

4. A szállítóvezeték hossz menti nyomás- és sebességeloszlásának számítása a nyomásesések összegzése módszerével

4.1. Vízszintes csővezeték

A sűrűáramú és az átmeneti állapotú pneumatikus szállítás tartományában a csővezeték hossz menti nyomáseloszlásának számításához a matematikai-fizikai modell felállítása során a következő egyszerűsítő feltételekkel élünk:

- Az anyag felgyorsításához szükséges nyomásesést „ Δp_d ” elhanyagoljuk a vizsgált egyenes szakasz „ Δp ” nyomáseséséhez képest.
- Feltételezzük. Hogy a szállító gázáram – többnyire levegő - „ v_g ” sebessége és a „ v_a ” anyagsebesség viszonya a csővezeték mentén állandó. Ez más szóval azt jelenti, hogy a szállítóvezeték mentén a szlip állandóságát tételezzük fel.

A szlip definíciója:

$$s = \frac{v_g - v_a}{v_g} = 1 - \frac{v_a}{v_g} \quad (4.1)$$

- A további feltétel szerint a levegősebesség a kontinuitásból az anyagnak keresztmetszetet szűkítő hatása nélkül számítható. Az így kiszámított levegősebesség az anyagsebességgel arányos ($v_g \sim v_a$).
- Feltételezzük, hogy a szállító levegő „ ρ_g ” sűrűsége a csővezeték hossza mentén követi az izotermikus állapotváltozási törvényt, azaz feltételezzük, hogy

$$\frac{p}{\rho_g} = RT = konst. \quad (4.2)$$

ahol R [m²/s²K] - az univerzális gázállandó
 T [K] - a levegő abszolút hőmérséklete

E feltételezés jogosságát igazolja a szállítási kísérletek során tett megfigyelés is, mely szerint a szállító levegő hőmérséklete a vezeték mentén jó közelítéssel állandó volt.

Pápai [26] gondolatmenetét és jelöléseit követve a 4.1. ábrán látható „ L ” hosszúságú vízszintes csőszakasz tetszés szerinti „ l ” helyén lévő „ dl ” hosszú elemét kiragadva a szállítás során jelentkező össznyomásesés a „ dp_o ” üresjárési nyomásesésből, azaz a szállító levegőnek a csőfalhoz való súrlódásából, az anyagnak a csőfalhoz történő „ $dp_{ü}$ ” ütközéséből és az anyagnak a csőfalhoz történő „ dp_s ” súrlódásából tevődik össze:

$$-dp = dp_o + dp_{ü} + dp_s \quad (4.3)$$

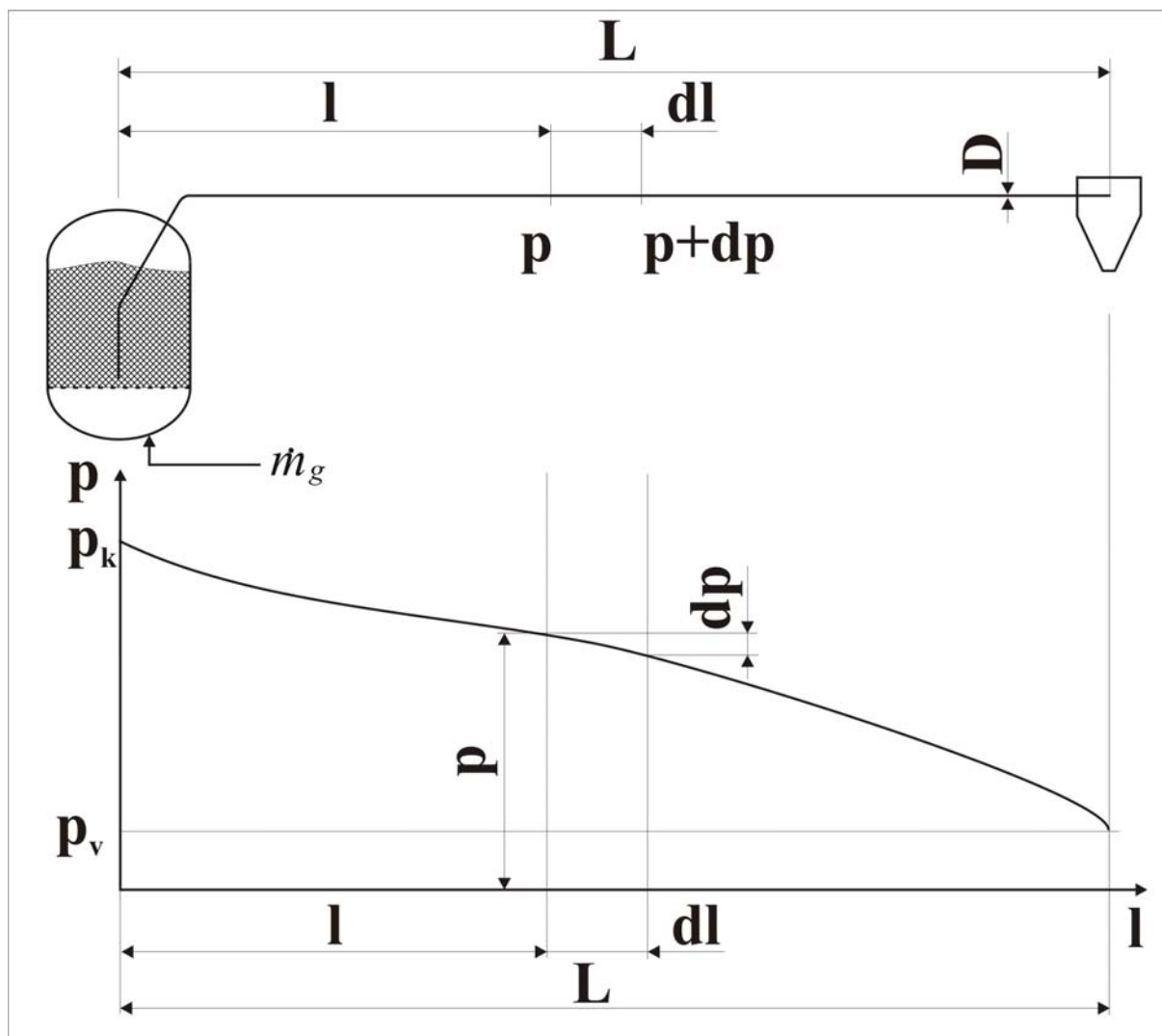
Ami a következő módon írható fel:

$$-dp = \left[\frac{\lambda \cdot \rho_g \cdot v_g^2}{D \cdot 2} + \frac{k_{üv} \cdot m_a \cdot v_g}{D \cdot A} + \frac{k_{sv} \cdot m_a \cdot g}{v_g \cdot A} \right] \cdot dl \quad (4.4)$$

A 4.4. összefüggésben:

λ	[-]	-	csősúrlódási tényező
$k_{üv}$	[-]	-	ütközési tényező a vízszintes csőben (anyagjellemző)
m_a	[kg/s]	-	a szállított anyag tömegárama

D	[m]	-	a csővezeték átmérője
A	[m ²]	-	a csővezeték keresztmetszete
v_g	[m/s]	-	a szállító gázáram sebessége
k_{sv}	[-]	-	súrlódási tényező a vízszintes csőben (anyagjellemző)



4.1. ábra. Vízszintes csővezeték hossz menti nyomáseloszlása

A „ v_g ” levegősebesség a szállító levegő „ \dot{m}_g ” tömegáramával és „ ρ_g ” sűrűségével a következő módon írható fel:

$$v_g = \frac{\dot{m}_g}{\rho_g \cdot A} \quad (4.5)$$

A 4.4. egyenlet átalakítások, helyettesítések és integrálás után az alábbi alakban írható:

$$p = p_v \cdot \sqrt{[a_v + 1] \cdot e^{b_v(L-l)} - a_v} \quad (4.6)$$

ahol

$$a_v = Fr_v^2 \cdot \left(\frac{\lambda}{2 \cdot \mu \cdot k_{sv}} + \frac{k_{üv}}{k_{sv}} \right) \quad (4.7)$$

$$b_v = \frac{2 \cdot k_{sv} \cdot \mu \cdot g}{R \cdot T} \quad (4.8)$$

$$Fr_v = \frac{v_{gv}}{\sqrt{g \cdot D}} = \frac{\dot{m}_g}{A \cdot \rho_{gv} \cdot \sqrt{g \cdot D}} \quad (4.9)$$

a_v	[-]	-	összevont állandó
b_v	[1/m]	-	összevont állandó
Fr_v	[-]	-	Froude-szám az egyenes szakasz végén
L	[m]	-	a vizsgált vízszintes egyenes csőszakasz hossza
p_v	[Pa]	-	abszolút nyomás a csőszakasz végén
$\mu = \dot{m}_a / \dot{m}_g$	[-]	-	keverési arány

A „v” index a vizsgált egyenes szakasz végére utal a 4.1. ábra jelöléseinek megfelelően.

Ha a 4.6. összefüggésben felírt $p=p(l)$ függvényből a „ p_k ” kezdő nyomást kívánjuk meghatározni, akkor $l=0$ helyettesítéssel a következő egyenletre jutunk:

$$p_k = p_v \cdot \sqrt{[a_v + 1] \cdot e^{b_v \cdot L} - a_v} \quad (4.10)$$

A 4.6. egyenlet dimenziótlantításához a következő jelöléseket vezettük be:

$$p^* = \frac{p}{p_o} \quad p_v^* = \frac{p_v}{p_o} \quad l^* = \frac{l}{D} \quad L^* = \frac{L}{D}$$

A dimenziótlan koordinátarendszer független változója „ l^* ”, függő változója „ p^* ”. A független változó legkisebb értéke $l^*=0$ a vizsgált egyenes szakasz elején (az $l=0$ helyen), míg legnagyobb értékét az $l=L$ helyen, azaz az „ L ” hosszúságú szakasz végén veszi fel. Ez utóbbi helyen a dimenziótlan nyomás értéke $p_v^*=1$, ha a vizsgált egyenes csőszakasz a csővezeték végén helyezkedik el és a csővégen, azaz az $l=L$ helyen a nyomás megegyezik a légköri nyomással ($p_v=p_o$).

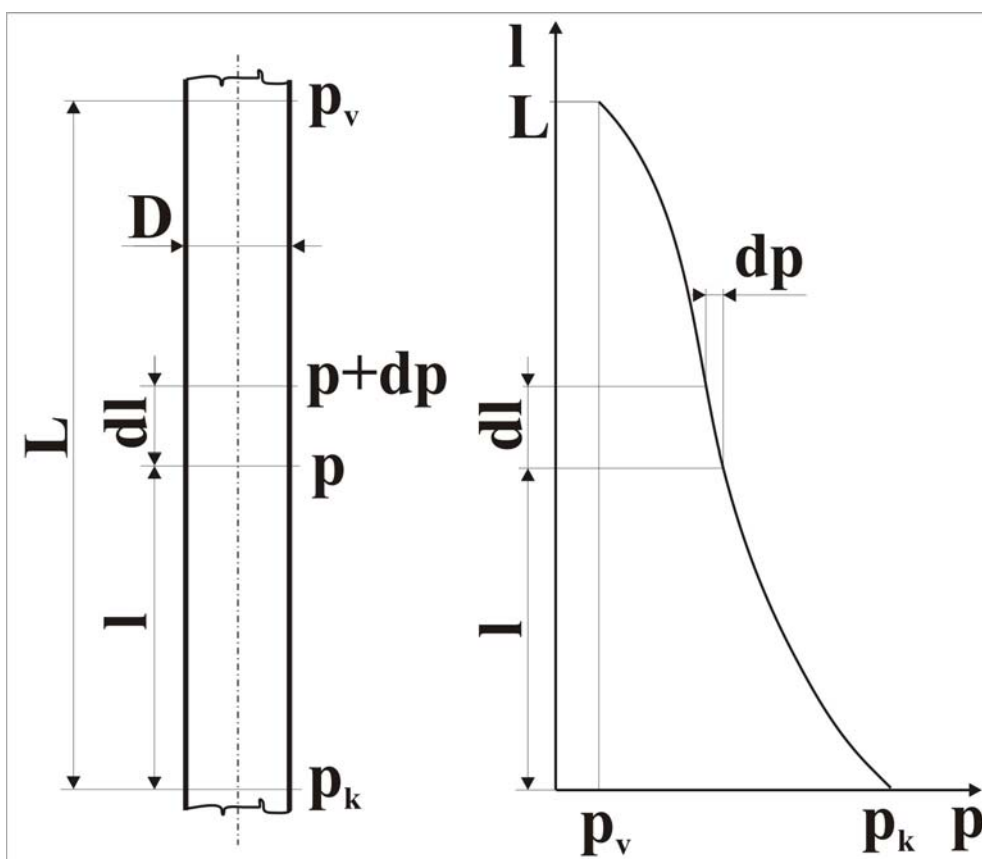
Ezzel a vízszintes egyenes csővezeték dimenziótlan nyomáseloszlását leíró összefüggés az alábbi alakban írható:

$$p^* = p_v^* \cdot \sqrt{[a_v + 1] \cdot e^{b_v D (L^* - l^*)} - a_v} \quad (4.11)$$

Ha a 4.11. összefüggésben felírt $p^*=p^*(l^*)$ függvényből a $p_k^*=p_k/p_o$ dimenziótlan kezdőnyomást kívánjuk meghatározni, akkor az $l^*=0$ helyettesítéssel a következő egyenletre jutunk.

$$p_k^* = p_v^* \cdot \sqrt{[a_v + 1] \cdot e^{b_v D L^*} - a_v} \quad (4.12)$$

4.2. Függőleges csővezeték



4.2. ábra. Függőleges csővezeték hossz menti nyomáeloszlása

A 4.2. ábrán látható függőleges csővezeték tetszőleges „ l ” helyén kiragadott „ dl ” hosszúságú szakasz nyomásesése a vízszintes csővezetékétől csak annyiban tér el, hogy itt a „ dl ” csőszakaszban lévő anyag súlyának kiegyenlítéséhez többlet-nyomáskülönbségre van szükség.

Ez a „ dp_e ” többlet-nyomáskülönbség – ami az emeléshez szükséges – az alábbi módon számítható:

$$dp_e = \frac{k_e m_a g}{A v_g} dl \quad (4.13)$$

Az összefüggésben „ k_e ” – az emelési tényező; értéke függőleges csőben $k_e=1$.

Az elemi szakaszra felírt össznyomásesés a vízszintes egyenesre felírt 4.4.-hez képest most a 4.13. taggal kiegészül:

$$-dp = \left[\frac{\lambda \cdot \rho_g \cdot v_g^2}{D \cdot 2} + \frac{k_{üf} \cdot m_a \cdot v_g}{D \cdot A} + \frac{(k_{sf} + k_{ef}) \cdot m_a \cdot g}{v_g \cdot A} \right] \cdot dl \quad (4.14)$$

Itt $k_{üf}$ – a függőleges csőben szállított anyagra jellemző ütközési tényező
 k_{sf} – a függőleges csőben szállított anyagra jellemző súrlódási tényező

Mivel a 4.14. egyenlet a 4.4. egyenlettől csupán állandóban tér el, így a megoldás is hasonló alakú:

$$p = p_v \cdot \sqrt{[a_f + 1] \cdot e^{b_f(L-l)} - a_f} \quad (4.15)$$

Az „ a_f ” és „ b_f ” összevont állandók most az alábbiak szerint számolandók:

$$a_f = Fr_v^2 \cdot \left(\frac{\lambda}{2 \cdot \mu \cdot (1 + k_{sf})} + \frac{k_{üf}}{1 + k_{sf}} \right) \quad (4.16)$$

$$b_f = \frac{2 \cdot (1 + k_{sf}) \cdot \mu \cdot g}{R \cdot T} \quad (4.17)$$

A kezdő nyomás most is $l=0$ helyettesítéssel adódik:

$$p_k = p_v \cdot \sqrt{[a_f + 1] \cdot e^{b_f L} - a_f} \quad (4.18)$$

A dimenziótlan végeredmények függőleges egyenes csőszakasz esetén az alábbiak:

$$p^* = p_v^* \cdot \sqrt{[a_f + 1] \cdot e^{b_f D \cdot (L^* - l^*)} - a_f} \quad (4.19)$$

$$p_k^* = p_v^* \cdot \sqrt{[a_f + 1] \cdot e^{b_f D \cdot L^*} - a_f} \quad (4.20)$$

4.3. A szállítócső hossz menti nyomáseloszlásának számításához szükséges tényezők meghatározása laboratóriumi mérések alapján

A laboratóriumi kísérleti kutatómunka során sokféle anyaggal (pernye, hamu, salak, cement, homok, bentonit, timföld, mészköliszt, PVC por, liszt, dara, kristálycukor stb.) meghatároztuk a nyomás csőhossz menti változását. Mivel a mért nyomásnak ütközésből és súrlódásból adódó részekre bontására nem nyílik lehetőség, ezért azt a megoldást választottuk, hogy a „ k_s ” tényezőt anyagcsúsztatási kísérletekkel határoztuk meg. A mért nyomáseloszlásból – az egyenes csőszakasz elején a nyomást „ p_k ”-val a végén pedig „ p_v ”-vel jelölve – a stacionárius állapotbeli „ m_a ” anyag tömegáram és „ m_g ” levegő tömegáram értékeinek felhasználásával ezek után a „ $k_{ü}$ ” ütközési tényező értékét számolni lehet.

