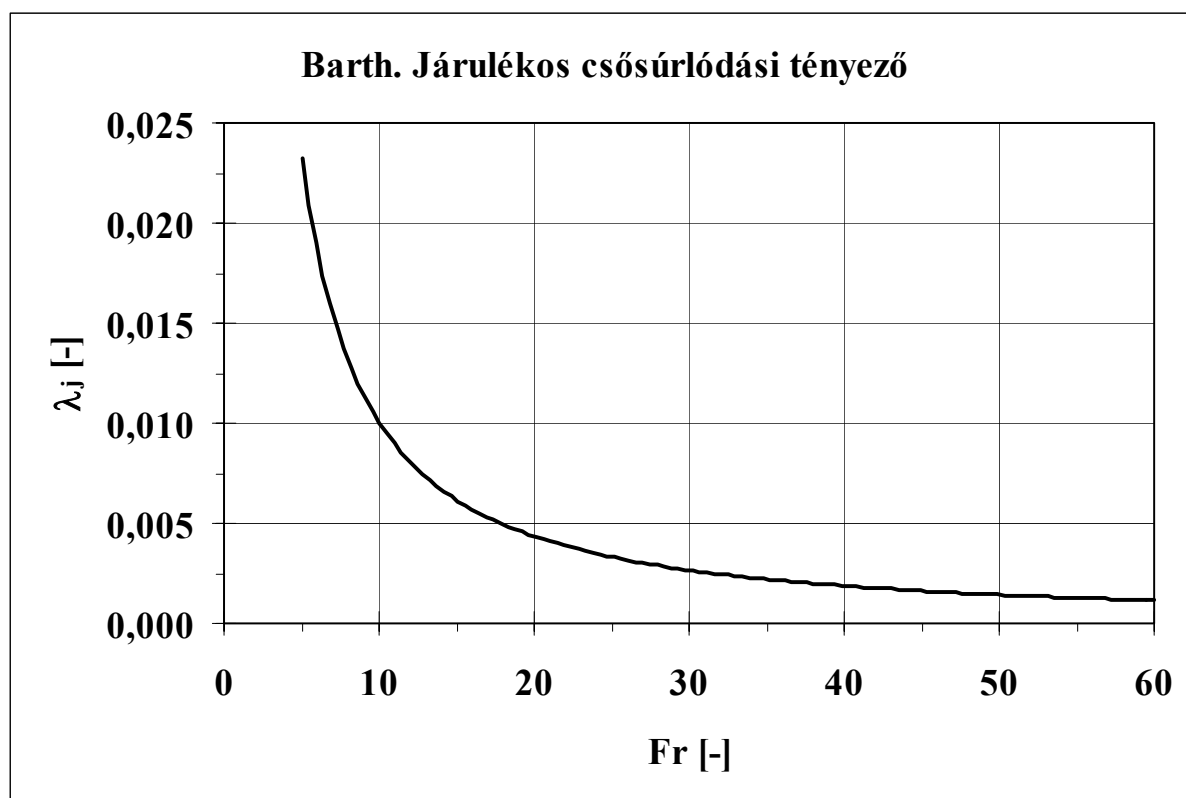
A vízszintes egyenletes szállítás (azaz  $\Delta p = \Delta p_v$ ) „ $\Delta p_{jv}$ ” járulékos nyomásesését „ $\lambda_j$ ” járulékos csősúrlódási tényező segítségével javasolják a következő módon számolni:

$$\Delta p_{jv} = \lambda_j \frac{L}{D} \frac{\rho_g}{2} v_g^2 \mu \quad (2.7)$$

A járulékos csősúrlódási tényező értékeit – anyag fajtánként – Froude szám függvényében adják meg. A Froude számot a gázsebesség és a csőátmérő segítségével a következő összefüggéssel értelmezzük:

$$Fr = \frac{v_g}{\sqrt{Dg}} \quad (2.8)$$

Gabona szállítására vonatkozó járulékos csősúrlódási tényező értéket mutat a 2.4. ábra



2.4. ábra

A Barth-féle „λ<sub>j</sub>” tényező a 2.4. összefüggés felhasználásával a tiszta levegő áramlására vonatkozó „λ” csősúrlódási tényezővel az alábbiak szerint kifejezhető:

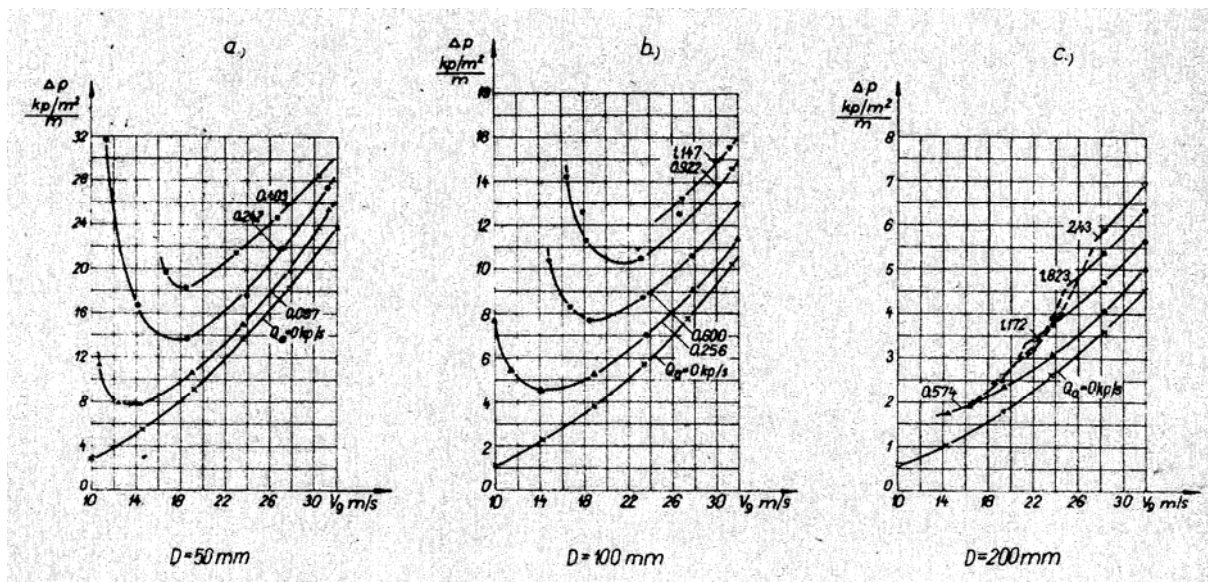
$$\lambda_j = k_G \lambda \quad (2.9)$$

Hibája, hogy a „λ<sub>j</sub>” tényezővel való számoláskor a 2.7. összefüggés szerint a keverési aránnyal arányos nyomásesést feltételező formulával kell dolgoznunk.

A keverési arány – üzemviszonyokat ugyan jól érzékeltet – de a csőben kialakuló áramképre nem jellemző, mert a csőben – mint láttuk – az egyidejűleg jelen levő anyag-levegő arány nem a keverési arálynak felel meg.

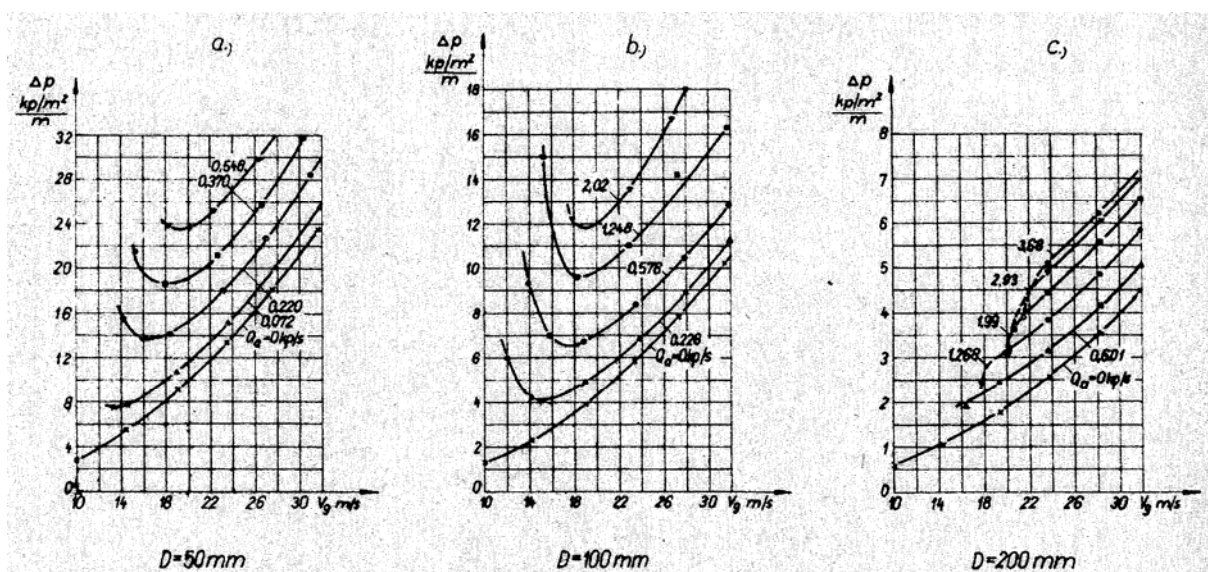
Óriási mérési anyag feldolgozása után Siegel [8] nem találta „ $\lambda_j$ ” alkalmazását általánosíthatónak.

Vízszintes egyenletes szállítás során Siegel [8] által mért nyomáscsökkenési értékeket mutatnak a 2.5.-2.10. ábrák különféle szemes anyag szállításának esetében.

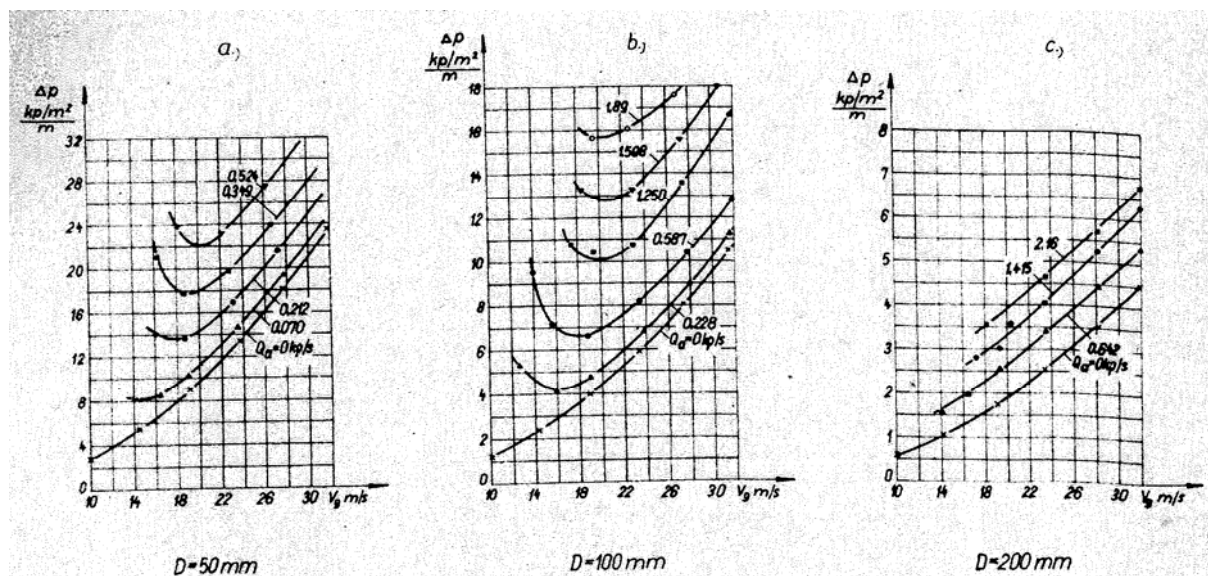


2.5. ábra. Szarvaskalep mag vízszintes egyenletes szállításakor a hosszegységre jutó nyomáscsökkenés a légsebesség függvényében. Paraméter a szállítóteljesítmény

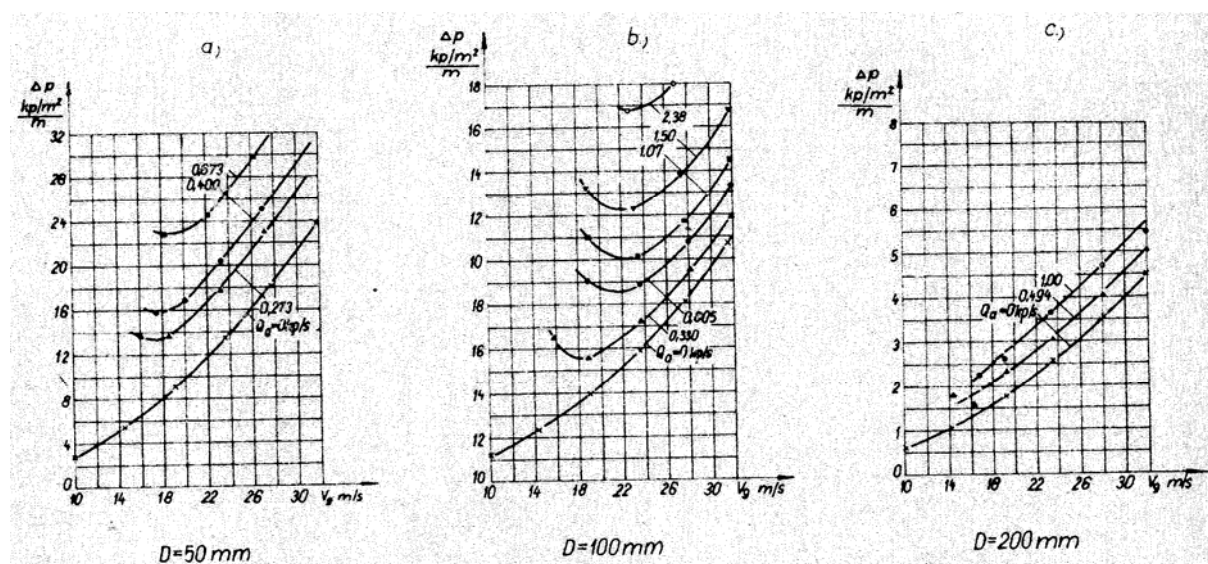
A diagramok vízszintes tengelyén a „ $v_g$ ” levegő sebessége, a függőleges tengelyen a „ $\Delta p/L$ ” hosszegységre eső nyomáscsökkenés [ $\text{kp/m}^2/\text{m}$ ] mértékegységben látható a paraméter a szállítóteljesítmény, azaz az „ $m_a$ ” anyag tömegáram [ $\text{kg/s}$ ] mértékegységben. Minden ábrán sorrendben  $D=50\text{ mm}$ ,  $D=100\text{ mm}$  és  $D=200\text{ mm}$  átmérőjű csőben végzett mérési eredmények vannak.