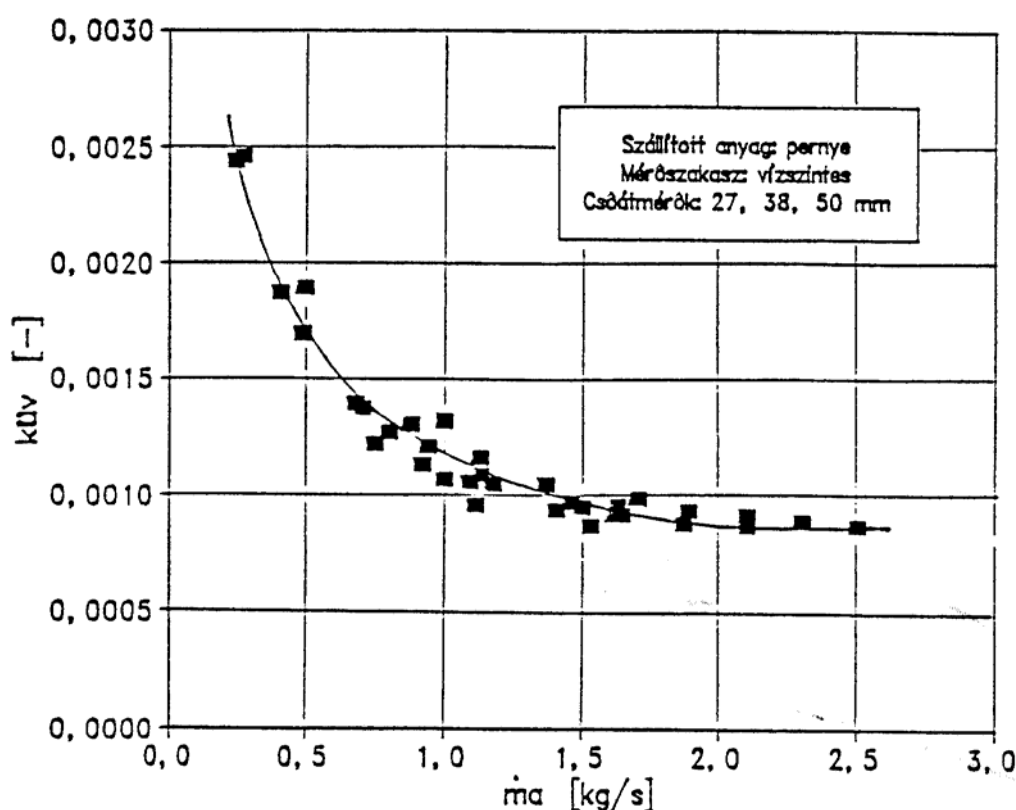
Vízszintes mérőszakasz esetén a „ $k_{üv}$ ” tényező számítására alkalmas összefüggése a 4.10. egyenlet egyszerű átrendeződéséből az alábbi alakban adódik:

$$k_{üv} = \left[\frac{\left(\frac{p_k}{p_v} \right)^2 - e^{b_v L}}{Fr_v^2 (e^{b_v L} - 1)} - \frac{\lambda}{2 \mu k_{sv}} \right] k_{sv} \quad (4.21)$$

Függőleges mérőszakasz esetén a „ $k_{üf}$ ” tényező számításra alkalmas összefüggése pedig a következő:

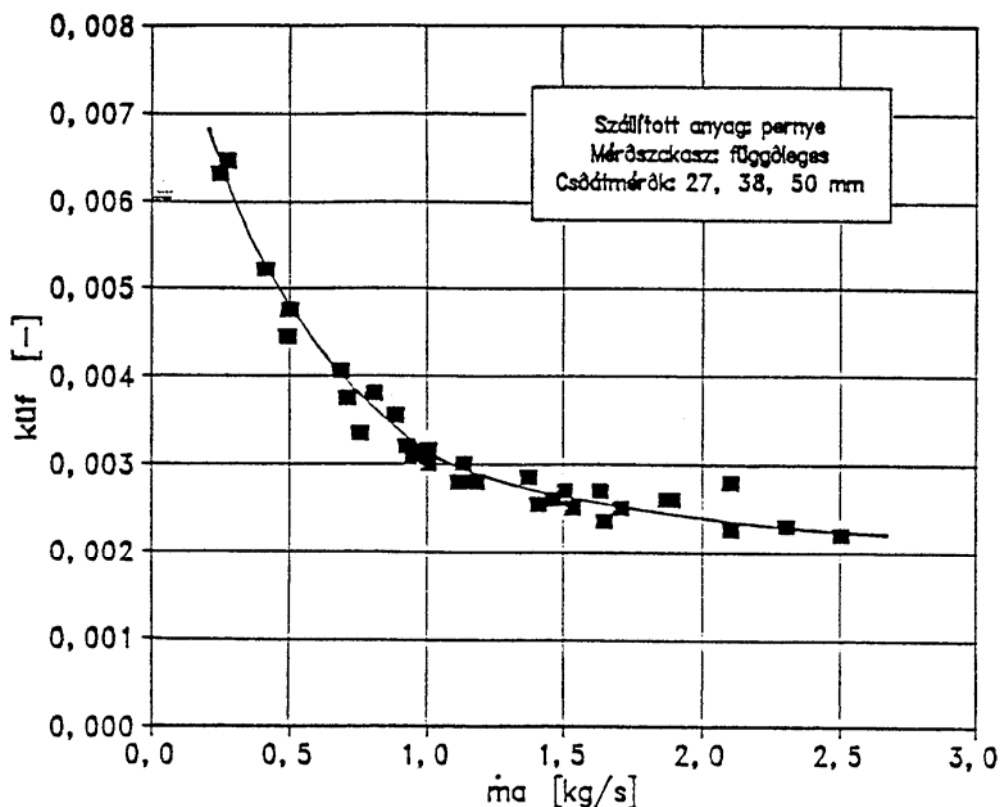
$$k_{üf} = \left[\frac{\left(\frac{P_k}{P_v} \right)^2 - e^{b_f L}}{Fr_v^2 (e^{b_f L} - 1)} - \frac{\lambda}{2\mu(1 + k_{sf})} \right] (1 + k_{sf}) \quad (4.22)$$

Mintaként bemutatjuk egy pernyeszállítási kísérletsorozat adataiból számított „ $k_{üv}$ ” és „ $k_{üf}$ ” ütközési tényezők különböző üzemiállapotokhoz tartozó értékeit. A mérési eredményekből adódó „ $k_{ü}$ ” tényezőt a 4.3. – 4.4. ábrák mutatják a stacionárius szállítási állapothoz tartozó anyag tömegáramok függvényében.



4.3. ábra. Sűrűáramú pernyeszállítás vízszintes mérőszakaszban meghatározott ütközési tényezője

A szállítási kísérleteket bányai pernyével végeztük, mely anyag fluidizációs jelleggörbéje a 3.38. ábrán látható. Az anyagminta fő tömege 100-200 μ mérettartományba esik, amit szabványos szitasorozaton történő szítással határoztunk meg. A szállítási kísérleteket a 3.5. ábrán vázolt kísérleti berendezésben végeztük és a szállítási állapotok minél szélesebb tartományban történő vizsgálata érdekében a szállítócső hosszmereteit egyenes csőszakaszok beépítésével az alábbi teljes csőhossz méretekre állítottuk be: $L=45, 72, 88$ és 104 m.



4.4. ábra. Sűrűáramú pernyeszállítás függőleges mérőszakaszban meghatározott ütközési tényezője

4.4. A nyomáseloszlás függvény analízise

A szállítócső hossz menti nyomáseloszlás függvény alakjának vizsgálatakor még egy vízszintes egyenes csőszakasz esetén is bizonyítható, hogy a görbének inflexiója van [71]. Jelen fejezet további tárgyalása alapján megállapítható, hogy a rész nyomásesések összegzéseként adódó eredő nyomás gradiens értéke az inflexió helyén a legkisebb.

Ehhez a 4.6. összefüggés „ l ” szerinti második deriváltját kell előállítani. A kétszeri differenciálás után a $\frac{d^2 p}{dl^2} = 0$ egyenletből az inflexió helyére az

$$l_i = L - \frac{1}{b_v} \ln \frac{2a_v}{a_v + 1} \quad (4.23)$$

Összefüggés adódik, míg ugyanitt a nyomáseloszlás függvény helyettesítési értéke:

$$p(l_i) = p_v \sqrt{a_v} \quad (4.24)$$

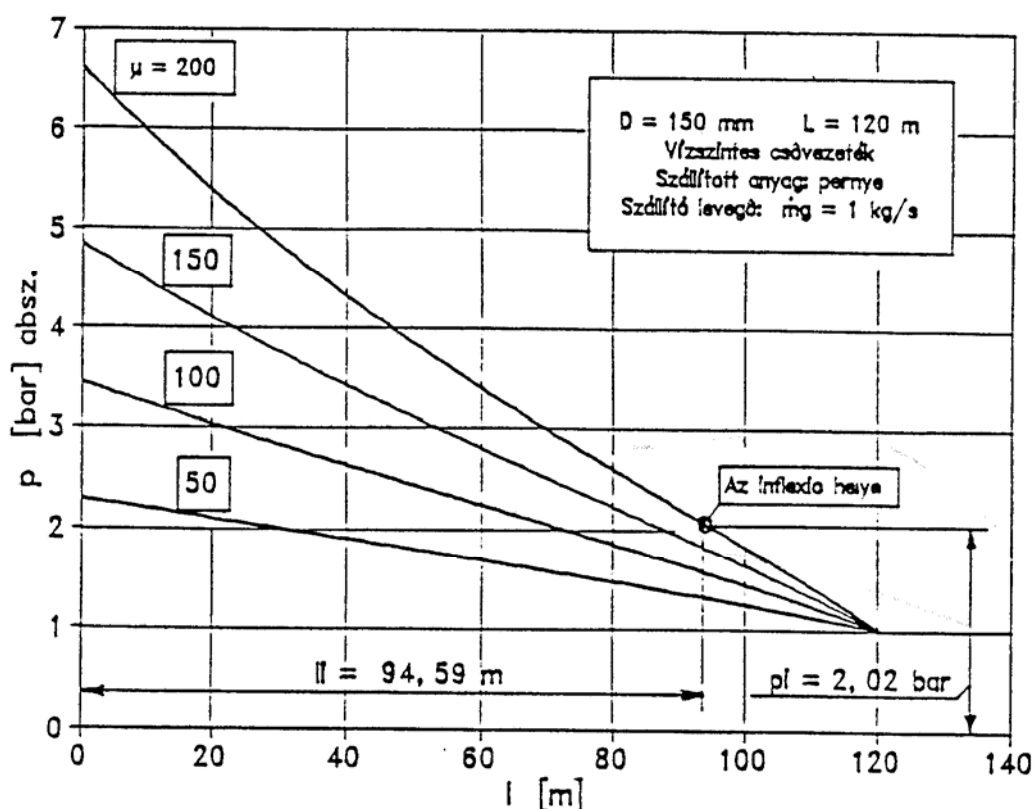
Az „ a_v ” és „ b_v ” összevont állandók visszahelyettesítése alapján megállapítható, hogy az inflexió helye függ:

- A szállítócső méreteitől (D, L)
- Az üzemtani jellemzőktől ($\dot{m}_a, \dot{m}_g, \mu$)

- A szállító levegő állapotától (T, p_v)
- A szállított anyag jellemzőitől (k_{ii}, k_s)
- A csőszűrlődési tényezőtől (λ)

Számítási példaként a 4.5. ábrán bemutatjuk egy $D=150\text{mm}$ átmérőjű $L=120\text{m}$ hosszúságú vízszintes csővezeték hossz menti nyomáeloszlását. A számítás során $\dot{m}_g = 1.0\text{kg/s}$ áll. érték választása mellett paraméterként különböző keverési arány értékeket tüntettünk fel.

A BME Vízgépek Tanszékén folytatott pernyeszállítási kísérleti kutatómunka alapján vízszintes szállítócsőben $k_{ii}=0.001$, $k_s=0.4$ és $\lambda=0.018$ állandó értékekkel számoltunk. A 4.5. ábrában $\mu=200$ esetén karikával jelöltük az inflexió helyét és a pontos számított értéket is megadtuk.



4.5. ábra. Vízszintes csővezeték hossz menti nyomáeloszlása. Paraméter a keverési arány.

A görbék alakjából jól látható – különösen a nagy keverési arányoknál –, hogy a csőszakasz elején és végén, az egyenlet struktúrájából adódóan a görbe meredeksége nagyobb, mint a közbenső szakaszon. Fentiek összhangban vannak a mérési eredményekkel, amint azt egy későbbi fejezet részletesen be is mutatja.

A 4.6. összefüggés további elemzése során megvizsgáljuk, hogy üresjárás esetén az összefüggés milyen alakot vesz fel. Üresjárásról közismerten akkor beszélünk, ha „ \dot{m}_g ” levegő tömegárammal $\dot{m}_a = 0$ mennyiségű anyagot szállítunk. Ebben az esetben a keverési arány értéke $\mu=0$.