2.6. ábra. Búza vízszintes egyenletes szállításakor a hosszegységre jutó nyomáscsökkenés a légsebesség függvényében. Paraméter a szállítóteljesítmény

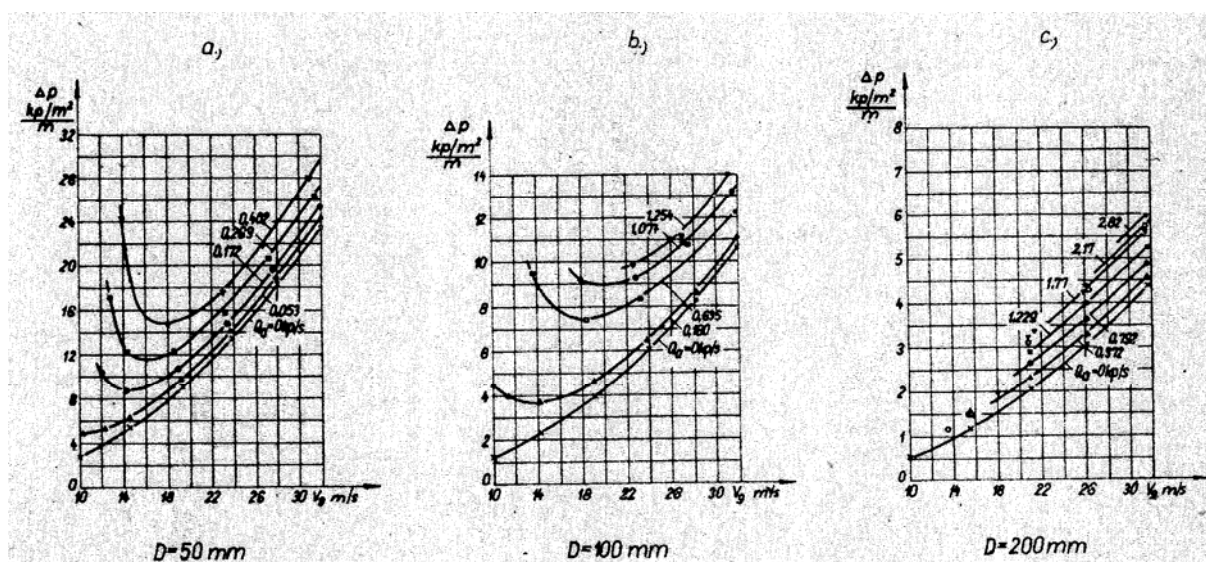


2.7. ábra. Bükkyön vízszintes egyenletes szállításakor a hosszegységre jutó nyomásesés a légsebesség függvényében. Paraméter a szállítóteljesítmény

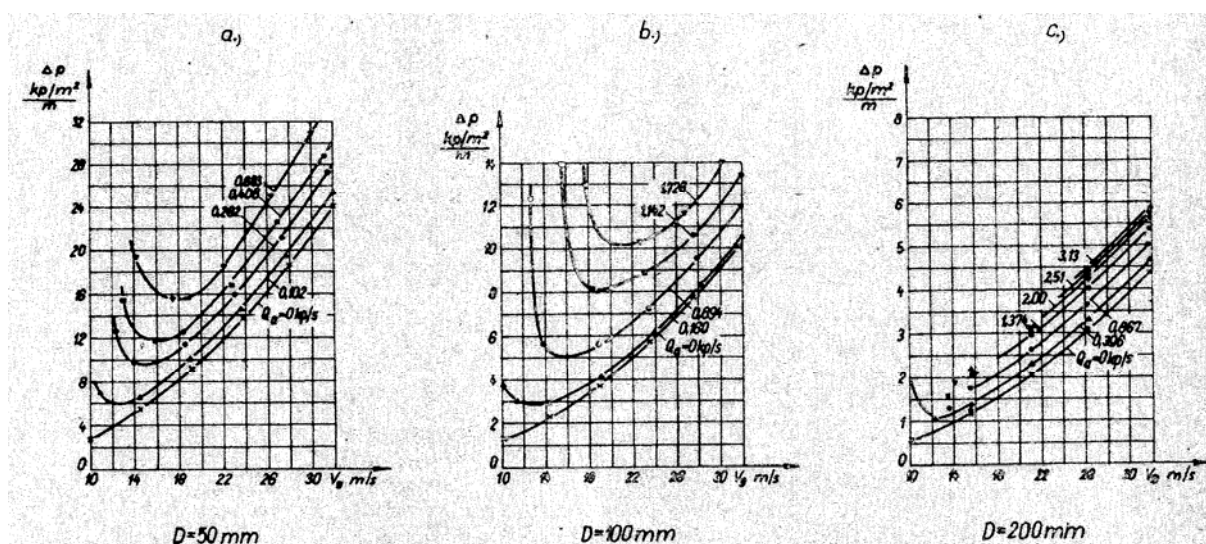


2.8. ábra. Bab (lóbab) vízszintes egyenletes szállításakor a hosszegységre jutó nyomásesés a légsebesség függvényében. Paraméter a szállítóteljesítmény





2.9. ábra. Polisztirol granulátum (finom szemcsés) vízszintes egyenletes szállításkor a hosszegységre jutó nyomásesés a légsebesség függvényében. Paraméter a szállítóteljesítmény



2.10. ábra. Polisztirol granulátum (durva szemcsés) vízszintes egyenletes szállításkor a hosszegységre jutó nyomásesés a légsebesség függvényében. Paraméter a szállítóteljesítmény

A szállított anyagok jellemzőit a 2.1. táblázat tartalmazza:

2.1. táblázat

	Szarvaskelep mag	Búza	Bükköny	Bab	Polisztirol granulátum	
					finom	durva
$d_o$ [mm]	1.14	4.0	3.44	6.1	1.02	2.7
$\rho_a$ [kg/m <sup>3</sup> ]	1420	1380	1390	1390	1070	1070
$w_o$ [m/s]	5.05	8.4	9.7	13.6	3.75	6.5

A Siegel által publikált óriási mérési anyag – melynek csak kis része látható a 2.5.-2.10. ábrákon – azt is mutatja, hogy a pneumatikus szállítás üzemi jellemzői nagy mértékben függenek a szállított anyagféleség tulajdonságaitól.

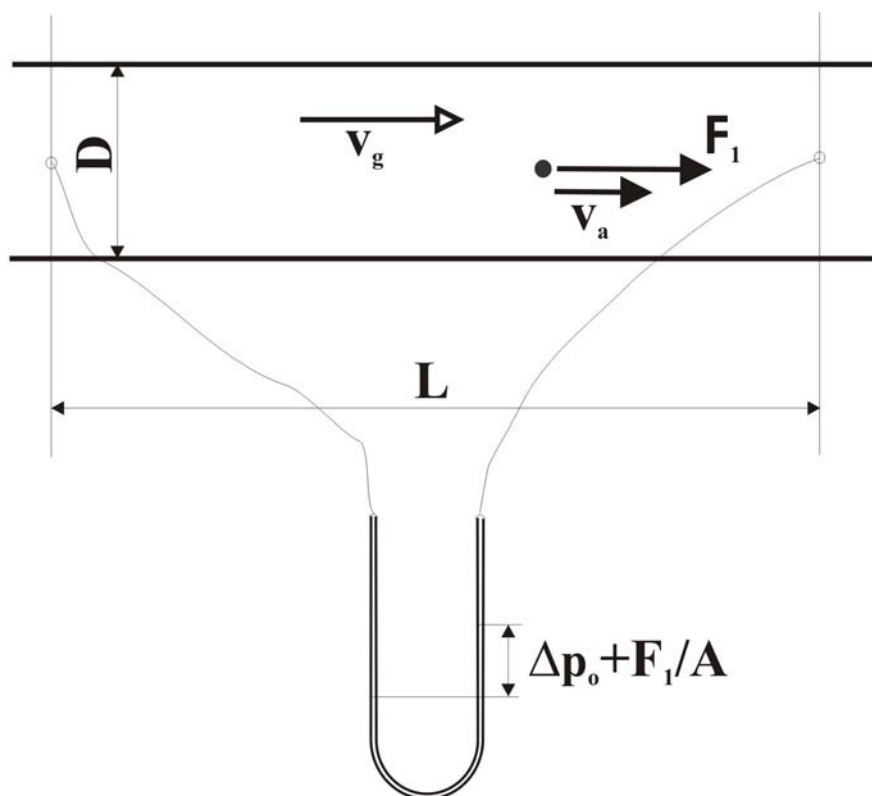
### 2.1.2. A nyomásesések számítása a szemcsékre ható erők alapján [26]. (A nyomásesések összegző módszere)

A pneumatikus anyagszállítással kapcsolatos jelenségek fizikai alapjainak vizsgálata ahhoz az eredményhez vezetett, hogy az anyagszállításkor jelentkező nyomásesés a szállítócső „ $\Delta p_o$ ” üresjárású nyomásesésének és a szállított anyag jelenléte miatti „ $\Delta p_j$ ” járulékos, többlet nyomásesés összegéből adódik, azaz:

$$\Delta p = \Delta p_o + \Delta p_j \quad (2.10)$$

A nyomásesés megnövekedése a vizsgált csőszakaszban tartózkodó anyagszemcsékre ható erők következménye. Ezen erők hatására az üresjárásban lévő cső súrlódási nyomásesésén túl az anyagszállítás közben többlet-nyomásesés tapasztalható.

Könnyen igazolható ez a jelenség pl. szélcsatorna kísérlettel. Ha egy szélcsatornában „ $v_g$ ” sebességű légáram létrehozásához a csatorna végei között „ $\Delta p_o$ ” nyomáskülönbségre van szükség (lásd a 2.11. ábrát), mely a levegő és a csatorna falai közötti súrlódási veszteségeket fedezi, akkor a csatornában egy vizsgált test (pl. gömb) elhelyezése után változatlan légsebesség esetében a nyomásesés megnő.

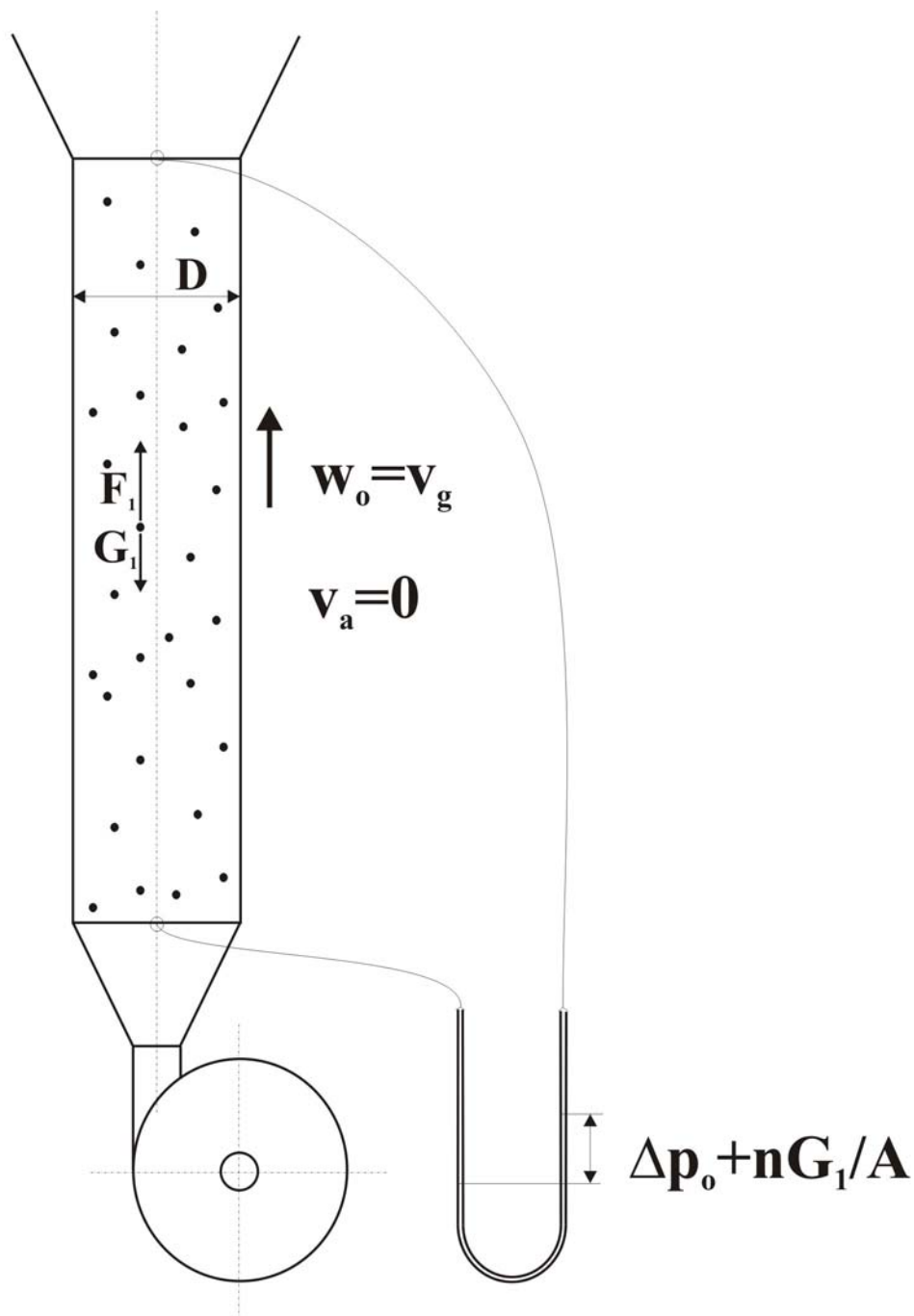


2.11. ábra

Amennyiben a vizsgált testre ható „ $F_1$ ” aerodinamikai erőt (pl.: aerodinamikai mérleggel) meg is mérjük, könnyen kiszámíthatjuk a nyomásesés megnövekedését, mint a mérleggel meghatározott erő és a csatorna keresztmetszetének hányadosát ( $F_1/A$ ). A gömb légellenállásának mérésekor a csatorna végei között jelentkező nyomásesés két nyomásesés összegeként jelentkezik:



$$\Delta p = \Delta p_o + \frac{F_1}{A} \quad (2.11)$$



2.12. ábra

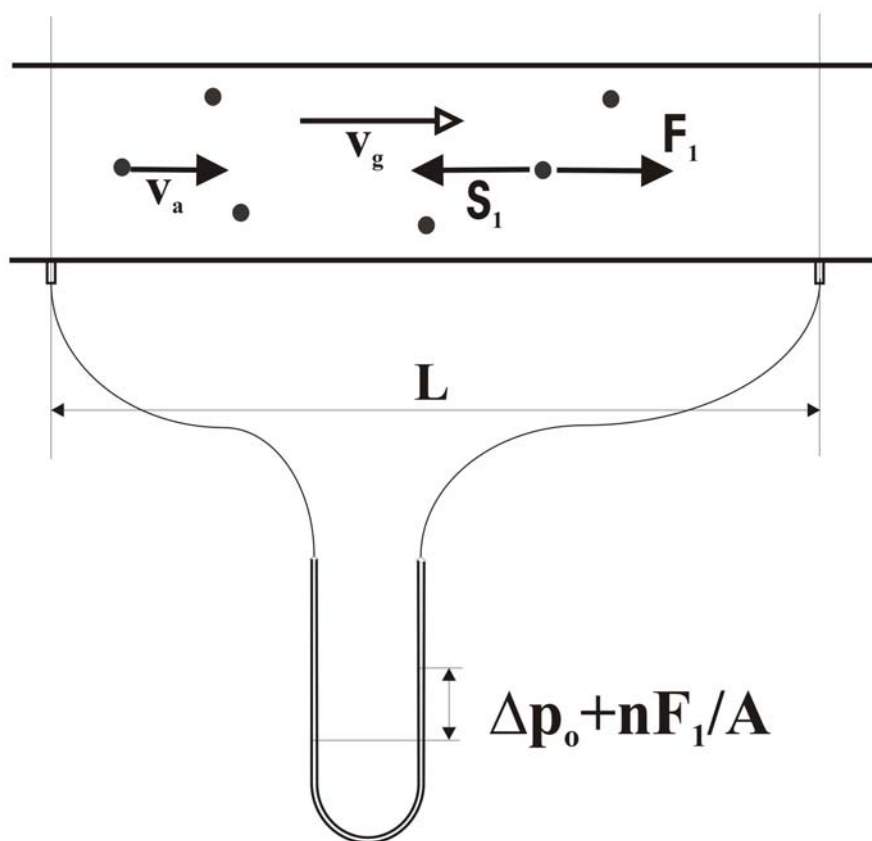
Hasonló helyzet adódik, amikor a 2.12. ábrán látható függőleges csőszakaszban olyan levegő sebességet állítunk elő, amelynek nagysága éppen megegyezik a csőbe helyezett szemcsék lebegtetési sebességével, azaz a beállított  $v_g = w_o$  sebességű légáramban a szemek álló helyzetben lebegnek, azaz az anyagsebesség értéke  $v_a = 0$ . Ebben a helyzetben a „ $v_g$ ” sebességű légáram csősúrlódásából adódó „ $\Delta p_o$ ” nyomáscsökkenésén túl többlet nyomás jelentkezik, ha a csőben anyagszemeket lebegtetünk. A lebegtetéskor jelentkező többletnyomás a lebegtetett anyag súlyának és a lebegtető berendezés keresztmetszetének

hányadosa. Ha tehát „n” darab „G1” súlyú szem van a lebegtető csatornaszakaszban, a jelentkező nyomásesés:

$$\Delta p = \Delta p_o + \frac{nG_1}{A} \quad (2.12)$$

A fenti két példa azt mutatja, hogy egy csőben, csatornában az üresjárási nyomásesés változatlan értéke mellett, ha a berendezésben még testek is találhatók és a légáram ezekre erőt gyakorol, a keletkező aerodinamikai erők hatása többletnyomásban jelentkezik, függetlenül attól, hogy milyen erő tart egyensúlyt az aerodinamikai erővel (a szélcsatorna esetében a mérleg kötélerei, a lebegtető berendezésben a súlyerő tartott az aerodinamikai erővel egyensúlyt).

Ehhez hasonló helyzet alakul ki pneumatikus szállítás esetében is. A 2.13. ábra egy vízszintes helyzetű pneumatikus szállítócsövet mutat, melyben az anyagszemek már az egyenletes üzemállapotnak megfelelő „ $v_a$ ” sebességgel mozognak.



2.13. ábra

A vizsgált „L” hosszúságú csőszakaszban „n” darab szem van. Minden egyes szemre hat az „ $S_1$ ” jelű szállítást gátló fékező ellenálláserő és a vele egyensúlyt tartó „ $F_1$ ” jelű aerodinamikai erő, mely itt az egy szemre ható előrehajtó erőt jelenti. Ezzel az „L” hosszúságú vízszintes egyenes cső nyomásesése anyagszállítás közben:

$$\Delta p_v = \Delta p_o + \Delta p_{jv} \quad (2.13)$$

ahol „ $\Delta p_o$ ” a szállítás közben kialakulóval azonos gázsebességnél adódó üresjárási nyomásesés, „ $\Delta p_{jv}$ ” a szállításkor vízszintes egyenes csőben az anyag jelenléte miatt jelentkező járulékos többletnyomás. Értéke az egyes szemekre ható erőkől:

$$\Delta p_{jv} = \frac{n F_1}{A} = \frac{n S_1}{A} \quad (2.14)$$

Mindezek azt az elvet támasztják alá, hogy a szállítás folyamán jelentkező nyomásesés az üresjárási és a szállításkor fellépő többlet-nyomásesés összege. „ $\Delta p_{jv}$ ” a szállítás és a szállítóberendezés műszaki jellemzőitől ( $m_a$ ,  $v_g$ ,  $D$  és az anyagfajta jellemzőitől) függ, amely meghatározható a szemre ható aerodinamikai és a visszatartó erő ismeretében. A meghatározás részletes leírását a következő fejezet tartalmazza.

Az erőhatások a szállított anyagfajtától függően jelentősen különbözőek lehetnek. Pl.: nagy szemcséjű anyagnál az aerodinamikai hajtóerő a relatív sebesség négyzetével, apró szemcsés illetve poros anyagok esetén a relatív sebességgel lineárisan változik; kemény, rugalmas szemcsékből álló anyag esetében a visszatartó erők ütközésből és emelésből, puha anyag szállításánál súrlódásból és emelésből adódnak. Fentiek következtében a többlet-nyomásesés számítására alkalmas összefüggések különböző alakúak és az egyidejűleg ható többféle visszatartó erő miatt csak több részből számítható a vízszintes egyenletes szállítás járulékos nyomásesése.

Pneumatikus szállítás során a leggyakoribb esetben (szemcsés kemény anyag, mint pl. búza, homok, szénpor, stb.):

$$\Delta p_{jv} = \Delta p_{\bar{u}} + \Delta p_e \quad (2.15)$$

A járulékos nyomásesés tehát a szemcsék „ $\Delta p_{\bar{u}}$ ” ütközéséből és „ $\Delta p_e$ ” emeléséből adódik. Számításuk (A levezetéseket a következő fejezet tartalmazza):

$$\Delta p_{\bar{u}} = k_{\bar{u}} \frac{L}{D} \frac{m_a v_a}{A} \quad (2.16)$$

$$\Delta p_e = k_e L \frac{m_a g}{A v_a} \quad (2.17)$$

A nyomásesések számítási módját a 7. példa mutatja be.

#### 7. példa

Egy  $D=95\text{mm}$  átmérőjű vízszintes egyenes csőben  $\dot{m}_a=3.5\text{t/h}$  búza pneumatikus szállításkor a szállítógáz sebessége  $v_g=23\text{m/s}$ , sűrűsége  $\rho_g=1.2\text{kg/m}^3$ . Az indító szakasz után elhelyezkedő  $L=30\text{m}$  hosszú csőben jelentkező nyomásesés (vagyis az egyenletes szállításkor jelentkező nyomásesés):

a.) *Gasterstädt módszere szerint:*

Az üresjárási csősúrlódási tényező  $\lambda=0.0167$ , mellyel az üresjárási nyomásesés:

$$\Delta p_o = \lambda \frac{L}{D} \frac{\rho_g}{2} v_g^2 = 0.0167 * \frac{30}{0.095} * \frac{1.2}{2} * 23^2 = 1674 Pa$$

A szállító levegő tömegáram  $A = D^2 \pi / 4 = 0.095^2 \pi / 4 = 0.007088 m^2$  cső keresztmetszettel:

$$\dot{m}_g = A \rho_g v_g = 0.007088 * 1.2 * 23 = 0.1956 kg/s$$

A keverési arány:  $\mu = \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_g} = \frac{3.5/3.6}{0.1956} = 4.97$

A vízszintes csőben anyagszállítás közben a nyomáscsökkenés a 2.3 összefüggéssel és  $k_G=0.3$  értékkel:

$$\Delta p_v = \Delta p_o (1 + k_G \mu) = 1674 * (1 + 0.3 * 4.97) = 4170 Pa$$

(Más csőátmérőben történő szállításhoz Gasterstädt módszere nem alkalmazható, mert „ $k_G$ ” értéke csak a fenti csőátmérőre áll rendelkezésre.)

*b.) Segler módszere szerint:*

A Segler [2] publikációjából származó  $\lambda_v=0.0385$  érték felhasználásával a 2.5. összefüggéssel az alábbi nyomáscsökkenés adódik:

$$\Delta p_v = \lambda_v \frac{L}{D} \frac{\rho_g}{2} v_g^2 = 0.0385 * \frac{30}{0.095} * \frac{1.2}{2} * 23^2 = 3859 Pa$$

*c.) Barth módszere szerint:*

Először a Froude szám számítandó. Ez 2.8 szerint:

$$Fr = \frac{v_g}{\sqrt{Dg}} = \frac{23}{\sqrt{0.095 * 9.81}} = 23.8$$

Ehhez a Froude számhoz tartozó járulékos csőúrlódási tényező (a 2.4 ábrából):  $\lambda_j=0.0028$ . Ezzel a vízszintes egyenletes szállítás járulékos nyomáscsökkenésére 2.7. szerint:

$$\Delta p_{jv} = \lambda_j \frac{L}{D} \frac{\rho_g}{2} v_g^2 \mu = 0.0028 * \frac{30}{0.095} * \frac{1.2}{2} * 23^2 * 4.97 = 1395 Pa$$

A teljes nyomáscsökkenés a vízszintes egyenletes szállítás folyamán:

$$\Delta p_v = \Delta p_o + \Delta p_{jv} = 1674 + 1395 = 3069 Pa$$

*d.) Siegel mérései szerint* a 2.5.b ábrából (azaz  $D=100mm$ -es csőre  $\dot{m}_a = 0.95 kg/s$  szállítóteljesítményhez interpolálva  $L=1m$  esetében:  $\Delta p_{vI}=9.5 kp/m^2 \approx 93 Pa$ . A

$D=95\text{mm}$ -es csőátmérőre ez jó közelítéssel az átmérők négyzetével fordítottan arányos, így  $\Delta p_{vI}=103\text{Pa}$ , és  $L=30\text{m}$ -es csőben

$$\Delta p_v = 30 \cdot 103 = 3090\text{Pa}$$

e.) A nyomásesések összegző módszere szerint az üresjárási nyomásesés az a.)-ban látott számítás szerint

$$\Delta p_o = 1674\text{Pa}$$

Az anyagszállítási többlet-nyomásesés 2.15, 2.16 és 2.17 szerint búzára vonatkozó  $k_{ii}=0.0015$  és  $k_e=0.25$  értékekkel:

$$\begin{aligned} \Delta p_{jv} &= \Delta p_{ii} + \Delta p_e = k_{ii} \frac{L}{D} \frac{\dot{m}_a v_a}{A} + k_e L \frac{\dot{m}_a g}{A v_a} = 0.0015 \cdot \frac{30}{0.095} \cdot \frac{3.5/3.6 \cdot 15.4}{0.007088} + 0.25 \cdot 30 \cdot \frac{3.5/3.6 \cdot 9.81}{15.4 \cdot 0.007088} = \\ &= 1001 + 655 = 1656\text{Pa} \end{aligned}$$

A „ $v_a$ ” anyagsebesség számított ill. méréssel ellenőrzött értéke  $15.4\text{m/s}$ .

A vízszintes csőben a teljes nyomásesés:

$$\Delta p_v = \Delta p_o + \Delta p_{jv} = 1674 + 1656 = 3330\text{Pa}$$

Mint a fenti számpéldából látható, ezek a szakirodalomból vett számítási módszerek a vízszintes egyeneses szállítás nyomásesésére csak közel azonos értéket mutatnak. Gasterstädt módszere csak durva, első közelítésre alkalmas, mert a „ $k_G$ ” tényező  $0.3$  értéke nem általánosítható, az anyagfajtán kívül a csőátmérőtől is függ. Másrészt pedig – ha „ $k_G$ ” értékeit táblázatosan, vagy diagramból kivehetően ismernénk – akkor is bizonytalan eredményre vezethet, mert a segítségével kiszámítható „ $\Delta p_v$ ” érték az üresjárási nyomáseséssel arányos. Ha tehát pl. a csőfal érdességének változása miatt az üresjárási nyomásesés pl.  $25\%$ -kal megváltozik, a Gasterstädt módszerével számított „ $\Delta p_v$ ” is ugyanilyen arányban változást mutat. A mérések tanúsága szerint viszont az üresjárási nagyobb vagy kisebb értéke (pl.: rozsdás cső vagy üzem közben simára kopott cső) az anyagszállításkor fellépő többletnyomást nem befolyásolja.

Segler módszerének az a nehézsége, hogy bonyolult mérési eredményekből nyert diagramsereg szükséges az alkalmazásához. A 7. példában azért választottuk a  $v_g=23\text{m/s}$  értéket, mert erre vonatkozó diagram állt rendelkezésre. Az empirikus úton nyert „ $\lambda_v$ ” értékek nem általánosíthatók.

A Barth féle módszer hibája, hogy az általa javasolt Froude szám nem rendezi a különböző üzemviszonyok esetére a „ $\lambda_f$ ” értékét, amint azt Siegel nagyszámú mérésével ki is mutatta.

Siegel mérései és diagramjai a valós képet mutatják. Alkalmazásának nehézsége, hogy csak a mérési tartományban használható, tehát csak  $50$ ,  $100$ , és  $200\text{mm}$ -es csőátmérőben és a közölt [8] diagramok alapján.

A 7. példa a számítási módszerek összehasonlítása alapján rámutat arra, hogy általánosításra alkalmas számítási módszer szükséges és erre az erőhatásokból kiinduló, nyomásesés

összegző [26] módszer alkalmas. Ez utóbbi módszer előnye, hogy segítségével az anyagsebesség is kiszámítható, amire pedig a nyomásesések valódi értékének kiszámításánál feltétlenül szükség van.

## 2.2. Vízszintes egyenletes szállítás közben fellépő nyomásesés és a sebességviszonyok kapcsolata

A szemcsére ható hajtóerő és visszatartó erő viszonya a 2.2. összesítő táblázat alapján áttekinthető:

2.2. táblázat

Hajtóerő $F_I$				Visszatartó erő $F_{\text{mozgást gátló}}$	
Newton	Stokes	átmeneti állapot	ütközés	súrlódás	emelés
$\sim w^2$	$\sim w$		$F_{I\bar{u}}$ $\sim v_a^2$	$F_{Is}$ $\sim m_I g$	$G_I$ $\sim m_I g$

Az aerodinamikai hajtóerő nagy szemcsék esetében (levegőben történő szállításnál  $d_o > 1\text{mm}$ ) Newton tartományban a relatív sebesség négyzetével (az 1.53 összefüggés szerint), egészen kis szemcsék esetében ( $d_o < 0.05\text{mm}$ ) a Stokes tartományban (az 1.51 összefüggés szerint) a relatív sebességgel egyenesen arányosan változik, vagy a súrlódási erő ill. emelő erő esetén a sebességtől független.