A 4.6. összefüggés határértékét meghatározva kapjuk $\mu \rightarrow 0$ esetére az üresjárási nyomásesést, illetve az $l=0$ helyen a $p=p_k$ kezdőnyomást, azaz a

$$\lim_{\mu \rightarrow 0} p_k = \lim_{\mu \rightarrow 0} p_v \sqrt{(a_v + 1)e^{b_v L} - a_v} \quad (4.25)$$

alakból a tagonkénti határérték-számítás, illetve a határozatlan alak esetén a *L'Hospital*-szabály alapján a következő összefüggéshez jutunk:

$$p_k = \left[\frac{\lambda m_g^2 RT}{A^2 D} L + p_v^2 \right]^{1/2} \quad (4.26)$$

Ugyanerre az eredményre jutunk az üresjárási nyomásesés „ dl ” hosszúságú elemi csőszakaszra felírt egyenlete alapján, ha a

$$-dp = \lambda \frac{\rho_g}{2} v_g^2 \frac{dl}{D} \quad (4.27)$$

Összefüggésben a 4.2. és 4.5. behelyettesítést elvégezzük:

$$-dp = \frac{\lambda m_g^2 RT}{2A^2 D} dl \quad (4.28)$$

Szétválasztás után az integrálási határok kijelölésével:

$$-\int_{p_k}^{p_v} p dp = \frac{\lambda m_g^2 RT}{2A^2 D} \int_0^L dl \quad (4.29)$$

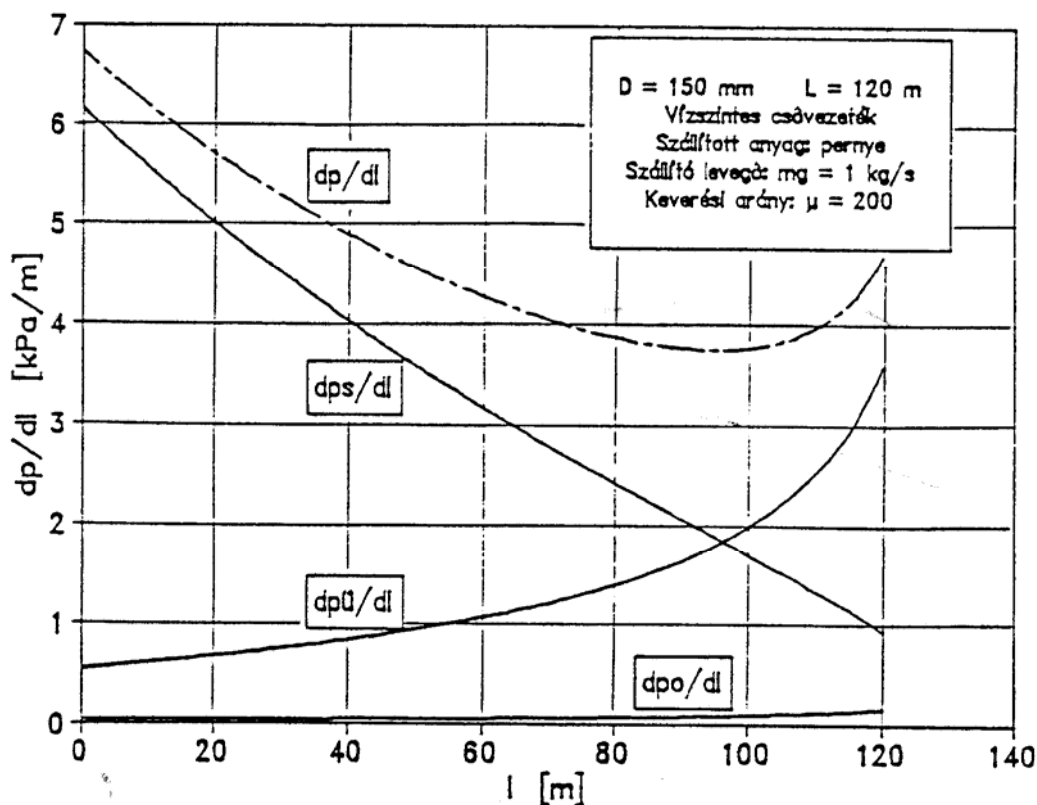
Végül integrálás után kapjuk, hogy:

$$p_k = \left[\frac{\lambda m_g^2 RT}{A^2 D} L + p_v^2 \right]^{1/2} \quad (4.30)$$

A nyomás gradiens, azaz a szállítócső hosszegységenkénti nyomásesése Pápai [26] szerint a 4.3. és 4.4. összefüggés alapján a következő alakban írható:

$$-\frac{dp}{dl} = \frac{dp_o}{dl} + \frac{dp_{ii}}{dl} + \frac{dp_s}{dl} \quad (4.31)$$

ahol az egyes tagok rendre az üresjárási, ütközési és súrlódási rész-nyomásesések elemi csőhosszra eső részeit jelölik. A 4.5. ábrán bemutatott $\mu=200$ -as keverési arány paraméterű görbe összetevőit mutatja a 4.6. ábra, amelyből megállapítható, hogy a vizsgált sűrűáramú szállítási tartományban az üresjárási nyomásesés elhanyagolhatóan kicsiny, a bemutatott mintapéldában az össz-nyomásesésre vonatkoztatott aránya $dp_o / dp \leq 0.004$. A szállítócső elején (az $l=0$ helyen) a nyomásesés nagy része (a példában 91,6%-a) a szállított anyag csőfalhoz súrlódásából származik. A szállítócső végén a nagy sebesség következtében az anyagrészecskék ütközésből származó nyomásesése dominál, amelynek példabeli legnagyobb értéke 76.6%. Az eredő nyomás gradiens értéke az inflexió helyén a legkisebb.



4.6. ábra. A rész-nyomáscsökkenések arányai

4.5. A fizikai paraméterek hatása a nyomásváltozásra

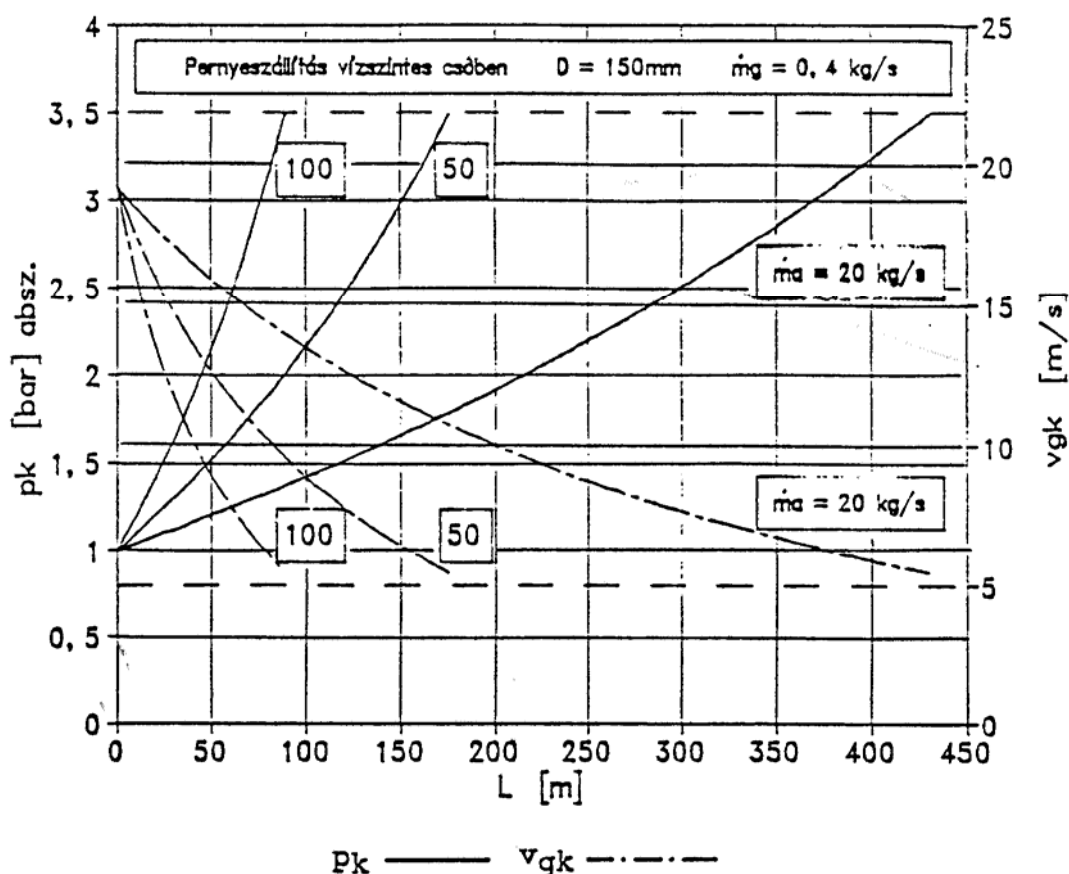
A sűrűáramú pneumatikus anyagszállításnak két korlátja van:

- egyrészt a légszállító gép vagy a sűrített levegő hálózat nyomása, ami a szállítócső eleji „ p_k ” nyomás maximális értékét szabja meg
- másrészt a szállítócsőben megengedhető legkisebb levegősebesség, azaz a „ v_{gk} ” dugulási határsebesség értéke, ami a legkisebb még szükséges előrehajtó erő segítségével határozható meg

A 4.7. ábrán a szállítócső eleji „ p_k ” nyomás látható az „ L ” szállítási távolság, esetünkben vízszintes egyenes csőhossz függvényében. A görbesereg paramétere az „ m_a ” anyag tömegáram. A számításokból, illetve a 4.7. ábrából következik – a konkrét szállítási kísérleti tapasztalatokkal összhangban –, hogy csökkenő anyag tömegáram esetén nő a szállítási távolság. Az ábrán feltüntetett $p_k=3.5\text{bar}$ abszolút nyomás és a pernyeszállítási kísérletek során meghatározott $v_{gk}=5\text{m/s}$ határsebesség értékek közül a mintapéldában bemutatott esetben az előbbi korlátozza a szállítási távolságot. Az ábra a „ v_{gk} ” szállítócső eleji levegősebességek alakulását is bemutatja.

Az $m_a = f(L)$ anyag tömegáram – szállítási távolság függvénykapcsolat meghatározására két lehetőség kínálkozik:

- egyrészt a 4.7. ábra $p_k=\text{konstans}$ metszetei segítségével *grafikus* úton juthatunk eredményre,
- másrészt a 4.10. összefüggésből az *inverz függvény explicit alakjára* kapjuk, hogy



4.7. ábra. Pernyeszállítás vízszintes egyenes csőben. A szállítás korlátai

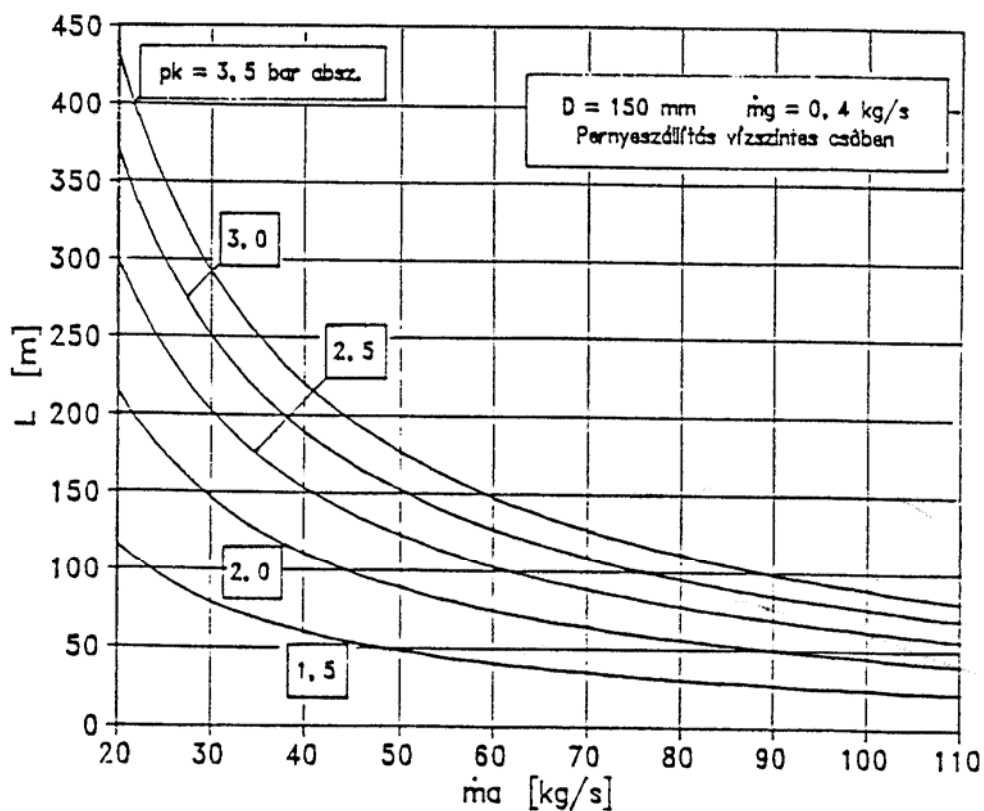
$$L = \frac{1}{b_v} \ln \frac{\left(\frac{p_k}{p_v} \right)^2 + a_v}{1 + a_v} \quad (4.32)$$

amiből a 4.7., 4.8. és 4.9. összefüggések behelyettesítésével az alábbi, számolásra alkalmas kifejezés adódik:

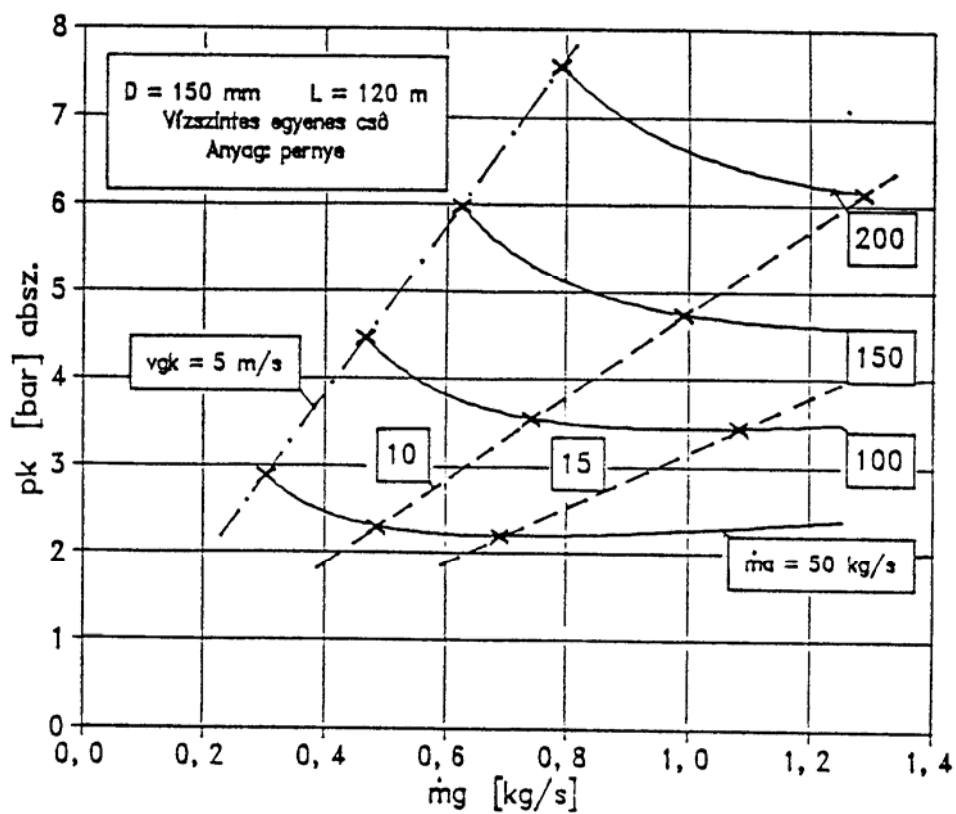
$$L = \frac{RT}{2k_{sv}g\mu} \ln \frac{\left(\frac{p_k}{p_v} \right)^2 + \frac{k_{üv}}{k_{sv}} Fr_v^2 + \frac{\lambda}{2k_{sv}\mu} Fr_v^2}{1 + \frac{k_{üv}}{k_{sv}} Fr_v^2 + \frac{\lambda}{2k_{sv}\mu} Fr_v^2} \quad (4.33)$$

Az eddigiek alapján a 4.8. ábrából kivehetők az $\dot{m}_g = 0.4 \text{ kg/s} = \text{konst.}$ levegő tömegáram esetén a $p_k = \text{konst.}$ Paraméterekhez tartozó anyag tömegáram – szállítási távolság függvény összetartozó adatai.