Az egyes szemekre ható hajtóerő és ellenálláserő fajtája egyértelműen megszabja a sebességviszonyokat és a szállítócsőben jelentkező járulékos többletnyomás kialakulását. Az alábbiakban néhány jelentősebb esetet részletesen bemutatunk.

a.) Newton féle hajtóerő és ütközésből származó visszatartó erő

$$F_I = C_e \frac{d_o^2 \pi}{4} \frac{\rho_g}{2} w^2 \quad (2.18)$$

$$F_{I\bar{u}} / L = \xi \frac{m_{Ia} v_a^2}{2} \quad (2.19)$$

ahol a hosszegységre eső visszatartó erőt – ütközések következményének tekintve, de folyamatosan hatónak feltételezve, úgy értelmezhetjük, hogy annak hatására két ütközés közötti távolságnak megfelelő hosszúságú csőben a szemek elvesztik a cső tengelyének irányába eső mozgási energiájuk „ $\xi$ ” részét, ha ezt az „ $F_I$ ” hajtóerő munkája nem fedezné. Ez az energiavesztés a visszatartó erők munkájával egyenlő és a hajtóerő munkája pótolja, azaz

$$\frac{L}{D} \xi \frac{m_{Ia} v_a^2}{2} = L F_I \quad (2.20)$$

Itt „ $m_{Ia}$ ” egy szem tömege,  $\frac{m_{Ia} v_a^2}{2}$  egy szem mozgási energiája.

A visszatartó erők munkájának felírásakor „ $L$ ”-lel szoroztunk, mert egy adott csőben az ütközések száma – vagyis az energiaveszteség „ $L$ ”-lel arányos. A „ $D$ ” csőátmérővel viszont osztottunk, mert különböző átmérőjű csőben szállításkor az ütközési úthossz (két szomszédos ütközés távolsága) az átmérővel fordítottan arányos.

A hajtóerő és az ellenálláserő munkájának egyensúlyából az anyagsebesség és a relatív sebesség kapcsolata közvetlenül számítható:

$$\frac{1}{D} \xi \frac{m_{1a} v_a^2}{2} = C_e A_o \frac{\rho_g}{2} w^2 \quad (2.21)$$

Az állandók összevonásával

$$w^2 = K v_a^2 \frac{1}{D} \quad (2.22)$$

ahol „ $K$ ” a szállított szem és a szállító gáz jellemzőit tartalmazó állandó, amely kifejezhető az „ $m_{1a}$ ” tömegű szem „ $w_o$ ” lebegési sebességével is

$$K = \frac{\xi m_{1a}}{A_o C_e \rho_g} = \xi \frac{w_o^2}{2g} \quad (2.23)$$

A relatív és az anyagsebesség kapcsolata tehát:

$$w = v_a \sqrt{K/D} \quad (2.24)$$

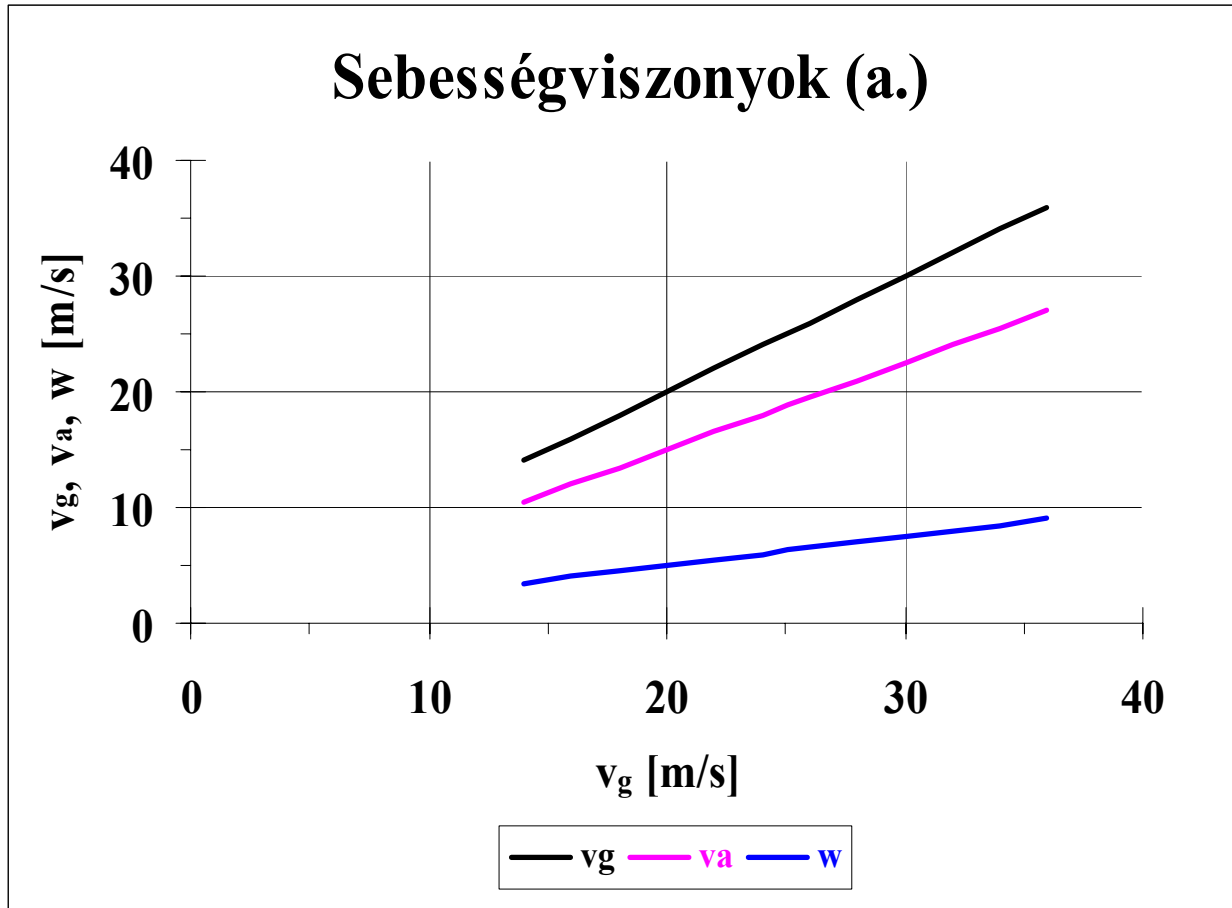
A gyakorlat számára használhatóbb a  $v_a(v_g)$  és a  $w(v_g)$  sebességek közötti függvénykapcsolat, melyet az 1.69 és 2.24 összefüggések felhasználásával kaphatunk:

$$v_a = \frac{1}{1 + \sqrt{K/D}} v_g \quad (2.25)$$

$$w = \frac{\sqrt{K/D}}{1 + \sqrt{K/D}} v_g \quad (2.26)$$

A 2.42-2.45 összefüggések lineáris sebességkapcsolatot, vagyis a szlip állandóságát mutatják (lásd a 2.14. ábrát). A szlip értéke, illetve a sebességek arányát kifejező „ $K$ ” összevont állandó nagysága csak a szállított szem és a szállító gáz jellemzőitől függ.





2.14. ábra. Sebességviszonyok, ha a hajtóerő a relatív sebesség négyzetével változik és az ellenállás-erő ütközésből adódik

Az anyagszállításkor az ütközések következtében jelentkező többletnyomás kifejezhető, mint az „L” hosszúságú csőben lévő „n” db szemre ható visszatartó erők összege, osztva a cső keresztmetszetével és figyelembe véve, hogy az ütközések száma fordítottan arányos a csőátmérővel:

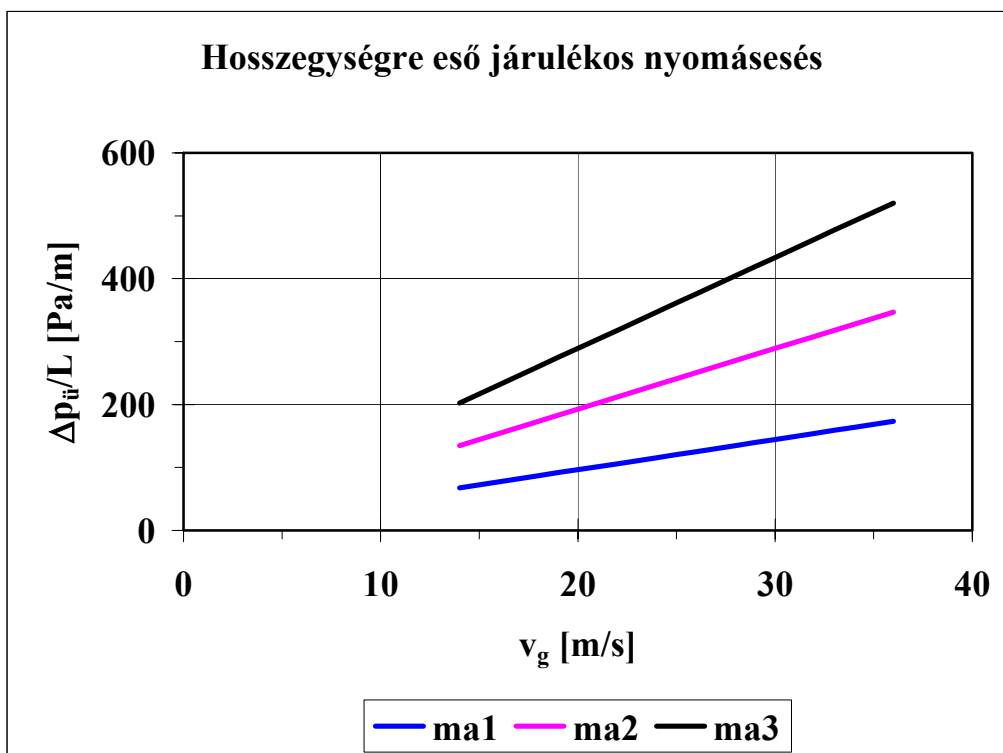
$$\Delta p_{\bar{u}} = \frac{n F_{1\bar{u}}}{AD} \quad (2.27)$$

Az „L” hosszúságú csőben lévő „n” db szem kifejezhető a „q<sub>a</sub>” folyóméter-tömeggel, illetve az anyag tömegárammal és anyag sebességgel

$$n = L \frac{q_a}{m_{1a}} = L \frac{\dot{m}_a}{v_a m_{1a}} \quad (2.28)$$

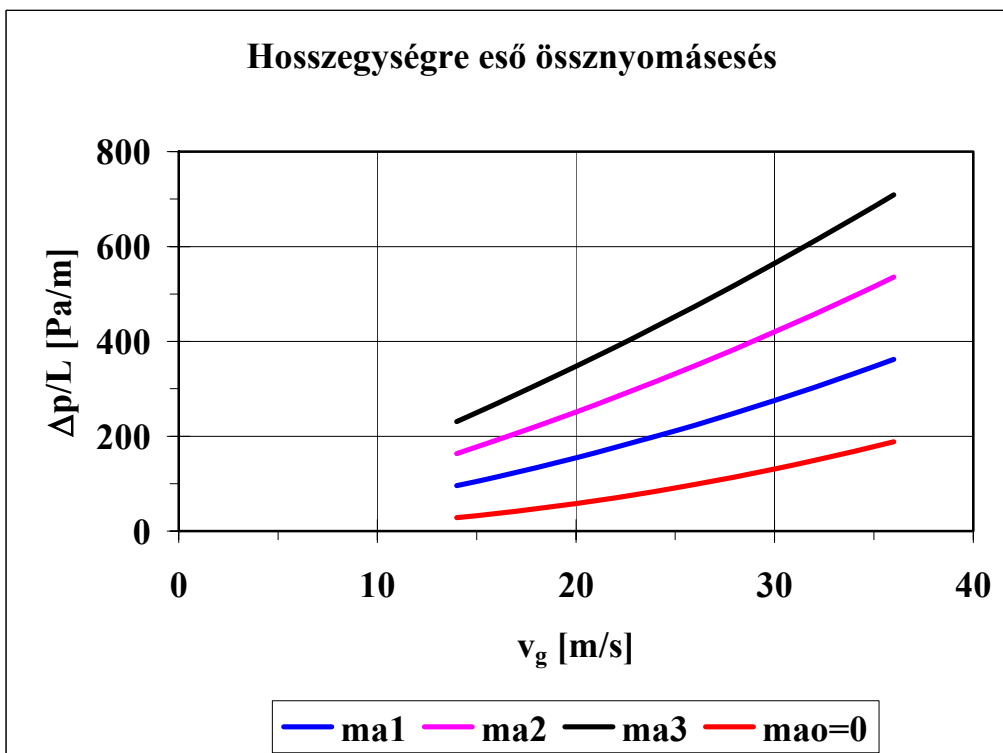
$$\Delta p_{\bar{u}} = k_{\bar{u}} \frac{L}{D} \frac{m_a v_a}{A} \quad (2.16)$$

ahol a  $k_{\bar{u}} = \xi/2$  összefüggés az ütközési tényező és az energiaapadási tényező közötti kapcsolatot mutatja. Erre az a.) esetre vonatkozó hosszegységre eső járulékos nyomásesések alakulását mutatja a 2.15. ábra.



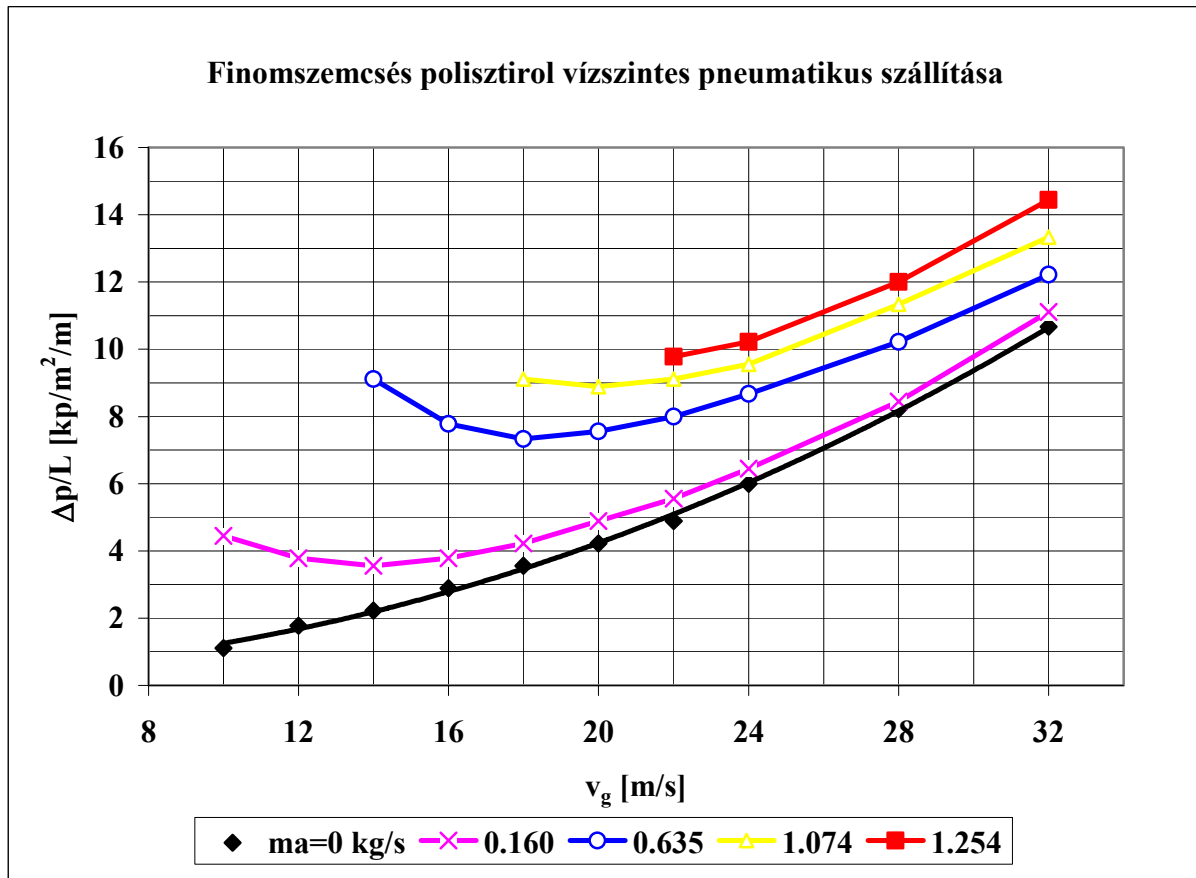
2.15. ábra. Hosszegységre eső járulékos nyomásesés ütközésből származó ellenállás-erő esetén. (Vízszintes egyenletes szállítás)

A hosszegységre eső össznyomásesést a 2.16. ábra mutatja



2.16. ábra. Hosszegységre eső össznyomásesés ütközésből származó ellenállás-erő esetén. (Vízszintes egyenletes szállítás)

Összehasonlításként a 2.17. ábrában bemutatjuk a finomszemcsés polisztirol Siegel mérései [8] alapján készített hosszegységre eső össznyomáskeresés görbeseregét. Paraméter: az anyag tömegáram



2.17. ábra. Finomszemcsés polisztirol Siegel mérései [8] alapján készített hosszegységre eső össznyomáskeresés görbeserege. Paraméter: az anyag tömegáram

b.) Newton féle hajtóerő és súrlódásból származó visszatartó erő

$$F_1 = C_e \frac{d_o^2 \pi}{4} \frac{\rho_g}{2} w^2 \quad (2.18)$$

$$F_{1s} = k_s m_{1a} g \quad (2.29)$$

Itt „ $k_s$ ” a súrlódási tényező. Ez az eset durva szemcsés ( $d_o > 1\text{mm}$ ), puha anyag szállításánál fordul elő. A szemcsék a csőfalról nem pattannak vissza, hanem hosszan csúsznak rajta. Nagy keverési arányú szállításnál is előfordulhat, amikor a nagy koncentráció a sűrű anyagáram miatt még a rugalmas szemek sem tudnak a cső falától eltávolodni, kénytelenek a falon végigcsúszni.

A sebességek kapcsolatát itt is az erők egyensúlyából ( $F_1 = F_{1s}$ ) számíthatjuk:

$$C_e \frac{d_o^2 \pi}{4} \frac{\rho_g}{2} w^2 = k_s m_{1a} g = k_s C_e \frac{d_o^2 \pi}{4} \frac{\rho_g}{2} w_o^2 \quad (2.30)$$

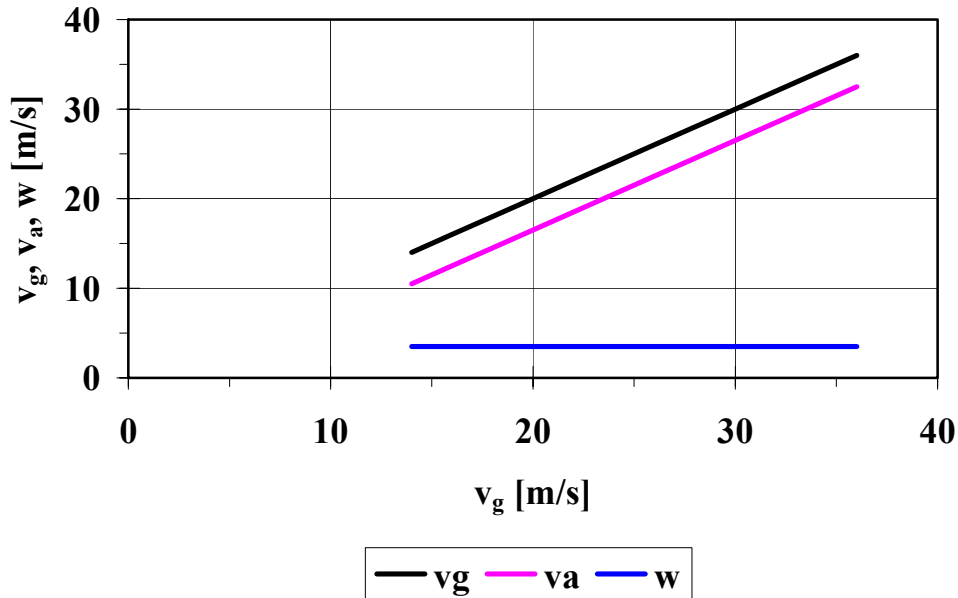
$$w = \sqrt{k_s} w_o = \sqrt{k_s} \sqrt{\frac{2 m_{la} g}{A_o C_e \rho_g}} = \sqrt{k_s} \sqrt{\frac{4 \rho_a g}{3 \rho_g C_e}} d_o = \text{állandó} \quad (2.31)$$

A relatív sebesség tehát a szem és a szállító gáz jellemzőitől függő állandó. Az anyagsebesség tehát erre az esetre a következő összefüggéssel fejezhető ki:

$$v_a = v_g - w = v_g - \text{állandó} \quad (2.32)$$

A 2.18. ábra mutatja a 2.31. - 2.32. összefüggéseknek megfelelő sebesség függvénykapcsolatokat.

### Sebességviszonyok (b.)



2.18. ábra. Sebességviszonyok, ha az ellenállás súrlódó erő

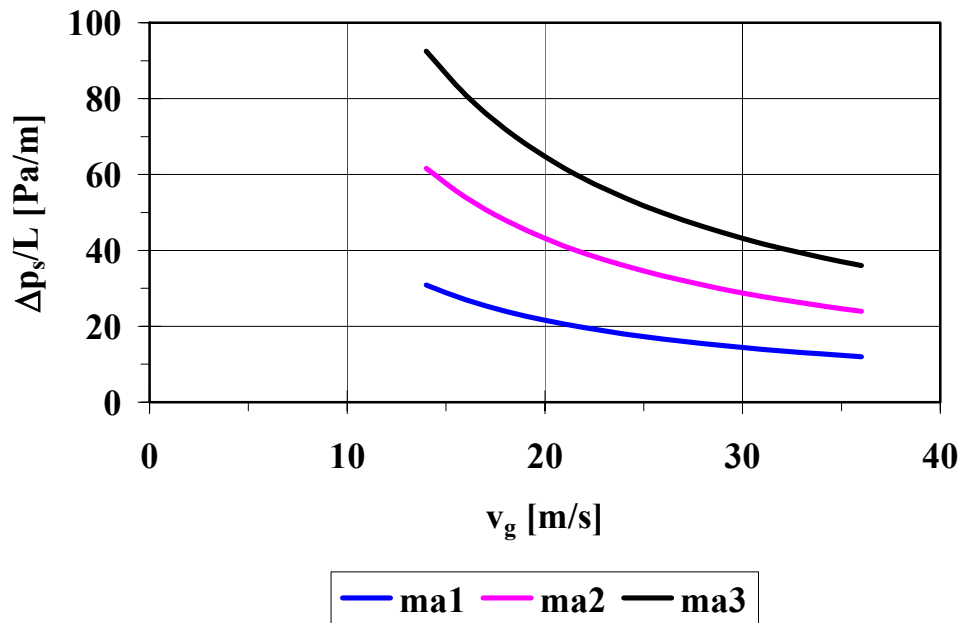
A súrlódás okozta szállítási többletnyomás alakulása:

$$\Delta p_s = k_s L \frac{m_a g}{A_{v_a}} \quad (2.33)$$

A 2.19. ábrán bemutatott hosszegységre eső szállítási többletnyomás alakulása hasonló az anyag súlyának emeléséhez szükséges nyomáseséshez. Az össznyomásesés az üresjárási nyomásesés és a szállítási többletnyomás szuperponálásaként a 2.20. ábrán látható.

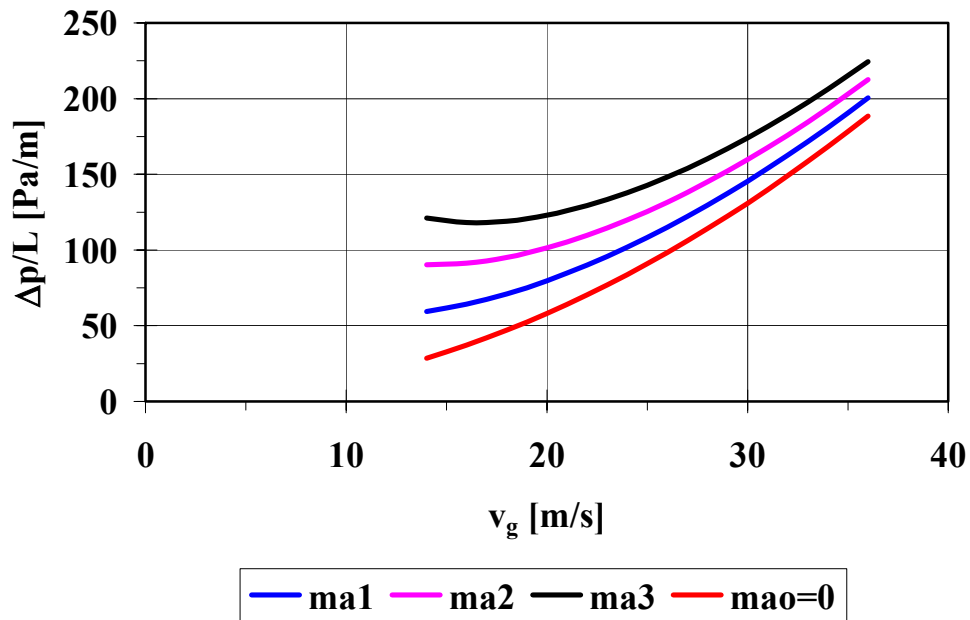
Első ránézésre ellentmondásosnak látszik, hogy a szállító levegő sebességének növekvő értékeinél ebben az erőegyensúlyban a teljes nyomásesés egyre közelebb kerül az üresjárási nyomáseséshez, de éppen a fenti levezetés értelmezi és a szállítási kísérletek igazolják ezt a tendenciát.

### Hosszegységre eső járulékos nyomásesés



2.19. ábra. Hosszegységre eső járulékos nyomásesés, ha az ellenállás súrlódó erő.

### Hosszegységre eső össznyomásesés



2.20. Hosszegységre eső össznyomásesés, ha az ellenállás súrlódó erő.

c.) Stokes féle hajtóerő és súrlódásból származó visszatartó erő

$$F_e = 3\pi \mu_g d_o w \quad (1.51)$$

$$F_{1s} = k_s m_{1a} g \quad (2.29)$$

Ezek az erőhatások elsősorban aprószemcsés anyag nagy keverési arányú, azaz sűrűáramú pneumatikus szállítás során tapasztalható, de puha anyag hígáramú pneumatikus szállításakor is előfordulhat.

Az erőegyensúlyból ( $F_I = F_{1s}$ ) számítható a sebességek kapcsolata:

$$3\pi \mu_g d_o w = k_s m_{1a} g \quad (2.34)$$

A relatív sebesség kifejezésével és gömbszemcse esetén:

$$w = \frac{k_s m_{1a} g}{3\pi \mu_g d_o} = \frac{k_s \frac{d_o^3 \pi}{6} \rho_a g}{3\pi \mu_g d_o} = \frac{k_s \rho_a g}{18\pi \mu_g} d_o^2 = \text{állandó} \quad (2.35)$$

A relatív sebesség tehát ebben az esetben is a szállított anyag és a szállító gáz jellemzőitől függő állandó (lásd a 2.18. ábrát).

A szállítási többlet nyomásesést a visszatartó erőkből a *b.)-ben* látottakkal azonosan számolhatjuk, értéke tehát most is a 2.33. összefüggésből adódik, a hosszegységre eső nyomásesések lefolyása pedig a 2.19.-2.20. ábrákkal szemléltethető.

*d.) Emeléshez szükséges nyomásesés*

Pápai [26] szerint vízszintes csőben is emelni kell a szemeket, mert enélkül nem maradnának egyenletes szállítási állapotban. Az emeléshez szükséges nyomásesés alakulása a súrlódási nyomáseséshez hasonló:

$$\Delta p_e = k_e L \frac{m_a g}{A v_a} \quad (2.36)$$

*e.) Együttesen jelentkező nyomásesések*

Laboratóriumi mérésekkel igazolt részletes vizsgálatok [27] azt mutatják, hogy az *a.) – d.)* pontokban felsorolt nyomásesések közül némelyek együttesen lépnek fel.

Hígáramban pattogva szállítás esetében tehát a szállítócső nyomásesése egyenletes üzemben

$$\Delta p = \Delta p_o + \Delta p_{ii} + \Delta p_e \quad (2.37)$$

az üresjárási, az ütközési és az emelési nyomásesés összege.

Néhány anyagfajta laboratóriumi mérésekkel [27] meghatározott szállításra jellemző tényezőit, melyekből a nyomásesés és az anyagebesség is meghatározható a 2.3. táblázat tartalmazza:

2.3. táblázat

	Búza	Borsó	Polietilén granulátum
$k_{\bar{u}}$ – ütközési tényező	0.0015	0.00045	0.00043
$k_e$ – emelési tényező	0.25	0.24	0.35

A nyomásesés számításához szükséges egyenletes szállítási anyagsebesség az alábbi összefüggésből számítható

$$v_g = v_a + w_o \sqrt{k_e + k_{\bar{u}} \frac{v_a^2}{gD}} \quad (2.38)$$

Puha, a cső alján csúszva mozgó anyag hígáramú szállítása esetében az össznyomásesésben az üresjárású nyomásesés mellett a súrlódási és emelési járulékos nyomásesések szerepelnek:

$$\Delta p = \Delta p_o + \Delta p_s + \Delta p_e \quad (2.39)$$

Az anyagsebesség ebben az esetben

$$v_g = v_a + w_o \sqrt{k_e + k_s} \quad (2.40)$$

Átmeneti állapotú szállítás esetében az emelésen kívül egyidejűleg ütközés és súrlódás is jelentkezik. Ebben az esetben az össznyomásesés

$$\Delta p = \Delta p_o + \Delta p_e + \Delta p_{\bar{u}} + \Delta p_s \quad (2.41)$$

és az anyagsebesség

$$v_g = v_a + w_o \sqrt{k_e + k_{\bar{u}} \frac{v_a^2}{gD} + k_s} \quad (2.42)$$

8. példa. Nyomás és sebességviszonyok búza hígáramú szívóüzemű pneumatikus szállításakor. Az  $L = 30\text{m}$  hosszúságú szállítócső átmérője  $D = 95\text{ mm}$ , (keresztmetszete  $A = 0.007088\text{ m}^2$ ). A szállító levegő sűrűsége  $\rho_g = 1.2\text{ kg/m}^3$ , sebessége  $v_g = 23\text{ m/s}$ , az esési határsebesség  $w_o = 9.6\text{ m/s}$ .