A 4.9. ábra a levegő tömegáram változtatásának hatását mutatja. Folytonos vonal jelöli az állandó anyag tömegáram görbéket. A pontvonallal jelölt $v_{gk} = 5 \text{ m/s}$ szállítócső eleji levegősebesség görbe a szállítás alsó határát mutatja. Az ábrán szaggatott vonallal két nagyobb állandó szállítósebesség görbét is bemutatunk. A szállítási kísérletek során szerzett tapasztalatokkal összhangban az ábrából az is megállapítható, hogy a nagyobb levegő



4.8. ábra. Perneszlítás vízszintes egyenes csőben. Az anyag tömegáram és a szállítási távolság kapcsolata



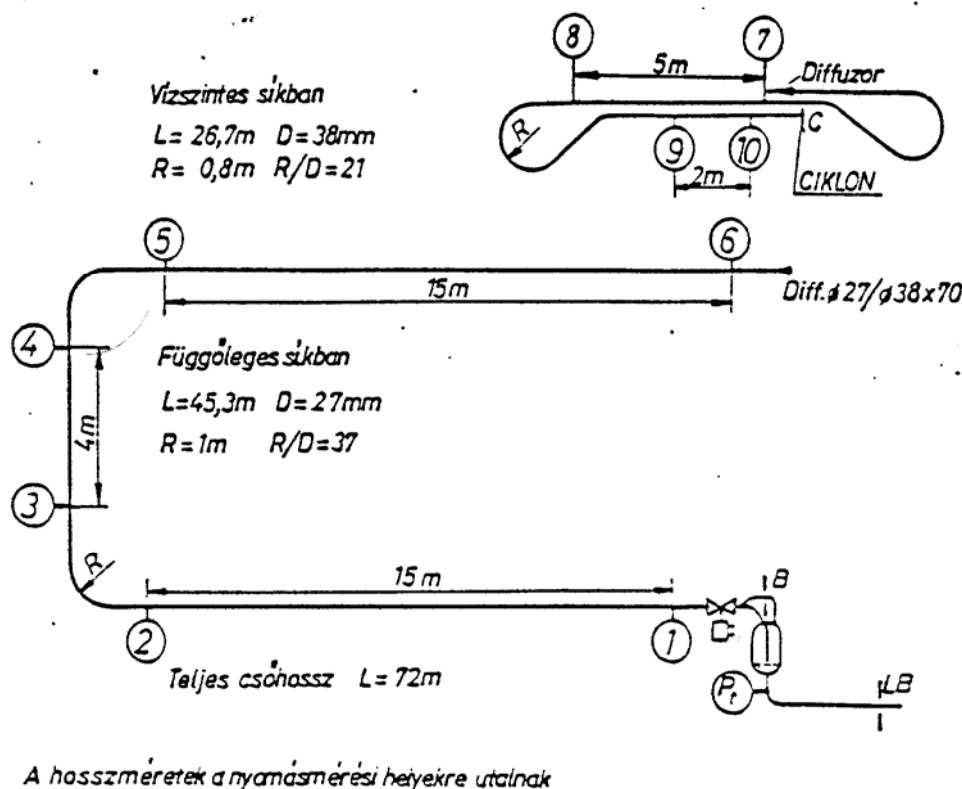
4.9. ábra. Perneszlítás vízszintes egyenes csőben. Számított jelleggörbe

tömegáramok esetén a szállítás korlátja általában a nyomás, míg a levegő tömegáram csökkenésével a sebesség korlátozó szerepe nő és egészen kicsi levegő tömegáramoknál meghatározóvá válik.

A szakirodalom tanulmányozása során több publikációban [7, 8, 37, 72] megtalálható, hogy egy adott „ \dot{m}_a ” anyag tömegáram pneumatikus szállítását olyan „ \dot{m}_g ” levegő tömegáram, vagy „ v_g ” levegősebesség tartományban vizsgálják, ahol a szállítás nyomásigényének – a $p_k=f(\dot{m}_g)$, illetve $p_k=f(v_g)$ görbéknek minimuma van. Ez a jellegzetesség jól látható a 4.9. ábrán, ami egyúttal azt is bizonyítja, hogy a számítást helyes levegő tömegáram tartományban végeztük el.

4.6. A csőhossz menti nyomáscsökkentés mért és számított eredményének összehasonlítása

A 4.1. és 4.2. fejezetben ismertetett számítási módszert bányászati pernye felső ürítésű nyomótartályos pneumatikus szállítóberendezésben végzett kísérleti kutatómunka során nyert mérési adataival számított mintapéldán mutatjuk be. A kísérleti berendezés vázlata a 4.10. ábrán látható.



4.10. ábra. Felső ürítésű nyomótartályos szállítóberendezés hosszú szállítócsővel, csőátmérő változtatással

Első lépésként az ábrán látható szállítóvezetékét a következő szakaszokra bontjuk:

I. szakasz	vízszintes	$D = 27\text{ mm}$	$L = 15\text{ m}$
II. szakasz	függőleges	$D = 27\text{ mm}$	$L = 8.08\text{ m}$
III. szakasz	vízszintes	$D = 27\text{ mm}$	$L = 19.22\text{ m}$
IV. szakasz	vízszintes	$D = 38\text{ mm}$	$L = 26.7\text{ m}$

Az adatokból látható, hogy a berendezés két különböző átmérőjű szállítócső-szakaszt tartalmaz, ami különösen a nagy „ L/D ” hossz/átmérő viszony esetén egyre inkább elterjed a gyakorlatban. A csőátmérő változtatás részletes elemzése egy későbbi fejezetben található.

A szakaszokra bontás úgy történt, hogy az íveket elfeleztük és az ívhosszakat az egyenes szakaszok hosszához hozzáadtuk. Így tehát a kiépített szállítóvezeték teljes $L=72$ m hossza a négy szakasz hosszmereteinek összegeként, továbbá az ① jelű nyomás megcsapolás és a nyomótartályba felülről bevezetett szállítócső belépő keresztmetszete közötti $l = 3$ m távolság összegeként adódik.

A szállítóvezeték nyomásesésének számítását a IV. szakasszal kezdjük, ahol a csővégen az abszolút nyomás $p_o = 10^5$ Pa=1bar, a hőmérséklet $T_o = 293$ K.

A számításhoz a kísérletsorozat egyik konkrét mérésekor kapott alábbi állandó adatokat használjuk fel:

Szállított anyag:	bánhidai pernye
anyag tömegáram a stacionárius szállításkor:	$\dot{m}_a = 1.705 \text{ kg/s} = 6.14 \text{ t/h}$
levegő tömegáram a stacionárius szállításkor:	$\dot{m}_g = 1.582 * 10^{-2} \text{ kg/s}$
csősúrlódási tényező	$\lambda = 0.018$
anyag súrlódási tényező	$k_s = 0.4$
ütközési tényező vízszintes csőben	$k_{üv} = 0.00099$
ütközési tényező függőleges csőben	$k_{üf} = 0.0025$

A fenti adatokkal a stacionárius szállítás során a keverési arány értéke:

$$\mu = \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_g} = \frac{1.705}{1.582 * 10^{-2}} = 107.8$$

A számítást a csővégi, ismert nyomású helyen kezdjük, itt (a IV. szakasz végén) a levegősebesség:

$$v_{gv} = \frac{\dot{m}_g}{A \rho_{gv}} = \frac{4 \dot{m}_g p_o}{D^2 \pi \rho_{go} p_v} = \frac{4 * 1.582 * 10^{-2} * 1}{0.038^2 * \pi * 1.189 * 1} = 11.73 \text{ m/s}$$

A szakasz végén a Froude-szám:

$$Fr_v = \frac{v_{gv}}{\sqrt{gD}} = \frac{11.73}{\sqrt{9.81 * 0.038}} = 19.22$$

Az összevont állandók:

$$a_v = Fr_v^2 \cdot \left(\frac{\lambda}{2 \cdot \mu \cdot k_{sv}} + \frac{k_{üv}}{k_{sv}} \right) = 19.22^2 * \left(\frac{0.018}{2 * 107.8 * 0.4} + \frac{0.00099}{0.4} \right) = 0.9912$$

$$b_v = \frac{2 \cdot k_{sv} \cdot \mu \cdot g}{R \cdot T} = \frac{2 \cdot 0.4 \cdot 107.8 \cdot 9.81}{287 \cdot 293} = 0.0101 \text{ [1/m]}$$

A IV. szakasz elején a nyomás értéke:

$$p_k = p_v \cdot \sqrt{[a_v + 1] \cdot e^{b_v \cdot L} - a_v} = 1 \cdot \sqrt{(0.9912 + 1) e^{0.0101 \cdot 26.7} - 0.9912} = 1.27 \text{ bar}$$

Ezzel a IV. szakasz elején a levegősebesség:

$$v_{gk} = \frac{4 \dot{m}_g p_o}{D^2 \pi \rho_{go} p_v} = \frac{4 \cdot 1.582 \cdot 10^{-2} \cdot 1}{0.038^2 \cdot \pi \cdot 1.189 \cdot 1.27} = 9.24 \text{ m/s}$$

A következő (III. szakasz) végén a levegősebesség:

$$v_{gv} = \frac{4 \dot{m}_g p_o}{D^2 \pi \rho_{go} p_v} = \frac{4 \cdot 1.582 \cdot 10^{-2} \cdot 1}{0.027^2 \cdot \pi \cdot 1.189 \cdot 1.27} = 18.3 \text{ m/s}$$

A szakasz végén a nyomás: $p_v = 1.27$ bar abszolút.

A szakasz végén a Froude-szám:

$$Fr_v = \frac{v_{gv}}{\sqrt{gD}} = \frac{18.3}{\sqrt{9.81 \cdot 0.027}} = 35.55$$

Az összevont állandók:

$$a_v = Fr_v^2 \cdot \left(\frac{\lambda}{2 \cdot \mu \cdot k_{sv}} + \frac{k_{uv}}{k_{sv}} \right) = 35.55^2 \cdot \left(\frac{0.018}{2 \cdot 107.8 \cdot 0.4} + \frac{0.00099}{0.4} \right) = 3.393$$

$$b_v = \frac{2 \cdot k_{sv} \cdot \mu \cdot g}{R \cdot T} = \frac{2 \cdot 0.4 \cdot 107.8 \cdot 9.81}{287 \cdot 293} = 0.0101 \text{ [1/m]}$$

A III. szakasz elején a nyomás értéke:

$$p_k = p_v \cdot \sqrt{[a_v + 1] \cdot e^{b_v \cdot L} - a_v} = 1.27 \cdot \sqrt{(3.393 + 1) e^{0.0101 \cdot 19.22} - 3.393} = 1.78 \text{ bar}$$

Ezzel a III. szakasz elején a levegősebesség:

$$v_{gk} = \frac{4 \dot{m}_g p_o}{D^2 \pi \rho_{go} p_v} = \frac{4 \cdot 1.582 \cdot 10^{-2} \cdot 1}{0.027^2 \cdot \pi \cdot 1.189 \cdot 1.78} = 13.1 \text{ m/s}$$

A következő (II. szakasz) végén a levegősebesség: $v_{gv} = 13.1 \text{ m/s}$

A II. szakasz végén a nyomás: $p_v = 1.78$ bar abszolút.

A II. szakasz végén a Froude-szám:

$$Fr_v = \frac{v_{gv}}{\sqrt{gD}} = \frac{13.1}{\sqrt{9.81 \cdot 0.027}} = 25.5$$

Az összevont állandók:

$$a_f = Fr_v^2 \cdot \left(\frac{\lambda}{2 \cdot \mu \cdot (1 + k_{sf})} + \frac{k_{iff}}{(1 + k_{sf})} \right) = 25.5^2 \cdot \left[\frac{0.018}{2 \cdot 107.8 \cdot 1.4} + \frac{0.0025}{1.4} \right] = 1.205$$

$$b_f = \frac{2 \cdot (1 + k_{sf}) \cdot \mu \cdot g}{R \cdot T} = \frac{2 \cdot 1.4 \cdot 107.8 \cdot 9.81}{287 \cdot 293} = 0.0352 \text{ [1/m]}$$

A II. szakasz elején a nyomás:

$$p_k = p_v \cdot \sqrt{[a_f + 1] \cdot e^{b_f \cdot L} - a_f} = 1.78 \cdot \sqrt{(1.205 + 1) e^{0.0352 \cdot 8.08} - 1.205} = 2.32 \text{ bar}$$

Ezzel a II. szakasz elején a levegősebesség:

$$v_{gk} = \frac{4m_g p_o}{D^2 \pi \rho_{go} p_v} = \frac{4 \cdot 1.582 \cdot 10^{-2} \cdot 1}{0.027^2 \cdot \pi \cdot 1.189 \cdot 2.32} = 10.0 \text{ m/s}$$

A következő (I. szakasz) végén a levegősebesség: $v_{gv} = 10.0 \text{ m/s}$

Az I. szakasz végén a nyomás: $p_v = 2.32 \text{ bar}$ abszolút.

Az I. szakasz végén a Froude-szám:

$$Fr_v = \frac{v_{gv}}{\sqrt{gD}} = \frac{10.0}{\sqrt{9.81 \cdot 0.027}} = 19.45$$

Az összevont állandók:

$$a_v = Fr_v^2 \cdot \left(\frac{\lambda}{2 \cdot \mu \cdot k_{sv}} + \frac{k_{iv}}{k_{sv}} \right) = 19.45^2 \cdot \left(\frac{0.018}{2 \cdot 107.8 \cdot 0.4} + \frac{0.00099}{0.4} \right) = 1.015$$

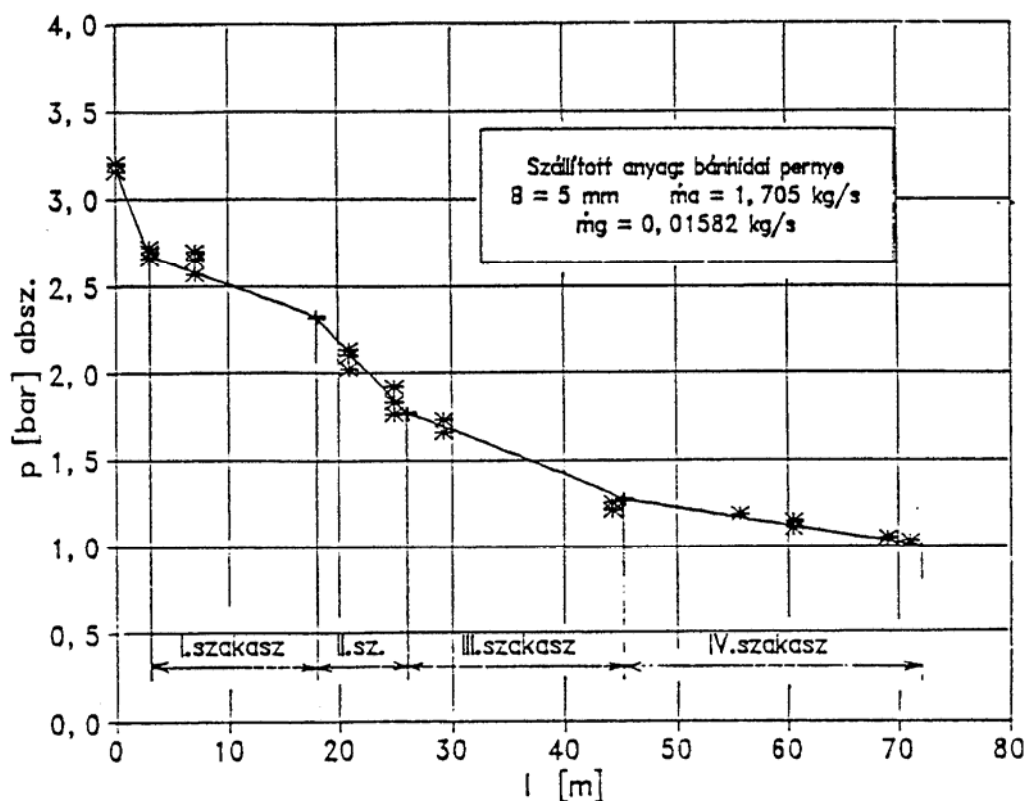
$$b_v = \frac{2 \cdot k_{sv} \cdot \mu \cdot g}{R \cdot T} = \frac{2 \cdot 0.4 \cdot 107.8 \cdot 9.81}{287 \cdot 293} = 0.0101 \text{ [1/m]}$$

Az I. szakasz elején a nyomás értéke:

$$p_k = p_v \cdot \sqrt{[a_v + 1] \cdot e^{b_v \cdot L} - a_v} = 2.32 \cdot \sqrt{(1.015 + 1) e^{0.0101 \cdot 15} - 1.015} = 2.68 \text{ bar}$$

Ezzel a szállítócső elején a levegősebesség:

$$v_{gk} = \frac{4m_g p_o}{D^2 \pi \rho_{go} p_v} = \frac{4 \cdot 1.582 \cdot 10^{-2} \cdot 1}{0.027^2 \cdot \pi \cdot 1.189 \cdot 2.68} = 8.68 \text{ m/s}$$



4.11. ábra. A hossz menti nyomáseloszlás mért illetve számított eredményeinek összehasonlítása

A 4.11. ábrán a számított nyomáseloszlási görbét folytonos vonallal megrajzoltuk és bejelöltük a stacionárius anyagszállításkor mért nyomásértékeket is. A mért illetve számított eredmények jó egyezést mutatnak.