A szállító levegő tömegárama:  $m_g = A \rho_g v_g = 0.007088 * 1.2 * 23 = 0.1956\text{ kg/s}$

$\lambda = 0.0167$  csősúrlódási tényező esetén az üresjárású nyomásesés:  $\Delta p_o = 1674\text{ Pa}$

Az ütközési tényező értéke:  $k_{\bar{u}} = 0.0015$ ; az emelési tényező értéke:  $k_e = 0.25$  (vízszintes csőben). A rendelkezésre álló adatokkal a 2.38. összefüggésben „ $v_a$ ” értékének felvételével iterálunk amíg az egyenlet két oldala egy választott hibahatáron belül azonossá válik. Jelen mintapéldában az iteráció végeredményeként  $v_a = 15.4\text{ m/s}$  adódik.

Ezzel az egyenletes szállítási állapotban a szlip:  $s = 1 - \frac{v_a}{v_g} = 1 - \frac{15.4}{23} = 0.33$



Ezek után  $\dot{m}_a = 3.5t/h = 0.972kg/s$  szállítóteljesítmény esetén a keverési arány

$$\mu = \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_g} = \frac{0.972}{0.1956} = 4.97$$

Az ütközési járulékos nyomásesés:

$$\Delta p_{ii} = k_{ii} \frac{L}{D} \frac{\dot{m}_a v_a}{A} = 0.0015 * \frac{30}{0.095} * \frac{0.972 * 15.4}{0.007088} = 1000 Pa$$

Az emelési járulékos nyomásesés:

$$\Delta p_e = k_e L \frac{\dot{m}_a g}{A v_a} = 0.25 * 30 * \frac{0.972 * 9.81}{0.007088 * 15.4} = 655 Pa$$

A járulékos nyomásesés:  $\Delta p_j = 1000 + 655 = 1655 Pa$

Az össznyomásesés:  $\Delta p_v = 1674 + 1655 = 3329 Pa$

Összehasonlításként Siegel mérési eredménye ( $D=100mm$ ):  $\Delta p_v = 3300 Pa$

Összehasonlításként Segler számítási módszerével ( $\lambda_v=0.038$ ):  $\Delta p_v = 3809 Pa$

Ugyanezt vizsgáljuk meg függőleges csőben (itt  $k_e=1$ )

Az anyagsebesség függőleges szállításnál kisebb, mint vízszintes szállításnál, értéke az iteráció után a mintapéldában  $v_a = 12.3 m/s$ .

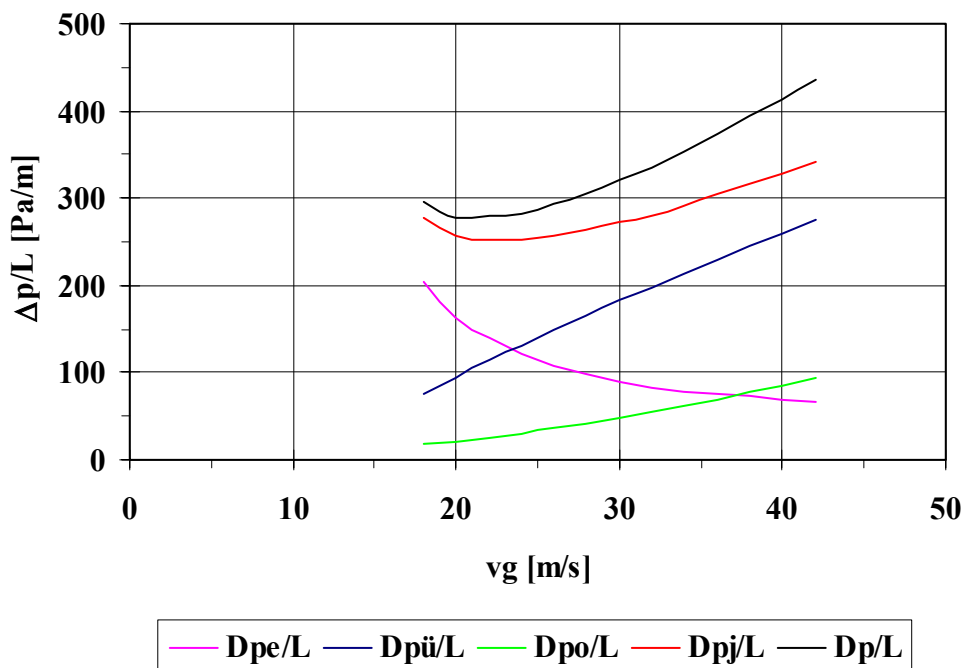
Ezzel  $\Delta p_{ii} = 799 Pa$ ;  $\Delta p_e = 3281 Pa$ ;  $\Delta p_j = 4080 Pa$ ;  $\Delta p_{függ} = 5754 Pa$

### 2.3. Egyenletes anyagszállítás függőleges egyenes csőben

A függőleges szállítócsőben az anyag beadagolás helyétől kellő távolságban, vagyis az indító szakasz után, ahol tehát a szemek sebessége már gyakorlatilag állandó az egyenletes szállítás ellenállását mérhetjük.

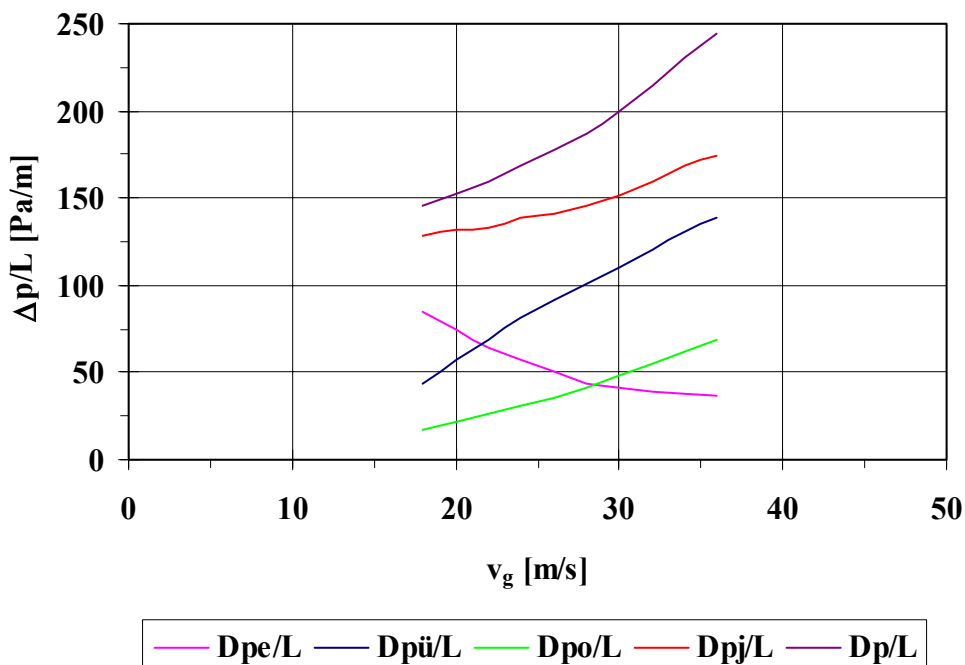
A  $D=130mm$  belső átmérőjű szívóüzemű pneumatikus szállítóberendezés  $H=1m$  hosszú csőszakaszára átszámított búza szállítási nyomáseséseket ábrázoltunk a 2.21. ábrában  $\dot{m}_a = 1.9kg/s = \text{állandó}$  szállítóteljesítmény esetében illetve a 2.22. ábrában egy másik, az előzőnél kisebb  $\dot{m}_a = 0.83kg/s = \text{állandó}$  szállítóteljesítmény esetében

### Búza függőleges szállítása. $m_a = 1.9 \text{ kg/s}$



2.21. ábra

### Búza függőleges szállítása. $m_a = 0.83 \text{ kg/s}$



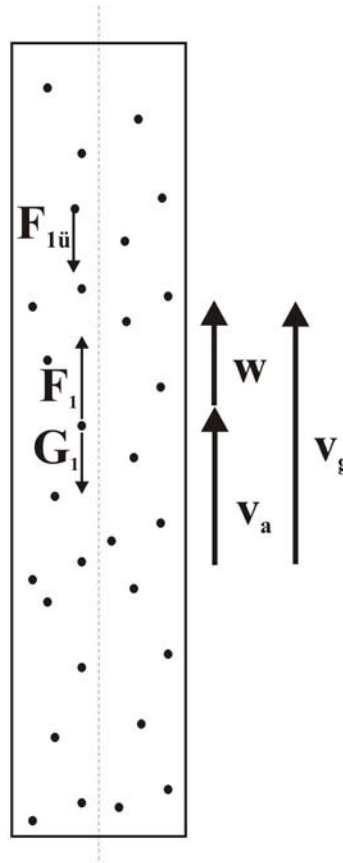
2.22. ábra

A függőleges egyenletes anyagszállításnál jelentkező „ $\Delta p_f$ ” nyomáscsökkenésből a „ $\Delta p_o$ ” üresjárási nyomáscsökkenés levonásával a járulékos nyomáscsökkenés adódik, ami kemény anyag szállítása

esetében a szemeknek a függőleges csőben történő ütközési és a csőben lévő szemek emeléséhez szükséges nyomásesések összege:

$$\Delta p_j = \Delta p_f - \Delta p_o = \Delta p_{\ddot{u}} + \Delta p_e \quad (2.43)$$

A függőleges anyagszállításkor jelentkező járulékos többletnyomás részekre bontása most is az erőhatásokkal magyarázható.



2.23. ábra

A 2.23. ábrában a függőleges szállításkor a szemet hajtó „ $F_1$ ” erőnek nem csak a szemekre ható „ $F_{1\ddot{u}}$ ” visszatartó erőt kell legyőznie, hanem ezen felül a szállított szem „ $G_1$ ” súlyát is, azaz:

$$F_1 = F_{1\ddot{u}} + G_1 \quad (2.44)$$

Itt a függőleges szállításnál csak azt a leggyakoribb esetet részletezzük, amikor a hajtóerő a Newton formula érvényességi tartományában változik, ennek megfelelően a relatív sebesség négyzetével arányos és a visszatartó erő pedig ütközések következménye.

A függőleges szállításkor jelentkező többletnyomás az alábbiak szerint számítható:

Ütközésből

$$\Delta p_{\ddot{u}} = k_{\ddot{u}} \frac{H}{D} \frac{m_a v_a}{A} \quad (2.45)$$

Emelésből

$$\Delta p_e = k_e H \frac{\dot{m}_a g}{A v_a} \quad (2.46)$$

A 2.45. – 2.46. összefüggésekben „ $H$ ” a függőleges egyenes csőszakasz hossza. Az emelési tényező értéke függőleges szállításnál:  $k_e=1$ . A „ $k_{ii}$ ” függőleges ütközési tényező értéke szállítási kísérletek során mérésrel határozható meg, a szállított anyag fajtára jellemző érték, de nem azonos a vízszintes csőben tapasztalt ütközési tényezővel, hanem annál nagyobb érték. Búza szállításánál például a függőleges ütközési tényező:  $k_{ii}=0.008-0.01$  közötti érték.

A járulékos nyomásesés számításához elkerülhetetlen az anyagsebesség ismerete

## 2.4. Függőleges anyagszállítás sebességviszonyai

Amennyiben a „ $H$ ” magasságú függőleges csőszakaszban lévő szemek száma „ $n$ ”, úgy a 2.44 összefüggés az alábbiak szerint változik

$$n F_1 = n F_{1ii} + H q_a \quad (2.47)$$

Az erők és a „ $q_a$ ” folyóméter-tömeg helyettesítésével, valamint a súlyerőnek a lebegési sebességgel kifejezett alakjának felhasználásával az alábbi összefüggés adódik:

$$\frac{H m_a}{v_a m_{1a}} C_e A_o \frac{\rho_g}{2} w^2 = k_{ii} \frac{H}{D} m_a v_a + \frac{H m_a}{v_a} = k_{ii} \frac{H}{D} m_a v_a + \frac{H m_a}{v_a m_{1a}} C_e A_o \frac{\rho_g}{2} w_o^2 \quad (2.48)$$

Ez rendezés után az alábbi alakra hozható:

$$w^2 - w_o^2 - \frac{K}{D} v_a^2 = 0 \quad (2.49)$$

Ahol a „ $K$ ” összevont állandó:  $K = \frac{2 k_{ii} m_{1a}}{A_o C_e \rho_g} = k_{ii} \frac{w_o^2}{g}$ , ami a „ $k_{ii}$ ” ütközési tényező és a korábban bevezetett „ $\zeta$ ” energiaapadási tényező közötti kapcsolat felhasználásával a 2.23. összefüggéssel azonos.

A 2.49. egyenlet megoldása:

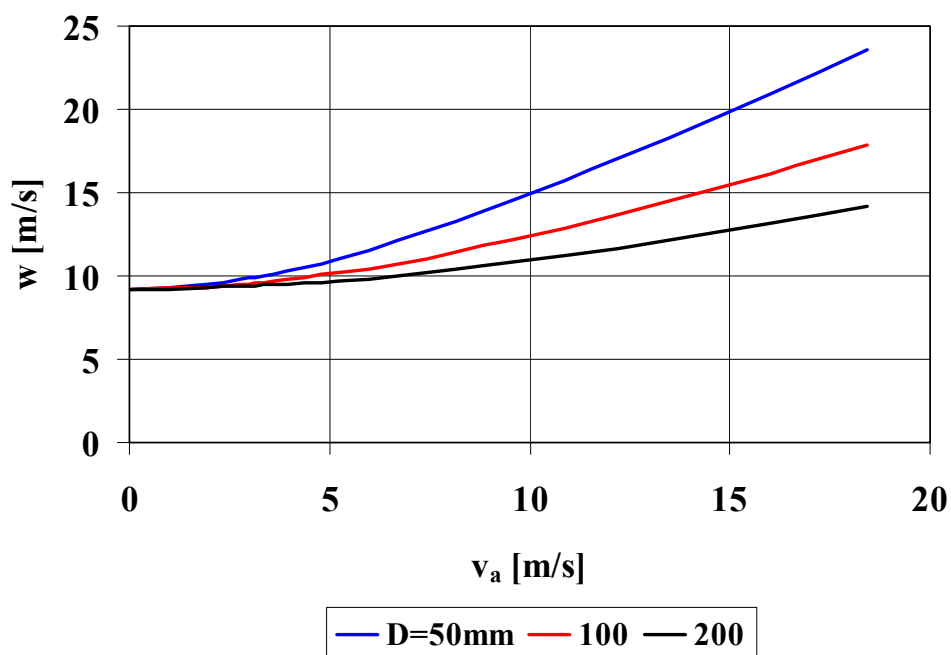
$$w = \sqrt{w_o^2 + \frac{K}{D} v_a^2} \quad (2.50)$$

A „ $w$ ” relatív sebesség – „ $v_a$ ” anyagsebesség közötti 2.50. összefüggéssel számolt függvénykapcsolatot búza függőleges szállítási kísérletek alapján meghatározott paraméterekkel a 2.24. ábra mutatja.

A gázsebesség függvényében a sebességviszonyokat D=50mm-es függőleges szállítócsőben végzett gabonaszállítási mérések alapján a 2.25. ábrán mutatjuk be.

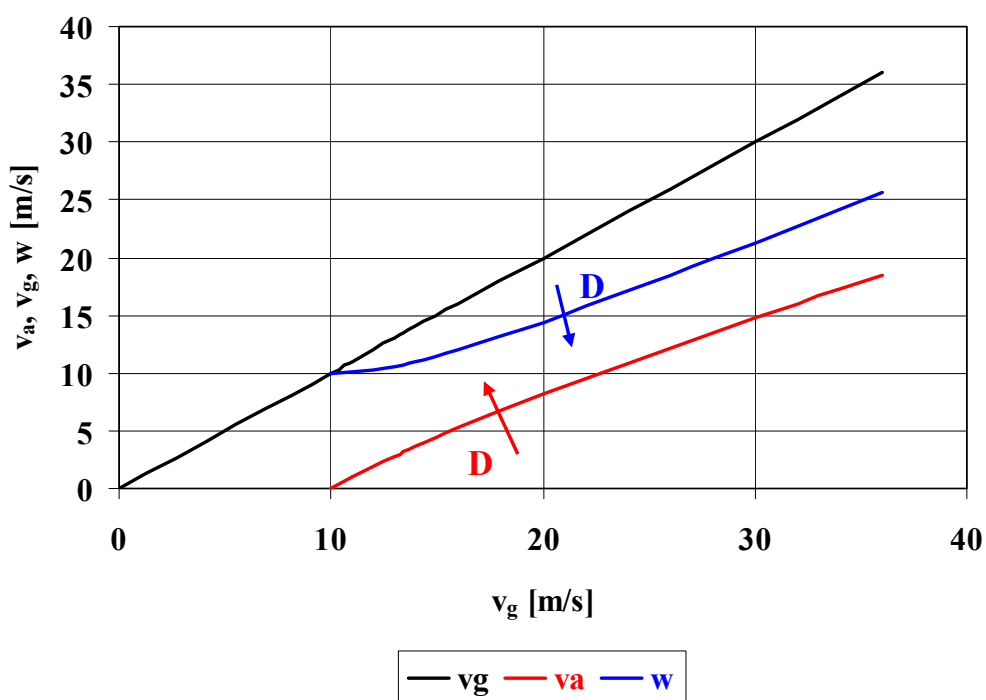
### Sebességviszonyok. Búza függőleges szállítása.

$$w_0 = 9.2 \text{ m/s}$$



2.24. ábra

### Sebességviszonyok.



2.25. ábra

## 2.5. Az indítószakasz

A pneumatikus szállítóberendezésben az adagolót követő csőszakasz indítószakasznak nevezzük. Itt gyorsulnak fel a szemek az egyenletes üzemállapotnak megfelelő sebességre.

Az „ $L_i$ ” hosszúságú indítószakasz „ $dl$ ” elemi hosszúságú szakaszában „ $dm_a$ ” elemi szilárd anyag tömegre ható erők az elemi „ $dp_d$ ” gyorsítási nyomásesés és az „ $a$ ” gyorsulás segítségével az alábbi összefüggéssel írhatók:

$$A dp_d = a dm_a = a q_a dl = a \frac{m_a}{v_a} dl \quad (2.51)$$

Integrálással a gyorsítási nyomásesés az alábbiak szerint írható

$$\Delta p_d = \int_0^{\Delta p_d} dp_d = \frac{m_a}{A} \int_0^{L_i} \frac{a}{v_a} dl = \frac{m_a}{A} \int_0^{L_i} \frac{dv_a}{\frac{dl}{dt}} dl = \frac{m_a}{A} \int_0^{v_{a\infty}} dv_a = \frac{m_a(v_{a\infty} - 0)}{A} = \frac{m_a v_{a\infty}}{A} \quad (2.52)$$

A mérési eredmények szerint az adagolási módtól és az indítószakasz kialakításától függő „ $k_d$ ” gyorsítási tényező segítségével az alábbi általánosan használható alak adódik gyorsítási nyomásesés számítására:

$$\Delta p_d = k_d \frac{\dot{m}_a v_{a\infty}}{A} \quad (2.53)$$

$k_d=1.05-1.5$  az adagolási viszonyoktól függően.

9. példa. Gyorsítási nyomásesés „ $L_{de}$ ” egyenértékű csőhossza

Vizsgáljuk meg, hogy a gyorsítási nyomásesés hányszorosa az egységnyi vízszintes csőszakaszban egyenletes szállításkor adódó járulékos nyomásesésnek. Az összehasonlításhoz búza hígáramú szállítási adatait helyettesítjük:

$$L_{de} = \frac{\Delta p_d}{\Delta p_{jv}} = \frac{k_d \frac{\dot{m}_a v_a}{A}}{k_{\ddot{u}} \frac{1}{D} \frac{\dot{m}_a v_a}{A} + k_e \frac{\dot{m}_a g}{A v_a}} = \frac{k_d}{\frac{k_{\ddot{u}}}{D} + \frac{k_e g}{v_a^2}} = \frac{1.05}{\frac{0.0015}{0.095} + \frac{0.25 \cdot 9.81}{15.4^2}} = 40.18m \approx 40m$$

Ez azt jelenti, hogy gabona fenti körülmények közötti egyenletes szállítása során kb. 40m hosszú vízszintes csőben jelentkezik a gyorsítási nyomáseséssel azonos nagyságú anyagszállítási többletnyomás.

Amint a példa mutatja az anyag felgyorsítása energetikai szempontból igen jelentős, ezért az indítószakaszban lejátszódó jelenségeket az üzem gazdaságossága érdekében is részletesen ismernünk kell.

Írjuk fel a vízszintes indítószakaszban lévő szemcsére ható erőket, ha az ütközési veszteségek dominálnak:

$$F_1 - F_{1\bar{u}} = F_d \quad (2.54)$$

A Newton-féle előrehajtó erő és az ütközésből származó visszatartó erő helyettesítésével az alábbi differenciálegyenlet adódik:

$$C_e A_o \frac{\rho_g}{2} (v_g - v_a)^2 - k_{\bar{u}} \frac{m_1 v_a^2}{D} = m_1 \frac{dv_a}{dt} \quad (2.55)$$

Az egyenlet a változók szétválasztása után integrálható:

$$m_1 \int_0^{v_a} \frac{dv_a}{K_2 v_a^2 + K_1 v_a + K_0} = \int_0^t dt \quad (2.56)$$

ahol az összevont állandók:

$$K_0 = F_{1\max} = C_e A_o \frac{\rho_g}{2} v_g^2 \quad K_1 = F_{1\max} = C_e A_o \frac{\rho_g}{2} v_g^2 \quad K_2 = C_e A_o \frac{\rho_g}{2} - k_{\bar{u}} \frac{m_1}{2} \quad (2.57)$$

Integrálás után az anyagsebesség időbeli alakulását a következő összefüggés írja le:

$$v_a = v_{a\infty} \frac{1 - e^{-\alpha t}}{1 - (1 - 2s)e^{-\alpha t}} \quad (2.58)$$

ahol az összevont állandók:

$$\alpha = \frac{2v_g}{w_o} \sqrt{\frac{k_{\bar{u}} g}{D}} \quad s = \frac{v_g - v_a}{v_g} \quad (2.59)$$

Az anyagsebesség változását az indítószakaszban a 2.26. ábrában láthatjuk búza  $v_g=23\text{m/s}$  légsebességgel történő indítása esetében vízszintes csővezetékben. A „ $t_i$ ” indítási idő végtelen volna, mivel „ $v_a$ ” aszimptotikusan közeledik „ $v_{a\infty}$ ” értékéhez. Befejezettnek tekinthetjük az indítást, ha  $v_a=0.95 v_{a\infty}$ , azaz 5%-os hibával megközelítettük az egyenletes üzemállapot anyagsebességét. Az ábrán ezzel a feltétellel írtuk be a  $t_i=1.385\text{s}$  értéket.

A 2.27. ábrában az indításnál fellépő, egy szemre ható erők láthatók. A Newton féle hajtóerő a  $w=v_g-v_a$  relatív sebesség négyzetével arányos, míg az „ $F_{1\bar{u}}$ ” ütközési erő a „ $v_a$ ” anyagsebesség négyzetével arányos. E két erő különbsége az „ $F_d$ ” gyorsító erő.

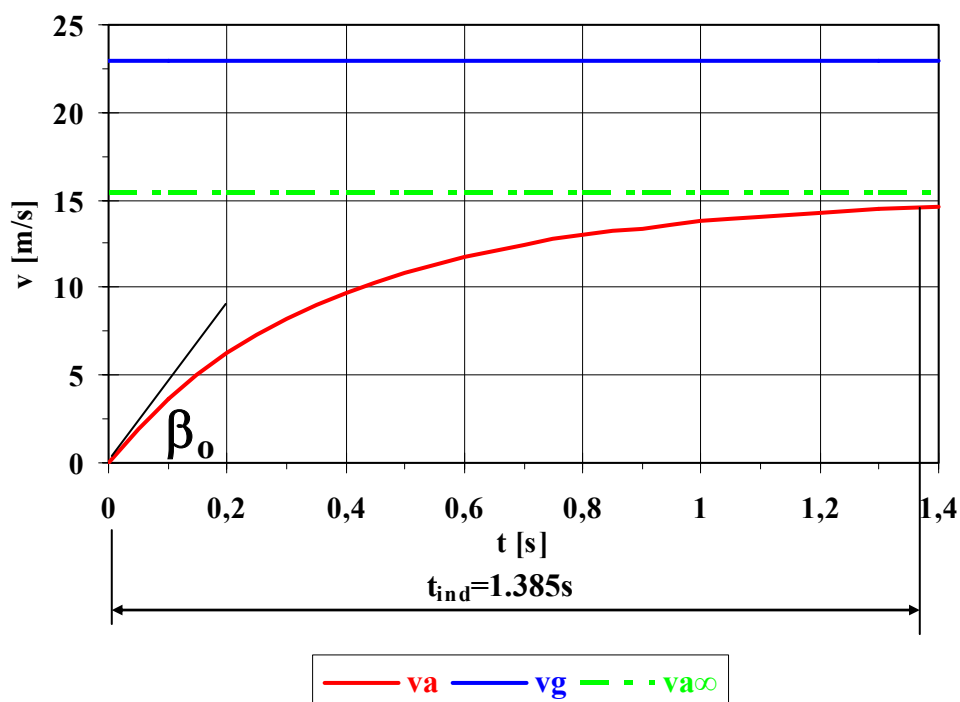
A 2.28. ábrában egy szem mozgatásánál jelentkező teljesítmények láthatók az idő függvényében. A szem mozgatásához bevezetendő teljesítmény:

$$P_b = F_1 v_g \quad (2.60)$$

Az ütközésből adódó (visszatartó) erő teljesítménye:

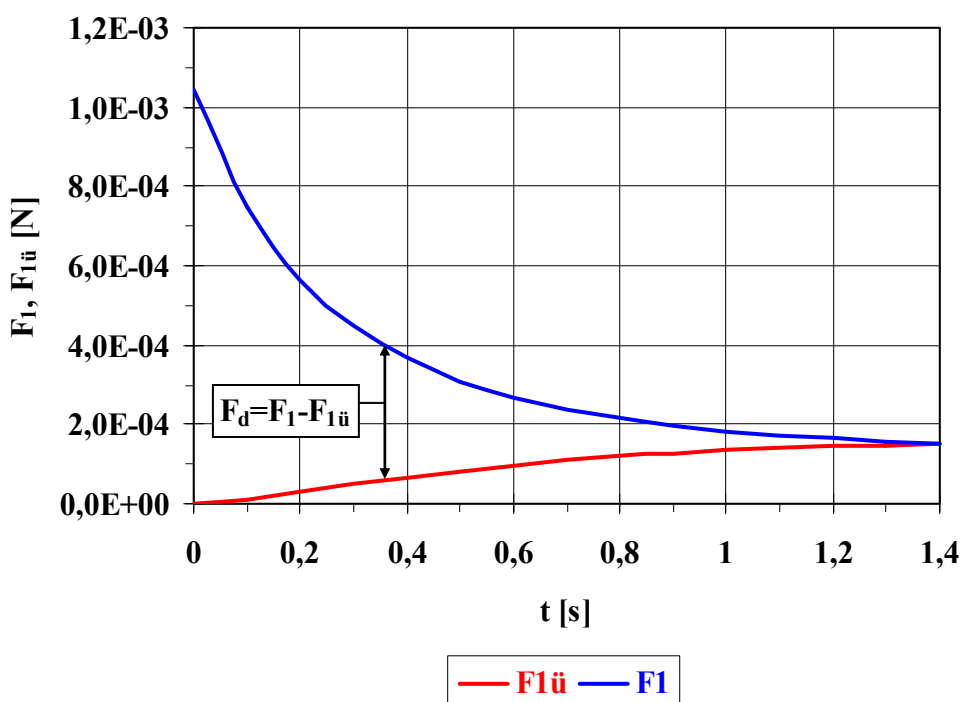


### Indítószakasz vizsgálata. Sebességek



2.26. ábra

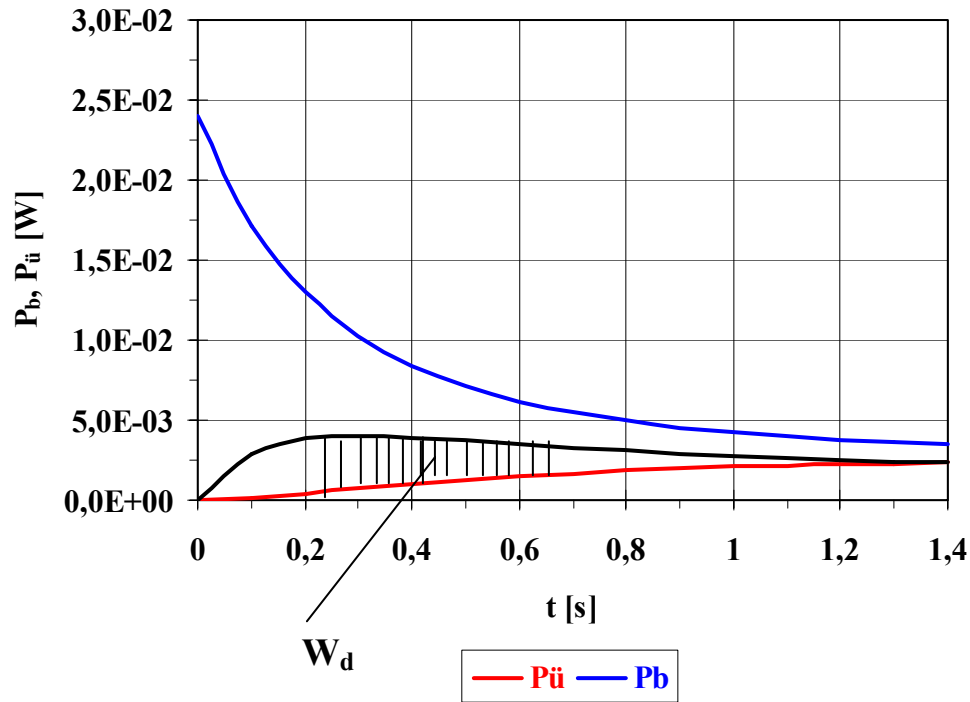
### Indítószakasz vizsgálata. Erők



2.27. ábra

$$P_{\ddot{u}} = F_{1\ddot{u}} v_a \quad (2.61)$$

### Indítószakasz vizsgálata. Teljesítmények



2.28. ábra

A gyorsító erő teljesítménye, az indítószakasz hasznos teljesítménye:

$$P_d = (F_1 - F_{1\ddot{u}}) v_a = F_d v_a \quad (2.62)$$

A gyorsító erő munkaterülete, mely a  $W_d = \int P_d(t) dt$  görbe alatti területet jelenti (az ábrán vonalkázással kiemelt rész) és értéke megegyezik a felgyorsult szem mozgási energiájával:

$$W_d = \frac{m_1 v_a^2}{2} \quad (2.63)$$

A „ $P_{\ddot{u}}$ ” és „ $P_d$ ” teljesítmények összege kisebb, mint a szem mozgásához bevezetett „ $P_b$ ” teljesítmény. Különbségük a szlipvesztesség teljesítménye:

$$P_{szlip} = F_1 w \quad (2.64)$$

A szlipvesztesség az indítószakaszban, főleg az indítás elején nagy, a szem gyorsulásának befejezésekor pedig az egyenletes szállításnak megfelelő értékre csökken:

$$P_{szlip} = F_1 w = F_1 (v_g - v_a) = A_o C_e \frac{\rho_g}{2} (v_g - v_a)^3 \quad (2.65)$$

A szlipvesztés tehát az egyenletes szállítási szakaszban sem lehet zérus, mert a szemcse mozgását létrehozó hajtóerő csak az anyagsebességnél nagyobb gázsebesség esetén jöhet létre.