4.7. A szállítási sebesség és a sűrűség kapcsolata

Sűrűáramú pneumatikus szállítás esetén a szállítócső hossz menti nyomás- és sebességeloszlásának számításakor a 4.1. fejezetben leírtakat elsősorban hosszú csővezetékek megbízható méretezése érdekében Kovács [73] gondolatmenetét felhasználva és Bajzel [74], valamint Akopjan [75] publikációit figyelembe véve az alábbiakkal egészítjük ki:

A szállítócsőben előre haladó anyagáram részecskéit ill. sűrűáramban a „felhő”-ként együttmozgó anyaghalmozatot aerodinamikai erő mozgatja előre. Egy részecskére ható hajtóerő az alábbi módon írható:

$$F = \frac{\rho_g}{2} A_{do} C_e w^2 \quad (4.34)$$

ahol:

ρ_g	[kg/m ³]	-	a szállító levegő sűrűsége
A_{do}	[m ²]	-	a részecske áramló gázra merőleges keresztmetszete
C_e	[-]	-	az ellenállástényező
$w = v_g - v_a$	[m/s]	-	a relatív sebesség

A „ C_e ” ellenállástényező Reynolds-számtól való függőségétől eltekintünk, azaz feltételezzük, hogy az 1.49. összefüggéssel definiált „ Re ”-szám olyan nagy, hogy a fenti elhanyagolás számottevő hibát nem okoz.

A vizsgálandó sűrűáramú szállítás tartományában az anyagsebesség értéke a levegő sebessége mellett elhanyagolhatóan kicsiny, így $w = v_g - v_a \approx v_g$ írható. A 4.34. összefüggés a 4.1. fejezetben ismertetett közelítő feltételeket figyelembe véve az alábbi módon írható:

$$F \approx \rho_g v_g^2 \quad (4.35)$$

Ez azt jelenti, hogy az előrehajtó erő arányos a szállító gáz (levegő) sűrűségének és a sebesség négyzetének szorzatával.

Előírhatjuk, hogy a szállítócső keresztmetszete a hossz mentén úgy változzék, hogy közben az expanziót is figyelembe véve a

$$\rho_g v_g^2 = konst. \quad (4.36)$$

értéken maradjon.

A fentiek figyelembe vételével a szállítási sebesség és a sűrűség, ill. nyomás között az alábbi összefüggés adódik:

$$v_g = v_{go} \left(\frac{\rho_{go}}{\rho_g} \right)^{1/2} = v_{go} \left(\frac{p_o}{p} \right)^{1/2} \quad (4.37)$$

Az elemi csőszakaszra felírt nyomáskereső a 4.3. és 4.13. egyenletek összevonásával vízszintes és függőleges egyenes cső esetén egyaránt az üresjárási, ütközési, súrlódási és emelési részből tevődik össze. Írható tehát, hogy:

$$-dp = dp_o + dp_{ii} + dp_s + dp_e \quad (4.38)$$

Azaz például vízszintes csőnél:

$$-dp = \left[\frac{\lambda \cdot \rho_g \cdot v_g^2}{2 \cdot D} + \frac{k_{iv} \cdot \dot{m}_a \cdot v_g}{A \cdot D} + \frac{(k_{sv} + k_{ev}) \cdot \dot{m}_a \cdot g}{A \cdot v_g} \right] \cdot dl \quad (4.39)$$

Az anyag megmaradási törvényből következik, hogy:

$$\dot{m}_g = A \rho_g v_g = konst. \quad (4.40)$$

A 4.40. és az izotermikus állapotváltozás 4.2. egyenlete figyelembe vételével az alábbi egyenleteket nyerjük:

$$A = A_o \frac{p_o}{p} \frac{v_{go}}{v_g} = A_o \left(\frac{p_o}{p} \right)^{1/2} \quad (4.41)$$

$$D = D_o \left(\frac{p_o}{p} \right)^{1/4} \quad (4.42)$$

A 4.37., 4.41. és 4.42. összefüggést a 4.39.-be helyettesítve adódik, hogy:

$$-dp = \left[\frac{\lambda \rho_{go} v_{go}^2}{2 D_o p_o^{1/4}} + \frac{k_{iv} m_a v_{go}}{A_o D_o p_o^{1/4}} \right] p^{1/4} dl + \frac{(k_{sv} + k_{ev}) m_a g}{A_o p_o v_{go}} p dl \quad (4.43)$$

A 4.43. differenciálegyenlet dimenziótlanításához a következő jelöléseket vezettük be:

$$\begin{aligned} p^* &= \frac{p}{p_o} & l^* &= \frac{l}{D_o} & L^* &= \frac{L}{D_o} & Fr_o &= \frac{v_{go}}{\sqrt{g D_o}} \\ \pi_{oo} &= \frac{\rho_{go} v_{go}^2}{2 p_o} & \pi_1 &= \frac{k_{iv} m_a m_g}{A_o^2 \rho_{go} p_o} & \pi_2 &= \frac{(k_{sv} + k_e) \mu g D_o}{RT} \\ \pi_{1o} &= \lambda \pi_{oo} + \pi_1 & \pi_{2o} &= \pi_{1o} + \pi_2 \\ \frac{\pi_{1o}}{\pi_2} &= \left[\frac{\lambda}{2(k_{sv} + k_e)} + \frac{k_{iv}}{k_{sv} + k_e} \right] Fr_o^2 \end{aligned} \quad (4.44)$$

A dimenziótlan differenciálegyenlet a 4.44. jelölések felhasználásával az alábbi alakú:

$$-\frac{dp^*}{\pi_{1o} p^{*1/4} + \pi_2 p^*} = dl^* \quad (4.45)$$

A 4.45. egyenlet integrálása után az állandó előrehajtó erő feltételéből származó dimenziótlan nyomáseloszlást a következő összefüggés írja le:

$$p^* = \left[\left(\frac{\pi_{1o}}{\pi_2} + 1 \right) e^{\frac{3\pi_2}{4}(L^* - l^*)} - \frac{\pi_{1o}}{\pi_2} \right]^{4/3} \quad (4.46)$$

Az előbbieken bemutatott módszer alapján lehetőség nyílik más törvényszerűség előírása szerint változó keresztmetszetű csővezeték vizsgálatára is. Nézzük meg például, hogy a $v_g = \text{áll. levegősebesség}$ előírásával milyen megoldás adódik.

Az anyagmegmaradás- és az izotermikus állapotváltozási törvényeket figyelembe véve a szállítóvezeték keresztmetszete az állandó levegősebesség előírásából adódóan a nyomással fordítottan arányosan

$$A = A_o \frac{p_o}{p} \quad (4.47)$$

míg a csőátmérő az alábbi összefüggés szerint változik:

$$D = D_o \left(\frac{p_o}{p} \right)^{1/2} \quad (4.48)$$

A sebesség állandóságát előíró megkötés – a 4.38. egyenlet és a 4.44. összefüggések felhasználásával – a következő dimenzióatlanított differenciálegyenletre vezet:

$$-\frac{dp^*}{\pi_{1o} p^{*3/2} + \pi_2 p^*} = dl^* \quad (4.49)$$

A 4.49. egyenlet integrálása után az állandó levegősebesség feltételből adódó dimenzióatlan nyomáseloszlást a következő összefüggés írja le:

$$p^* = \left[\left(\frac{\pi_{1o}}{\pi_2} + 1 \right) e^{-\frac{\pi_2}{2} (L^* - l^*)} - \frac{\pi_{1o}}{\pi_2} \right]^{-2} \quad (4.50)$$

Nézzük meg, hogy *állandó Froude-szám* előírásával milyen megoldás adódik. E probléma felvetése Hilgraf [76] publikációjában is megtalálható.

Az anyagmegmaradás- és az izotermikus állapotváltozási törvényeket figyelembe véve a szállítóvezeték keresztmetszete az állandó Froude-szám előírásából adódóan az alábbi összefüggés szerint változik:

$$A = A_o \left(\frac{p_o}{p} \right)^{4/5} \quad (4.51)$$

Az átmérő nyomás szerinti változása:

$$D = D_o \left(\frac{p_o}{p} \right)^{2/5} \quad (4.52)$$

A fentiek figyelembe vételével a sebesség változása az átmérő illetve a nyomás függvényében a következő összefüggéssel számítható:

$$v_g = v_{go} \left(\frac{D}{D_o} \right)^{1/2} = v_{go} \left(\frac{p_o}{p} \right)^{1/5} \quad (4.53)$$

A Froude-szám állandóságát előíró megkötés – a 4.38. egyenlet és a 4.44., 4.51., 4.52. és 4.53. összefüggések felhasználásával – a következő dimenzióatlanított differenciálegyenletre vezet:

$$-\frac{dp^*}{\pi_{2o} p^*} = dl^* \quad (4.54)$$

A 4.54. egyenlet integrálása után az *állandó Froude-szám* feltételből adódó dimenziótlan nyomáseloszlást a következő összefüggés írja le:

$$p^* = e^{\pi_{2o}(L^* - l^*)} \quad (4.55)$$

Végül nézzük meg, hogy milyen változó keresztmetszetű csővezeték adódik a Reynolds-szám állandóságát előíró megkötés figyelembe vételével. A Reynolds-szám állandóságát kifejező egyenlet az alábbi:

$$\text{Re} = \frac{Dv_g}{\nu_g} = \frac{D_o v_{go}}{\nu_{go}} \quad (4.56)$$

A Reynolds-számban, a 4.56. egyenletben a „ ν_g ” kinematikai viszkozitás az „ η_g ” dinamikai viszkozitással kifejezhető. Írható, hogy:

$$\text{Re} = \frac{Dv_g \rho_g}{\eta_g} = \frac{D_o v_{go} \rho_{go}}{\eta_{go}} \quad (4.57)$$

Mivel a dinamikai viszkozitás csak a hőmérséklettől függ, ezért a 4.57. egyenlet izoterm esetben $\eta_g = \eta_{go}$ figyelembe vételével a következő formát ölti:

$$D\rho_g v_g = D_o \rho_{go} v_{go} \quad (4.58)$$

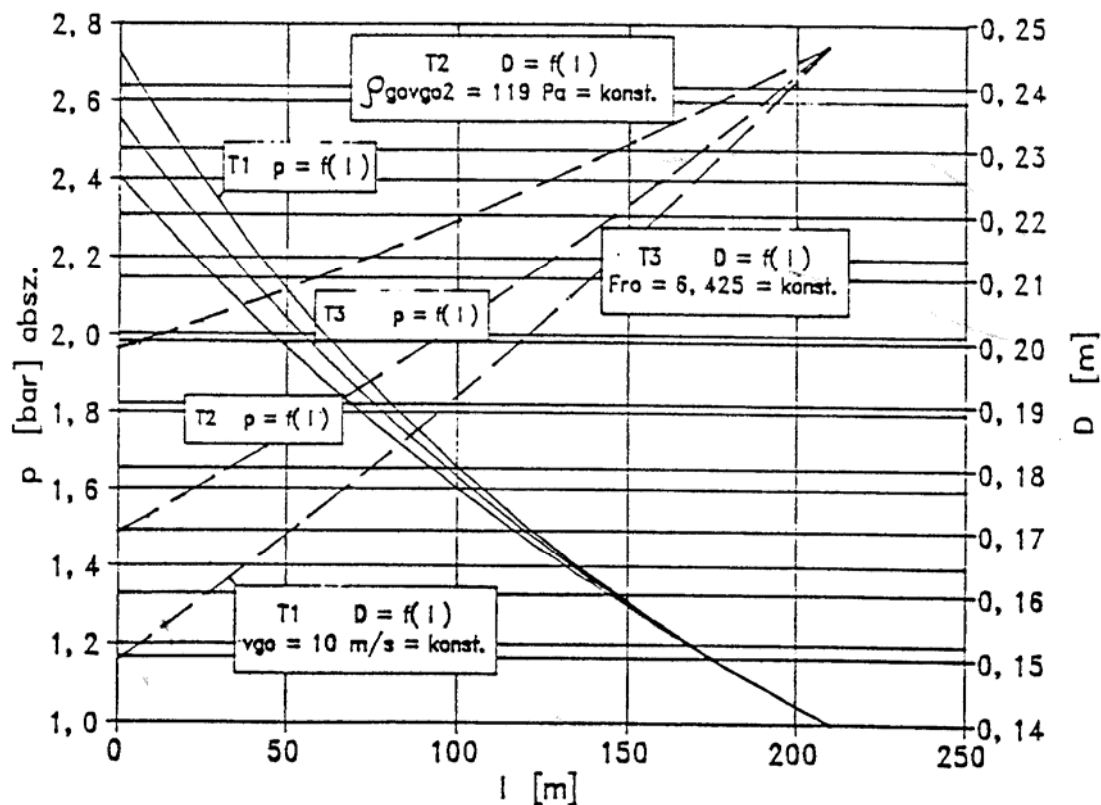
A gáz tömegáram állandóságát kifejező 4.40. egyenlet az alábbi formában is írható:

$$D^2 \rho_g v_g = D_o^2 \rho_{go} v_{go} \quad (4.59)$$

A 4.58. valamint a 4.59. egyenlet egymásnak ellentmond. Ez azt jelenti, hogy *változó keresztmetszetű pneumatikus szállítóvezeték $\text{Re}=\text{áll. feltételt}$ figyelembe véve nem készíthető.*

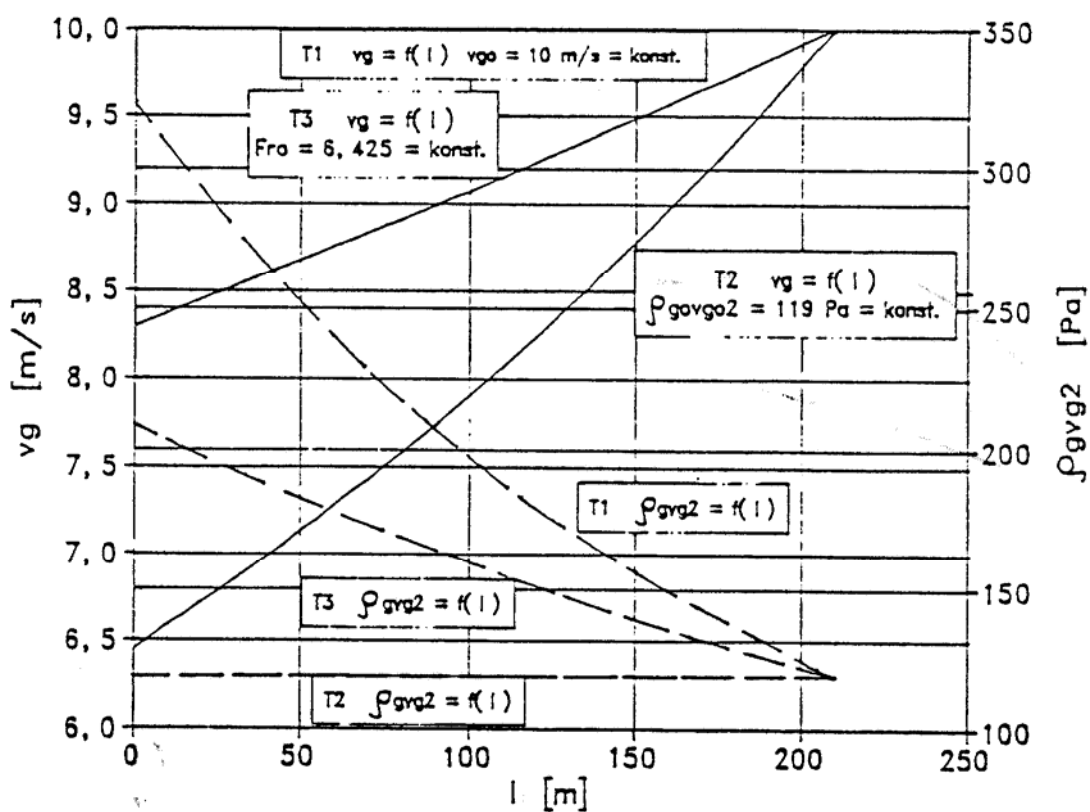
Fentiek szemléltetésére a változó keresztmetszetű csővezetékek hossz menti nyomás- és sebességeloszlására nyert eredményeket az alábbi mintapélda adataival mutatjuk be:

Szállítandó anyag:	Erőművi pernye
A szállítócső hossza:	$L=210\text{m}$
helyzete:	vízszintes
Átmérő a csővégen:	$D_o=0.247\text{m}$
Levegősebesség a csővégen:	$v_{go}=10\text{m/s}$
Levegősűrűség a csővégen:	$\rho_{go}=1.19\text{kg/m}^3$
Nyomás a csővégen:	$p_o=1\text{bar}$
Anyag tömegáram:	$m_a = 150\text{t} / h = 41.7\text{kg} / s$
Csősúrlódási tényező:	$\lambda=0.018$
Ütközési tényező:	$k_u=0.003$
Anyagsúrlódási tényező:	$k_s=0.4$
Emelési tényező (vízsz. cső)	$k_e=0$



4.12. ábra Nyomás- és átmérőváltozás a csőhossz függvényében

A 4.12. ábrában bemutatjuk a folytonosan változó keresztmetszetű csővezeték $p=f(l)$ nyomás-



4.13. ábra. Sebesség- és $\rho_g v_g^2$ – eloszlás a csőhossz függvényében

hossz és $D=f(l)$ átmérő-hossz függvény mintapélda adataival számított görbéit. A 4.13. ábra a folytonosan változó keresztmetszetű csővezeték $v_g=f(l)$ és $\rho_g v_g^2=f(l)$ függvények görbéit tartalmazza.

Tekintettel arra, hogy a fenti folytonosan változó keresztmetszetű csővezeték elkészíteni nem lehet, kézenfekvő, hogy az elméleti vizsgálat legkedvezőbb eredményét adó elméleti vezeték különböző hosszúságú és átmérőjű valóságos – állandó keresztmetszetű csőszakasz összerakásával közelítsük meg.

Finomszemcsés anyagok (cement, pernye, liszt...stb.) sűrűáramú pneumatikus szállításakor a szállítóvezeték hossz menti nyomás- és sebességeloszlásának meghatározásához a legkedvezőbb megoldást az *állandó előrehozott erő* feltétel szerinti számítás adja, míg durvaszemcsés anyagoknál (darabos szén, búza, műanyag granulátum...stb.) a *Froude-szám állandósága* feltételt célszerű betartani.

4.8. Lépcsősen változó keresztmetszetű pneumatikus szállítóvezeték vizsgálata

Határozzuk meg az átmérő-változtatás helyeit egy pernyeszállítási feladat adataival, amikor $L=490\text{m}$ hosszúságú vízszintes szakaszon kell $\dot{m}_a = 90\text{t/h} = 25\text{kg/s}$ stacionárius anyag tömegáramot egy nyomótartályos pneumatikus szállítóberendezéssel elszállítani.

Vegyük fel a keverési arány értékét $\mu=60$ -ra, ezzel a szállító levegő tömegárama az alábbiak szerint adódik:

$$\dot{m}_g = \frac{\dot{m}_a}{\mu} = \frac{25\text{kg/s}}{60} = 0.417\text{kg/s}$$

Vegyük fel az átmérőt a csővezeték végén $D_o=0.2\text{m}$ -re és határozzuk meg a csővégi levegősebesség és $\rho_{go} v_{go}^2$ értékeket:

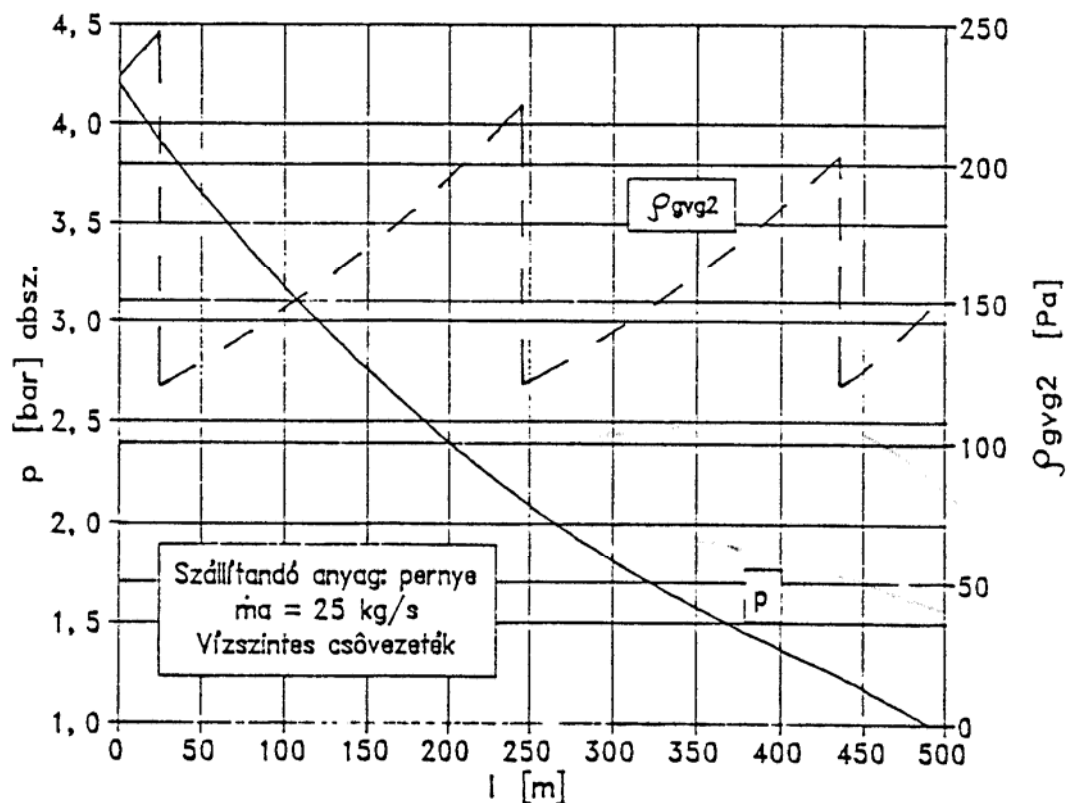
$$v_{go} = \frac{\dot{m}_g}{A_o \rho_{go}} = \frac{0.417 \cdot 4}{0.2^2 \cdot \pi \cdot 1.189} = 11.1\text{m/s}$$

$$\rho_{go} v_{go}^2 = 1.189 \cdot 11.1^2 = 146.5\text{Pa}$$

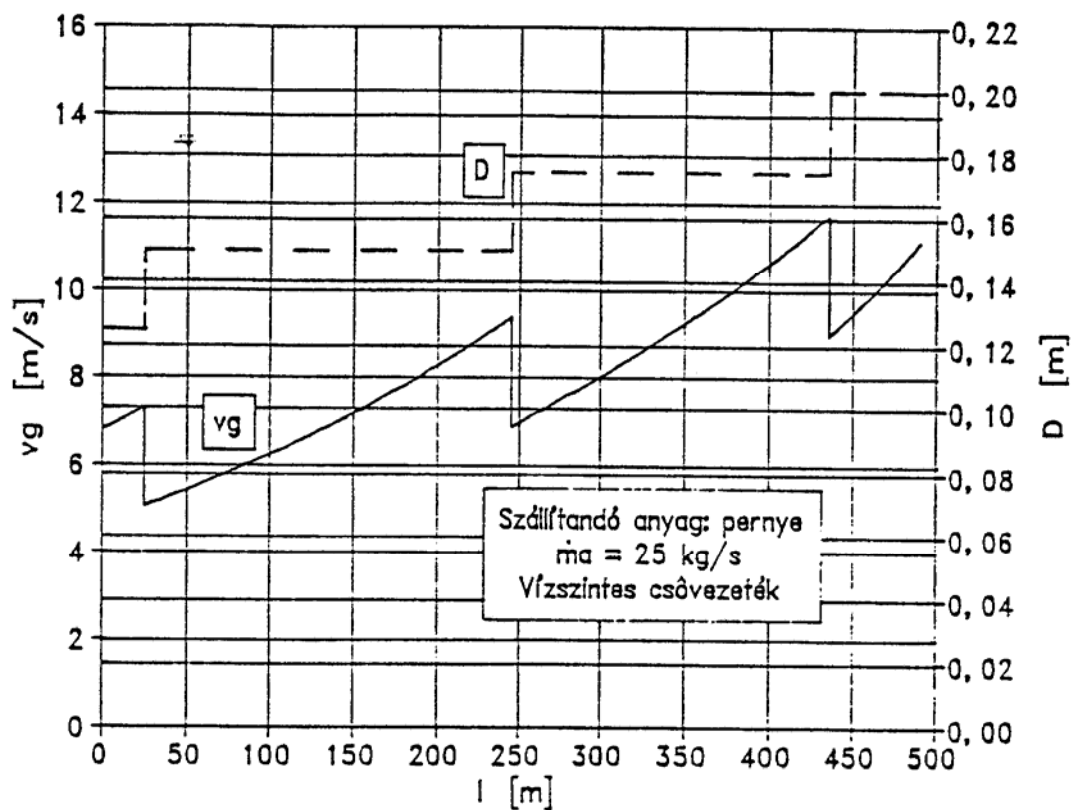
Kísérleti tapasztalatok alapján egy felső üritésű nyomótartály esetében az anyag elindításához erőművi (kazánházi) durva pernye esetében legalább $v_{gk}=6\text{--}7\text{m/s}$ levegősebesség szükséges. A közepesen hosszú $L=150\text{--}250\text{m}$ szállítóvezeték elején kialakuló nyomás értéke hozzávetőlegesen $p_k=2\text{--}3\text{bar}$ abszolút $\dot{m}_a = 40\text{--}50\text{t/h}$ anyag tömegáram esetén. Az anyag elindításához és a dugulásmentes üzemhez ilyen paraméterű vezetékben a kísérletek szerint a $\rho_{go} v_{go}^2$ mennyiség értéke a következő:

$$\rho_g v_g^2 \geq 120\text{Pa} \quad (4.60)$$

A különböző átmérőjű erőművi pernyét szállító csővezeték – figyelembe véve a szabványos csőátmérőket – tehát olyan szakaszokból kell összerakni, hogy a 4.60. összefüggés szerinti egyenlőtlenség teljesüljön.



4.14. ábra. Lépcsősen változó keresztmetszetű pneumatikus szállítóvezeték csőhossz menti nyomás- és $\rho_g v_g^2$ eloszlásai



4.15. ábra. Lépcsősen változó keresztmetszetű pneumatikus szállítóvezetékben a levegősebesség- és az átmérő csőhossz menti változása

A 4.60. feltétel szerint számított – lépcsősen változó keresztmetszetű pneumatikus szállítóvezeték – csőhossz menti nyomás- és $\rho_g v_g^2$ eloszlásait a 4.14. ábrában, míg a levegősebesség- és az átmérő csőhossz menti változását a 4.15. ábrában láthatjuk. A bemutatott mintapéldában a számítás korlátjaként a feladathoz választandó csavarkompresszor végnyomását $p_{max}=3.5\text{bar}$ túlnyomás vettük figyelembe. Természetesen egy tervezési feladatban az anyagjellemzők laboratóriumi kísérletekkel történő meghatározásán túl az induló keverési arány szisztematikus változtatásával, egy iterációs eljárással közelíthetjük meg a választandó légszállító gép nyomáskorlátját.

A mintapéldabeli számítási eredmény minősítése érdekében kiszámítottuk a szállítás fajlagos energiaigényét:

$$e = \frac{RT}{L\mu} \frac{n}{n-1} \left[\left(\frac{p_k}{p_o} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] = \frac{287 * 293}{490 * 60} * \frac{1.3}{1.3-1} * \left[\left(\frac{4.195}{1} \right)^{\frac{1.3-1}{1.3}} - 1 \right] = 4.86 \text{ J / kgm}$$

Összehasonlításként állandó csőátmérővel ($D=125\text{mm}$) számolva $e=8.48\text{J/kgm}$ érték adódik.

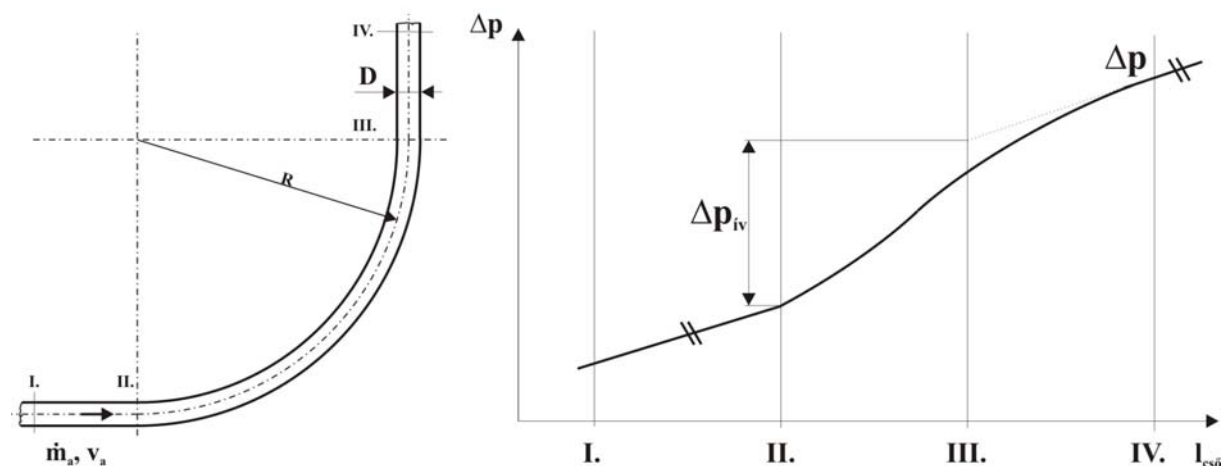
A fajlagos energiaigény értékét összehasonlítjuk a szakirodalomban talált hasonló méretű és hasonló szállítóteljesítményű pneumatikus szállítóberendezésekével is. A 3.71. ábrában bemutatott irodalmi adatok – Flatt [63] – szerint FLUIDSTAT rendszerű nyomótartályos cementszállító berendezés fajlagos energiaigénye az itt számolt mintapéldabeli értéknek körülbelül kétszerese. Kiemelendő továbbá, hogy a szállítóvezeték kopása is lényegesen kisebb a kis levegősebesség miatt. A 3.72. ábrában bemutatott irodalmi adatok – Kano [64] – szerint nagynyomású nyomótartályos granulátum szállító berendezésben az általunk számolt értéknél közel egy nagyságrenddel nagyobb a fajlagos energiaigény. Ez az eltérés, döntően a szemcseméret különbségéből származik. Ugyanott azonban dugós szállítási üzemmódban az általunk számolthoz szinte teljesen azonos eredmény látható, ami a dugós szállítás előnyét a szemcsés anyagoknál különösen kidomborítja. Az összehasonlításból az a következtetés is levonható, hogy megfelelően méretezett és természetesen az üzembe helyezéskor megfelelően beállított nyomótartályos szállítóberendezés kedvező energetikai jellemzőivel versenyképes más élvonalbeli szállítóberendezésekkel.

4.9. A pneumatikus szállítóvezetékbe épített 90°-os ívek nyomásesésének közelítő meghatározása sűrűáramú szállítás esetén

A fejezet számítási eljárást ismertet a pneumatikus szállítóvezetékbe épített különböző síkú ívek nyomáseséseinek közelítő meghatározására sűrűáramú szállítás esetén. Az ide vonatkozó irodalmak közül az irodalomjegyzékben felsorolt következő munkákra hivatkozunk [77, 78, 79, 80, 81].

Az ívben mozgó anyagrészecskék, a rájuk ható erők következtében lelassulnak, a szállító gázáram az ív után csatlakozó egyenes csőszakaszban a lelassult anyagrészecskéket elegendően hosszú csatlakozó egyenes csőszakasz estén felgyorsítja a csőszakaszhoz tartozó határsebességre. Az ív nyomásesése egyenlő az anyag újra felgyorsításához szükséges nyomáseséssel.

Ha vizsgáljuk az ívben mozgó pneumatikusan szállított anyagot, azt találjuk, hogy az anyagrészecskék a rájuk ható erők hatására bekövetkező intenzív súrlódás miatt, az ív végéhez érve jelentősen lelassulnak. Az ívet követő egyenes szakaszban az anyag ismét felgyorsul. Az ívben történő anyagszállítás nyomásesése az anyag újra felgyorsítását fedezi. A 4.16. ábra a vízszintes síkú ívben történő anyagszállítás esetén mutatja a nyomásesés lefolyását a csőhossz függvényében. Az ív „ Δp_{iv} ” nyomásesése legnagyobb részben az ív után következik be.