Vizsgáljuk a függőleges szállítócsőbe adagolt szemcse mozgását az indítószakaszban. A vízszintes indítószakaszban mozgó szemcsére ható erők egyensúlyának felírásakor adódott 2.54. összefüggéshez képest a súlyerőt is figyelembe kell venni

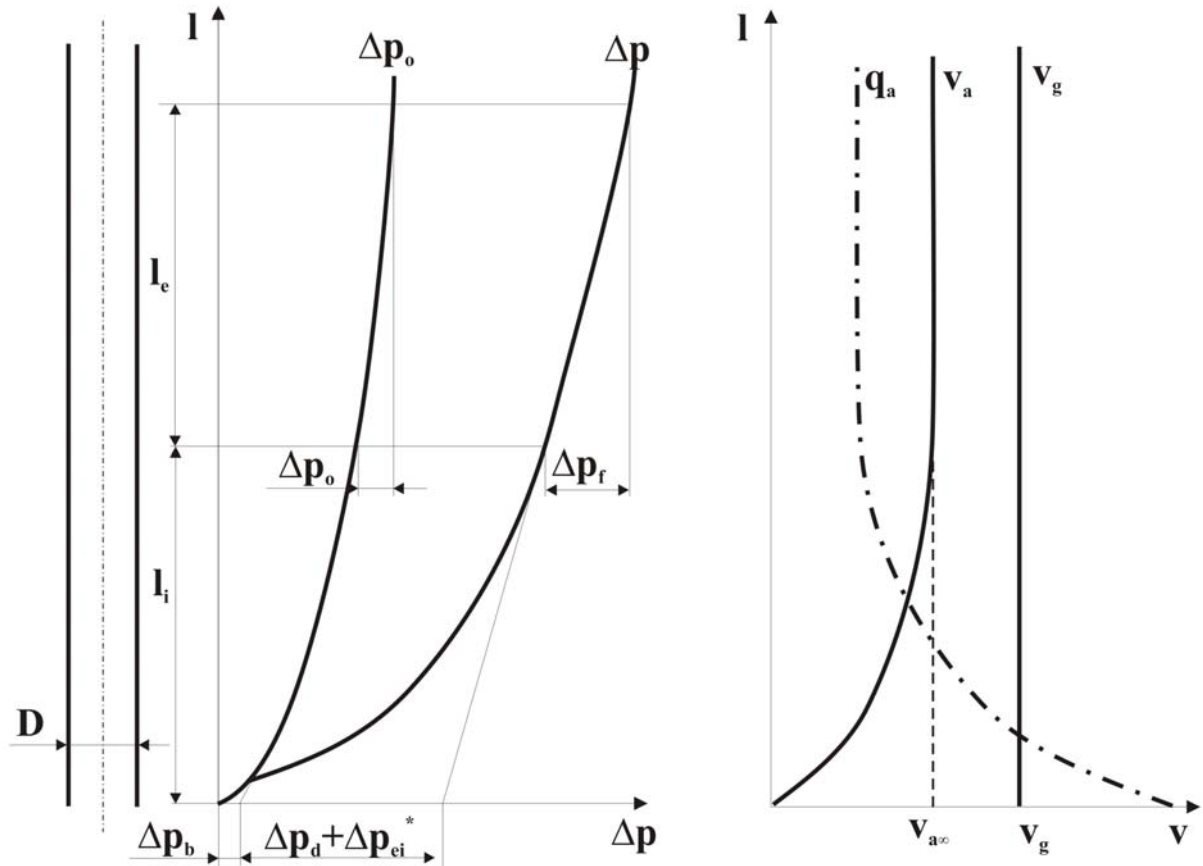
$$F_1 - F_{1u} - G_1 = F_d \quad (2.66)$$

A Newton-féle előrehajtó erő, az ütközésből származó visszatartó erő és a szemcse súlyának a lebegtetési sebességgel kifejezett alakjának helyettesítésével az alábbi differenciálegyenlet adódik:

$$C_e A_o \frac{\rho_g}{2} (v_g - v_a)^2 - k_{ii} \frac{m_1 v_a^2}{D} - C_e A_o \frac{\rho_g}{2} w_o^2 = m_1 \frac{dv_a}{dt} \quad (2.67)$$

A változók szétválasztása és integrálás után az anyagsebesség az idő függvényében a következő alakban írható:

$$v_a = v_{a\infty} \frac{1 - e^{-K_1 t}}{1 - K_2 e^{-K_1 t}} \quad (2.68)$$



2.29. ábra

ahol az összevont állandók:

$$K_0 = \sqrt{k_e + k_{ii} \frac{v_g^2 - k_e w_o^2}{gD}} \quad K_1 = \frac{2g}{w_o} K_0 \quad K_2 = \frac{v_g - w_o K_0}{v_g + w_o K_0} \quad (2.69)$$

Számításkor a függőleges csőhelyzetre korábban bemutatott emelési tényező  $k_e=1$  értéke helyettesítendő.

A függőleges indítószakasz „ $l_i$ ” hossza  $v_a/v_{a\infty}=0.95$  választásával az alábbi összefüggéssel számítható:

$$l_i = v_{a\infty} \left( t_i - \frac{1-K_2}{K_1 K_2} \ln \frac{1-K_2 e^{-K_1 t_i}}{1-K_2} \right) \quad (2.70)$$

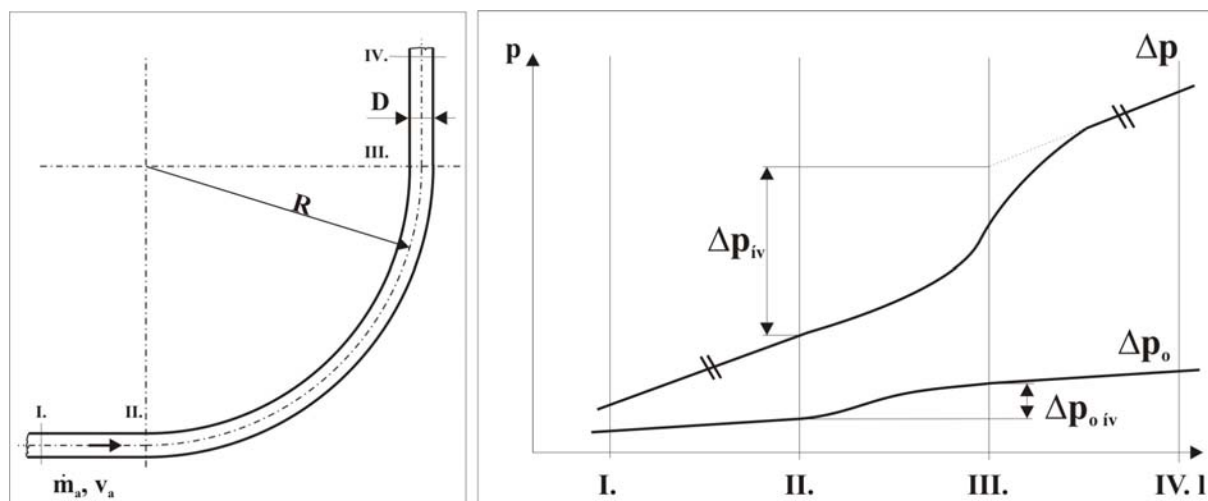
A függőleges indítószakaszban kialakuló nyomás- és sebességeloszlás görbéket a 2.29. ábra mutatja. Az ábrából látható, hogy az egyenletes szállítási állapothoz tartozó folyómetertömeg állandó értékéhez képest az indítószakaszban sokkal nagyobb értékek, így sokkal nagyobb koncentráció értékek adódnak, ami az indítószakaszban az emelési nyomásesés jelentős növekedését okozza:

$$\Delta p_{ei} = \int \frac{g dm_a}{A} = \frac{g}{A} \int q_a dl = \frac{m_a g}{A} \int_0^{l_i} \frac{dl}{v_a} = \frac{m_a g}{A} \int \frac{dl}{dl/dt} = \frac{m_a g}{A} \int_0^{t_i} dt = \frac{m_a g}{A} t_i \quad (2.71)$$

## 2.6. Anyagszállítás ívekben

A pneumatikus szállítóvezetékek létesítésénél az egyenes csőszakaszok között, az iránytöréseknél csőívek beépítésére kerül sor. A csővezeték nyomvonalának kialakításakor törekedni kell arra, hogy a szállítási feladatot minél kevesebb iránytöréssel, azaz kevesebb ívvel oldjuk meg, mivel az ívekben az egyenes csővezetékhez képest sokkal nagyobb ellenállás jelentkezik és a szállított anyag lerakódása majd a dugulás is az íveknél keletkezik legelőször. Dugulás szempontjából a kis görbületi sugarú ívek a legveszélyesebbek, éppen ezért pneumatikus szállítóvezetékknél az ív „ $R$ ” görbületi sugar és a „ $D$ ” csőátmérő arány, azaz az  $R/D$  viszony lehetőleg nagy legyen. Szokásos tartománya:  $R/D \geq 5$  (10).

Az ívben mozgó poros, szemcsés szilárd anyag a centrifugális erő hatására az ív külső kerületére kerül és az ottani intenzív súrlódás miatt az ív végére érve jelentősen lelassul. Az ívet követő egyenes szakaszban az anyag ismét felgyorsul. Az ívben történő anyagszállítás nyomásesése az anyag újra felgyorsítását fedezi. A 2.30. ábrán egy vízszintes síkú 90°-os ív és mellette a kiterített ívhossz mentén a nyomáseloszlás látható. Az ív „ $\Delta p_{iv}$ ” nyomásesésének jelentős része az ív után következik be. Az ívben létrejövő „ $\Delta p_{iv}$ ” nyomásesés a „ $\Delta p_o$ ” üresjárási és a szállítási „ $\Delta p_j$ ” járulékos részből tevődik össze. A járulékos nyomásesés zöme az újragyorsítás és az ütközés hatására jön létre, ezért a súrlódás és az emelés elhanyagolásával még jó közelítést eredményez a következő összefüggés:

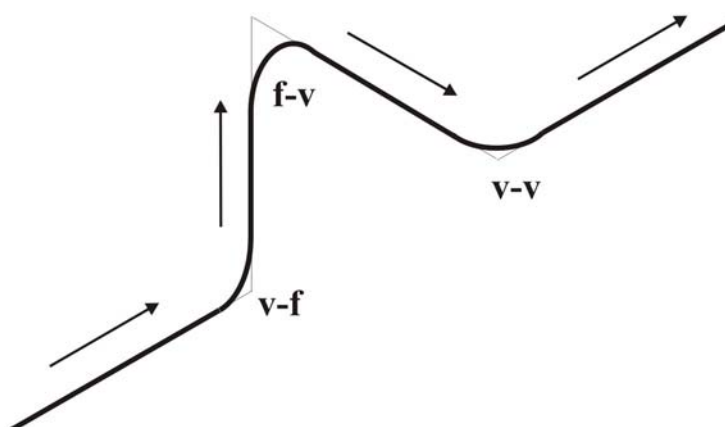


2.30. ábra

$$\Delta p_{jiv} = k_{iv} \frac{L_{iv}}{D} \frac{\dot{m}_a v_a}{A} \quad (2.72)$$

Ahol „ $k_{iv}$ ” az ív veszteségtényezője, „ $L_{iv}$ ” az ív hossza.

Egy anyagfajta szállítási kísérletei során méréssel meghatározható a „ $k_{iv}$ ” tényező értéke, ami az ív térbeli elhelyezkedésétől és a görbületi sugár – csőátmérő arányától függ. A leggyakrabban előforduló vízszintes, függőleges egyenes csőszakaszok közé építhető 90°-os ívek jelöléseit a 2.31. ábra tartalmazza:



2.31. ábra

Azonos viszonyok között az ív „ $k_{iv}$ ” veszteségtényezők értékei az alábbiak szerint alakulnak:

$$k_{iv\ v-f} < k_{iv\ v-v} < k_{iv\ f-v}$$

Az ív veszteségtényezők értékei búza szállítása esetén  $R/D=10$ -es csőívekben:

Vízszintes síkú ívnél	v - v	$k_{iv}=0.02-0.03$
Vízszintesből függőlegesbe vezető ívnél	v - f	$k_{iv}=0.015-0.02$
Függőlegesből vízszintesbe vezető ívnél	f - v	$k_{iv}=0.03-0.05$

Az itt közölt „ $k_{iv}$ ” tényezők arra az esetre érvényesek, amikor az ív után kellő hosszúságú egyenes következik, a szemek tehát felgyorsulhatnak az adott térbeli helyzetű csőben egyenletes szállításkor kialakuló határsebességre. Gyakran találkozunk – különösen függőleges szállításnál – olyan csőelrendezéssel, hogy a függőleges szállítócsőhöz csatlakozó vízszintesbe vezető ív közvetlenül ciklonba csatlakozik. Ilyen esetben a búza szállítására megadott  $k_{iv}=0.015-0.02$  érték tartomány csupán az ív szállítási tényezője.

A közölt „ $k_{iv}$ ” tényező értékekből látszik, hogy egy ívtípusnál és anyagfajtánál a megadott értékhatár elég tág határok között változhat. Ennek az az oka, hogy az ív nagyon könnyen előidézi lerakódást, vagy esetleg üzemzavarhoz vezető dugulást is. A lerakódás elkerülhető, ha kellően nagy gázsebességgel történik a szállítás. Kis sebességű, - a labilis szállítás tartományába eső – szállításnál az ív szállítási többletnyomása megnövekszik, s bár a folyamatos szállítás még fenntartható, ez a megnövekedett nyomásesés jelzi a lerakódás kezdetét. Ebben a tartományban ezért a nagyobb „ $k_{iv}$ ” értékekkel kell számolni. A dugulási határ közvetlen közelében „ $k_{iv}$ ” értéke még jóval nagyobb is lehet.