4.16. ábra. A nyomásesés lefolyása vízszintes síkú ívben történő anyagszállításkor

A legnagyobb a sebességváltozás a függőleges síkú vízszintesből induló ív esetében.

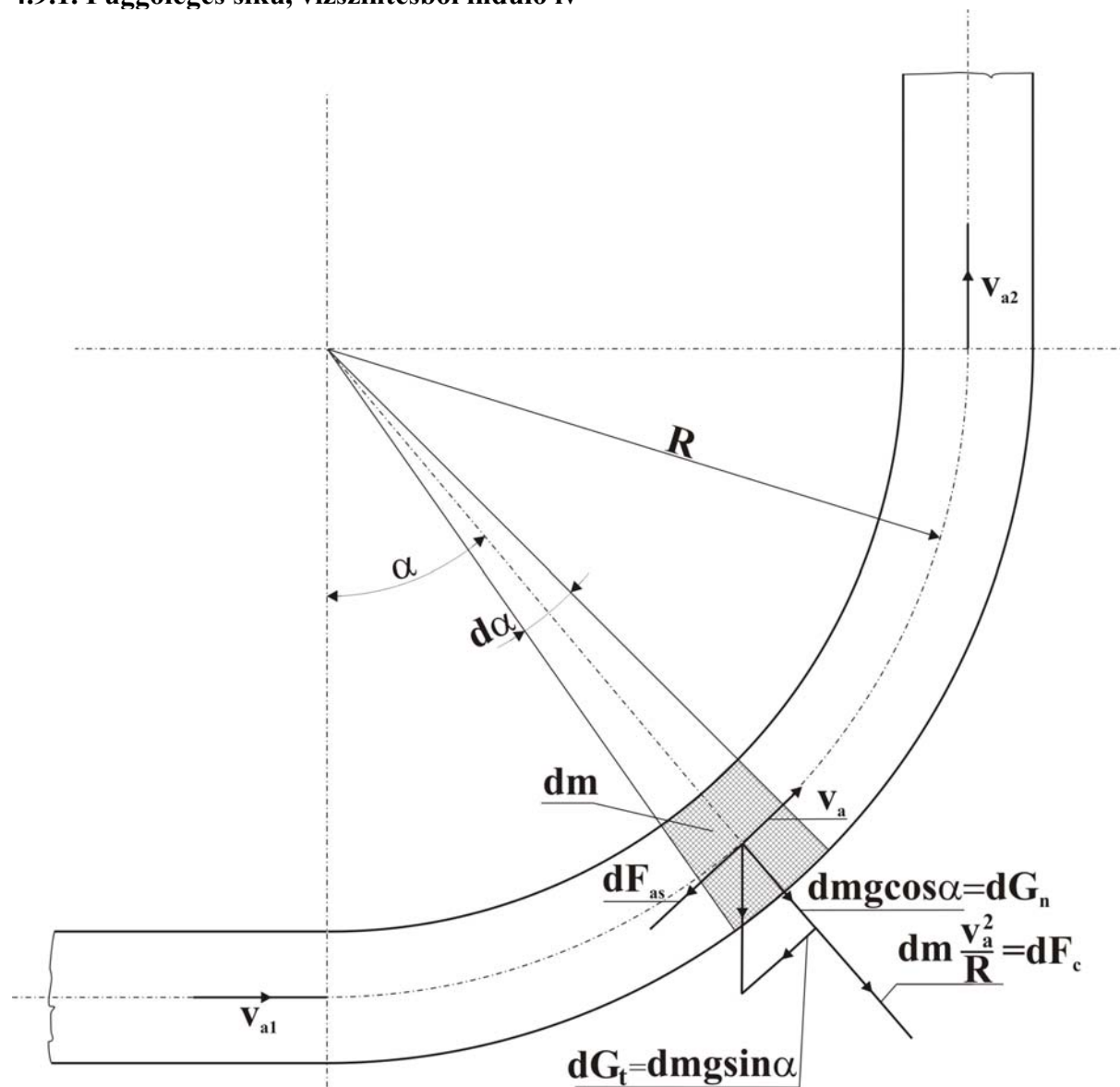
Az ívek nyomásesésének meghatározása végett felállítandó matematikai – fizikai modell felírásánál az alábbiakban felsorolt elhanyagolásokkal élünk:

- Az ívben mozgó anyagrészecskékre ható, a légáramból származó előrehajtó erőt nem vesszük figyelembe.
- Az ívben mozgó anyagrészecskékre ható fékezőerőt a *Coulomb* súrlódásból számítjuk.
- Az ív nyomásesését az a. és b. alattiak figyelembe vételével közelítjük azzal az értékkel, ami abból származik, hogy az ívben lelassult anyagrészecskéket a szállító gázáram az ívhez csatlakozó elegendően hosszú egyenes csőszakaszban ismét felgyorsítja a csatlakozó vízszintes vagy függőleges csőszakaszhoz tartozó sebességértékre.

A szállítóvezetékbe épített különböző síkú ívek közül a gyakorlatban leginkább előforduló, alábbi módon elhelyezkedő íveket tárgyaljuk:

- 4.9.1. Függőleges síkú, vízszintesből induló ív
- 4.9.2. Függőleges síkú, függőlegesen induló ív
- 4.9.3. Vízszintes síkú ív

4.9.1. Függőleges síkú, vízszintesből induló ív



4.17. ábra. Függőleges síkú, vízszintesből induló ív

A 4.17. ábrában látható tetszőleges „ α ” szöggel jellemzett helyén kimetszett elemi szakaszában mozgó tömegére ható súrlódó erő „ μ ” súrlódási tényező figyelembe vételével az alábbi módon számítható:

$$dF_{as} = dm \left(g \cos \alpha + \frac{v_a^2}{R} \right) \mu \quad (4.61)$$

A súlyerő mozgás irányával ellentétes komponense:

$$dG_t = dm g \sin \alpha \quad (4.62)$$

A mozgást fékező erő, azaz a lassító erő ezek után a következőként írható:

$$dF_l = dF_{as} + dG_l = dm \left[\left(g \cos \alpha + \frac{v_a^2}{R} \right) \mu + g \sin \alpha \right] \quad (4.63)$$

A lassulva mozgó elemi tömegre felírt mozgásegyenlet az alábbi formát ölti:

$$dm \frac{dv_a}{dt} = -dF_l \quad (4.64)$$

A 4.64. egyenletben a negatív előjel a lassulásra utal. A 4.63. és 4.64. egyenletek összevonásával kapjuk, hogy:

$$\frac{dv_a}{dt} = -g \sin \alpha - \left(g \cos \alpha + \frac{v_a^2}{R} \right) \mu \quad (4.65)$$

A 4.65. egyenlet baloldalát a

$$v_a = \frac{R d\alpha}{dt} \quad (4.66)$$

Figyelembe vételével átalakíthatjuk. Az átalakítás és rendezés után az ívben lassulva mozgó részecske mozgását leíró alábbi differenciálegyenletet kapjuk:

$$v_a \frac{dv_a}{d\alpha} + \mu v_a^2 = -gR \sin \alpha - \mu gR \cos \alpha \quad (4.67)$$

A 4.67. egyenlet dimenziótlan formája a következő:

$$\pi_1 v_a^* \frac{dv_a^*}{d\alpha} + \pi_1 \mu v_a^{*2} = -\sin \alpha - \mu \cos \alpha \quad (4.68)$$

Itt a „ π_1 ” összevont dimenziótlan állandó definíció szerint:

$$\pi_1 = \frac{v_{a1}^2}{gR} \quad (4.69)$$

A 4.68. dimenziótlan differenciálegyenlet megoldása után az alábbi egyenlethez jutunk:

$$v_a^* = \frac{v_a}{v_{a1}} = \left[(1 - \pi_2) e^{-2\mu\alpha} - \pi_3 \sin \alpha + \pi_2 \cos \alpha \right]^{1/2} \quad (4.70)$$

A 4.70. egyenletben a „ π_2 ” és „ π_3 ” összevont dimenziótlan állandók az alábbiak szerint írhatók:

$$\pi_2 = \frac{2(1 - 2\mu^2)}{\pi_1(1 + 4\mu^2)} \quad \pi_3 = \frac{2\mu}{\pi_1(1 + 4\mu^2)} \quad (4.71)$$

A 4.70. egyenlet segítségével az ívben mozgó anyagrészecske sebessége a szög függvényében pontról pontra számítható. Így például egy $\alpha=90^\circ$ -os ívből kilépő „ v_{a2} ” anyagsebesség a belépő „ v_{a1} ” ismeretében előre meghatározható.

Az ívhez csatlakozó – jelen esetben függőleges – egyenes csőszakaszban az anyag a lecsökkent „ v_{a2} ” sebességről felgyorsul arra a „ v_{af} ” határsebességre, ami a függőleges szállítócsőhöz tartozik, ha van elegendő hosszúságú csőszakasz az ív után.

Az ív nyomásesése, ami végeredményben az ívhez csatlakozó függőleges szakaszban az anyag újra felgyorsításához szükséges nyomáseséssel egyezik meg, a következő összefüggéssel határozható meg:

$$\Delta p_{iv} = \frac{\dot{m}_a}{A} (v_{af} - v_{a2}) \quad (4.72)$$

Tekintettel arra, hogy az ívben a részecskék a rájuk ható erő eredményeként lassulva mozognak, ezért az anyag koncentrációja az ív mentén a szög függvényében változik, azaz $C=f(\alpha)$. A koncentráció értéke az alábbi egyenlettel adható meg:

$$C = \frac{\dot{m}_a}{Av_a} = \frac{\dot{m}_a}{v_{a1}v_a^*A} \quad (4.73)$$

4.9.2. Függőleges síkú, függőlegesből induló ív

A 4.18. ábrán vázolt ív tetszőleges „ a ” szögű helyén kimetszett elemi szakaszában lévő tömegelemre ható súrlódó erő az alábbi módon határozható meg:

$$dF_{as} = dm \left(\frac{v_a^2}{R} - g \sin \alpha \right) \mu \quad (4.74)$$

A súlyerő mozgás irányával ellentétes komponense:

$$dG_t = dm g \cos \alpha \quad (4.75)$$

A lassító erő a fenti két erő összegeként írható, azaz:

$$dF_l = dF_{as} + dG_t = dm \left[\left(\frac{v_a^2}{R} - g \sin \alpha \right) \mu + g \cos \alpha \right] \quad (4.76)$$

A lassulva mozgó elemi tömege felírt mozgásegyenlet ezek után:

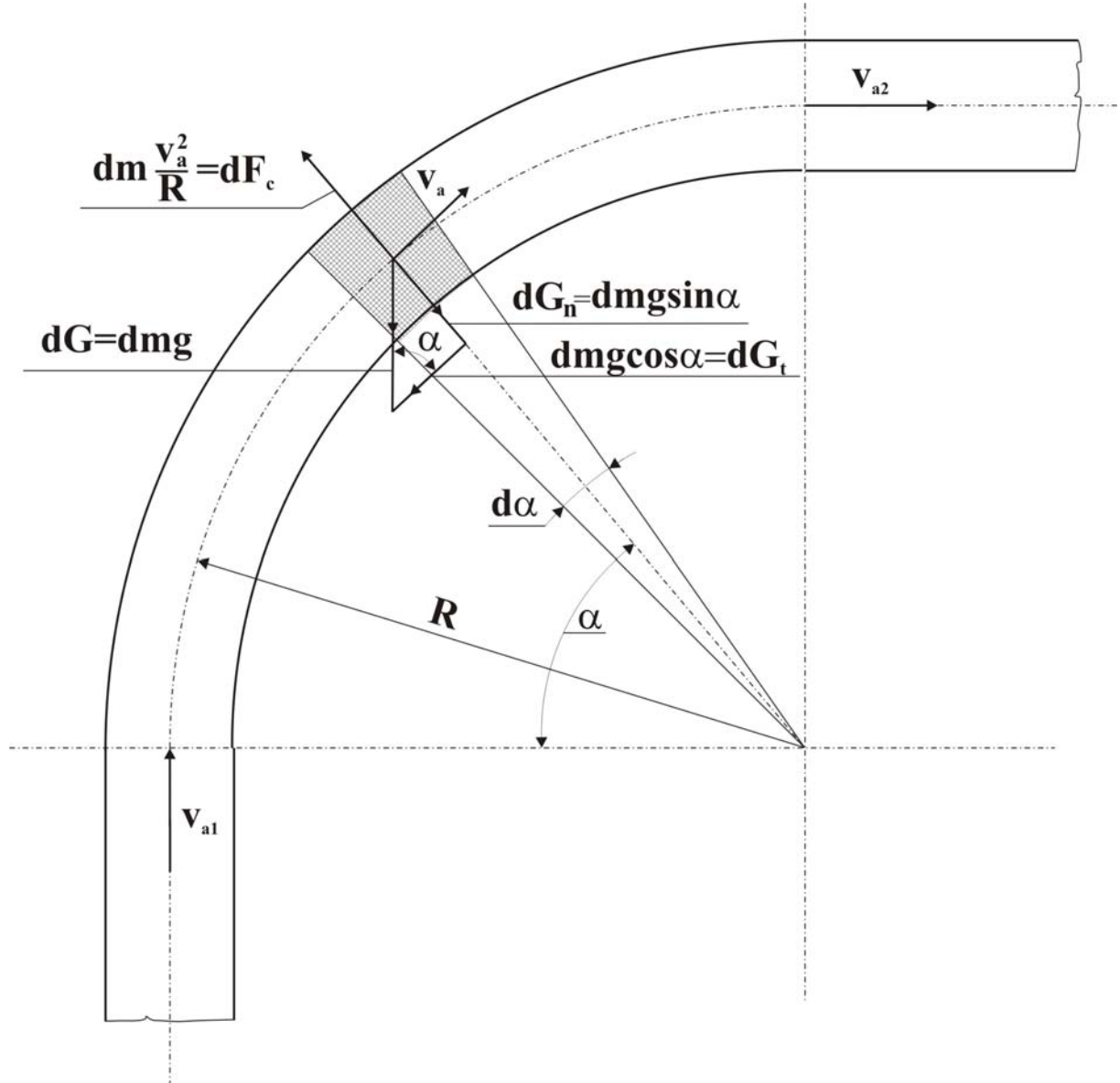
$$dm \frac{dv_a}{dt} = -dF_l \quad (4.77)$$

Felhasználva a 4.66. egyenletet, a 4.77. egyenlet átrendezés után a következő formában írható:

$$v_a \frac{dv_a}{d\alpha} + \mu v_a^2 = -gR \cos \alpha + \mu gR \sin \alpha \quad (4.78)$$

A 4.78. egyenlet dimenziótlan formája az alábbi összefüggéssel adható meg:

$$\pi_1 v_a^* \frac{dv_a^*}{d\alpha} + \pi_1 \mu v_a^{*2} = -\cos \alpha + \mu \sin \alpha \quad (4.79)$$



4.18. ábra. Függőleges síkú, függőlegesből induló ív

A 4.79. egyenlet a 4.68. egyenlettől csupán az egyenlet jobboldalában különbözik, ezért az egyenlet megoldása is hasonlóságot mutat a 4.68. egyenlet megoldásával. A 4.79. differenciálegyenlet megoldásaként kapjuk, hogy:

$$v_a^* = \left[(1 + \pi_3) e^{-2\mu\alpha} - \pi_2 \sin \alpha - \pi_3 \cos \alpha \right]^{1/2} \quad (4.80)$$

A 4.80. egyenlet segítségével az ívben mozgó anyagrészecske sebessége a szög függvényében számítható.

Az ívhez csatlakozó vízszintes egyenes csőszakaszban az anyag az $\alpha=90^\circ$ -os középponti szögű ívben a lecsökkent „ v_{a2} ” sebességről felgyorsul arra a „ v_{av} ” sebességre, ami a csatlakozó vízszintes egyenes csőszakaszban uralkodik.

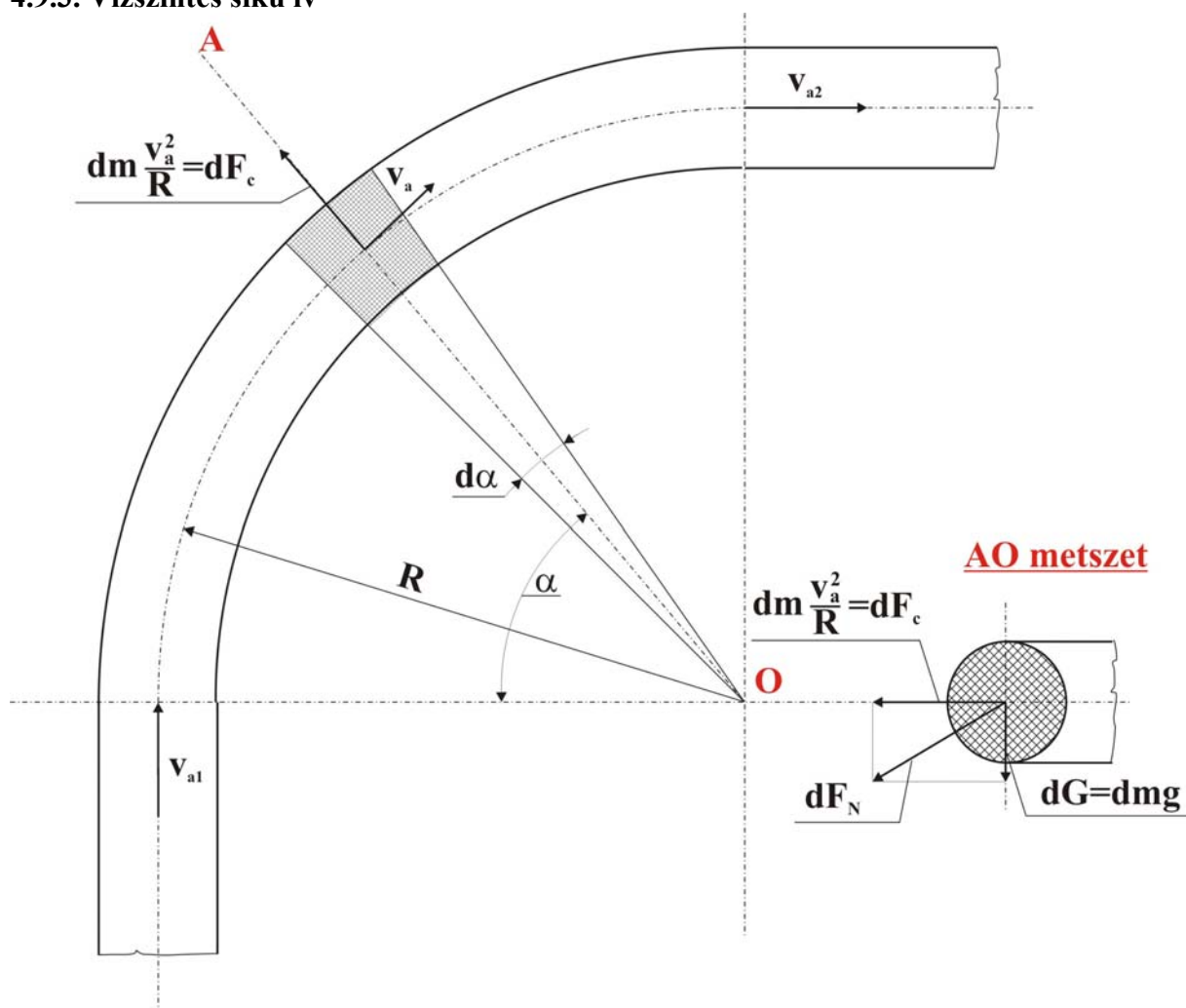
Az ív nyomásesésének számítása a 4.72. összefüggéshez hasonlóan az alábbi egyenlettel történik:

$$\Delta p_{iv} = \frac{\dot{m}_a}{A} (v_{av} - v_{a2}) \quad (4.81)$$

A koncentráció értéke az alábbi egyenlettel adható meg:

$$C = \frac{\dot{m}_a}{Av_a} = \frac{\dot{m}_a}{v_{a1} v_a^* A} \quad (4.82)$$

4.9.3. Vízszintes síkú ív



4.19. ábra. Vízszintes síkú ív

A 4.19. ábrában rajzolt ív „a” szöghelyezettel jellemzett helyén kimetszett elemi szakaszban mozgó tömegelemére ható súrlódó erő az alábbi módon írható:

$$dF_{as} = \mu dF_N = \mu \left[\left(dm \frac{v_a^2}{R} \right)^2 + (dm g)^2 \right]^{1/2} \quad (4.83)$$

Az ívben lassulva mozgó részecskék mozgásegyenlete ezek után:

$$dm \frac{dv_a}{dt} = -dF_{as} \quad (4.84)$$

A negatív előjel itt is a lassulásra utal. Felhasználva a

$$v_a = \frac{R d\alpha}{dt} \quad (4.85)$$

összefüggést kapjuk, hogy

$$v_a \frac{dv_a}{d\alpha} = -\mu R \left[\frac{v_a^4}{R^2} + g^2 \right]^{1/2} \quad (4.86)$$

Elvégezve a 4.86. egyenlet dimenziótlanítását az alábbi egyenletet nyerjük:

$$\pi_1 v_a^* \frac{dv_a^*}{d\alpha} = -\mu (\pi_1^2 v_a^{*4} + 1)^{1/2} \quad (4.87)$$

Az egyenlet megoldása az alábbi:

$$v_a^* = \left(\frac{\pi_4^2 - e^{4\mu\alpha}}{2\pi_1\pi_4 e^{2\mu\alpha}} \right)^{1/2} \quad (4.88)$$

A 4.88. egyenletben szereplő „ π_4 ” összevont dimenziótlan állandó definíció szerint az alábbi alakban írható:

$$\pi_4 = \pi_1 + (1 + \pi_1^2)^{1/2} \quad (4.89)$$

Az ív nyomásesése itt is megegyezik az ívhez csatlakozó egyenes szakaszban uralkodó „ v_{av} ” sebességre történő újra felgyorsításhoz szükséges nyomáseséssel. Ez a sebesség érték, mivel az ívhez elől és hátul ugyanolyan vízszintes csőszakasz csatlakozik, megegyezik a belépő sebességgel, azaz $v_{av} = v_{a1}$.

Az ív nyomásesése ezek után:

$$\Delta p_{iv} = \frac{m_a}{A} (v_{av} - v_{a2}) \quad (4.90)$$

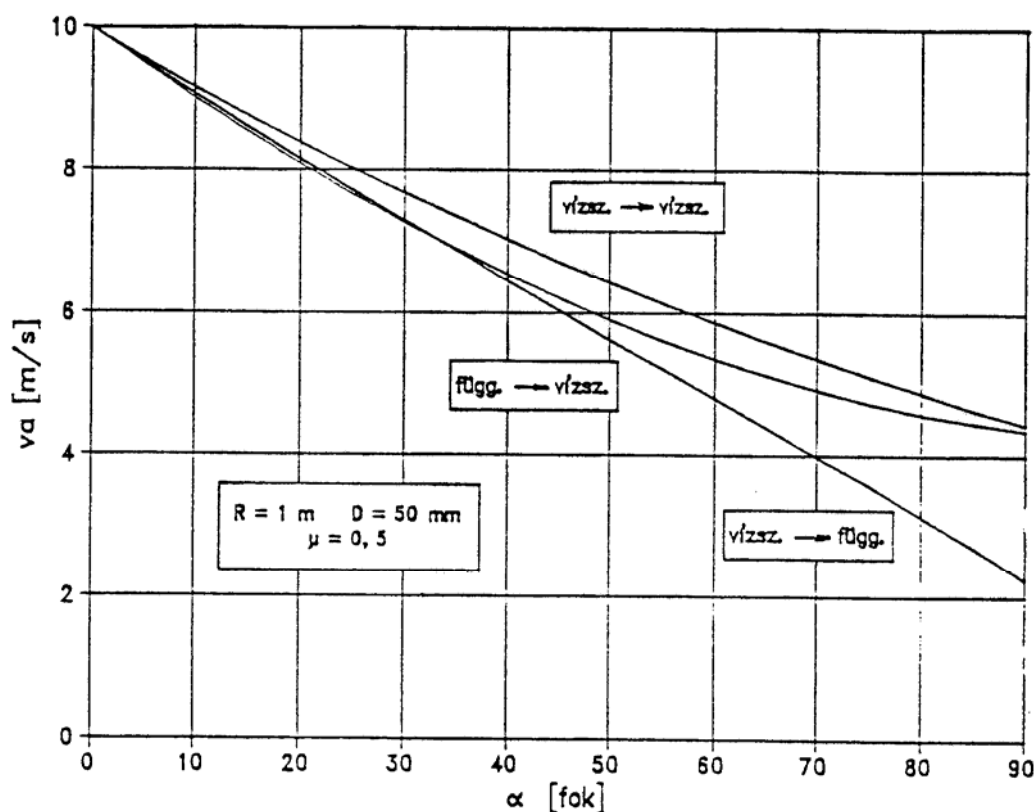
A koncentráció értéke pedig:

$$C = \frac{\dot{m}_a}{Av_a} = \frac{\dot{m}_a}{v_{a1}v_a^*A} \quad (4.91)$$

4.9.4. Különböző térbeli elhelyezkedésű 90°-os ívek összehasonlítása

A 4.9. fejezetben ismertetett összefüggéseket felhasználva meghatároztuk, hogyan befolyásolja az egyes fizikai mennyiségek változását az összefüggésekben lévő paraméterek megváltozása. A fenti vizsgálat során állandó értéken tartottuk a következő adatokat:

Csőátmérő	$D=50\text{mm}$
Anyagsebesség az ív elején	$v_{a1}=10\text{m/s}$
Anyag tömegáram	$\dot{m}_a = 10\text{t/h} = 2.78\text{kg/s}$
Az ív sugara	$R=1\text{m}$



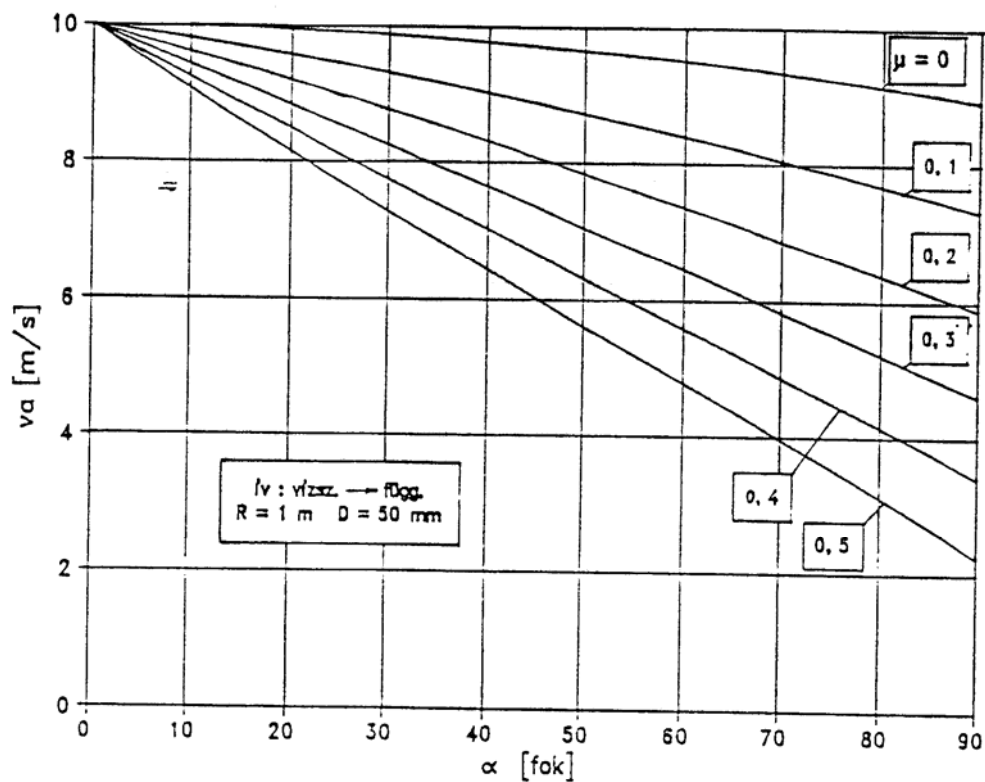
4.20. ábra. Az anyagsebesség változása a szög függvényében. Paraméter: az ív térbeli helyzete

A 4.20. ábrában az ívben mozgó anyagrészecskék sebessége látható a középponti szög függvényében a különböző térbeli elhelyezkedésű íveknél.

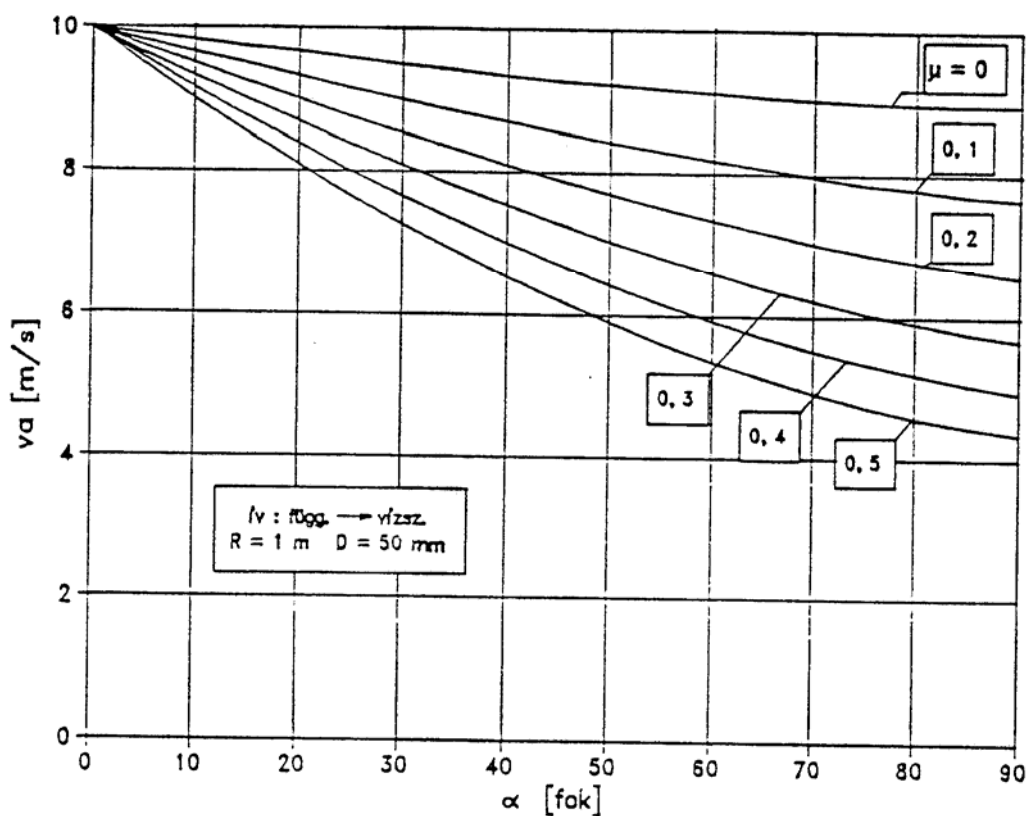
A vízszintes síkú ívben, valamint a függőleges síkú, függőlegesen induló ív esetén az anyagsebesség csökkenésének legnagyobb értéke az ív elején adódik, amint ez a 4.86. összefüggésből is közvetlenül belátható. Fentiekől eltérően a függőleges síkú, vízszintesből induló ív anyagsebesség görbéjének inflexiója van és a nagy sebességcsökkenés az ívbe történő belépésnél és az ív végénél adódik. Az ívet elhagyó anyag „ v_{a2} ” sebessége legkisebb a

vízszintesből függőlegesbe vezető ívnél (azaz az anyag lefékeződése itt a legnagyobb), míg legnagyobb a vízszintes síkú ív esetében.

A 4.21. ábrában a függőleges síkú, vízszintesből induló ívnél láthatjuk az anyagsebesség változását az ív mentén. A görbesereg paramétere a „ μ ” súrlódási tényező.

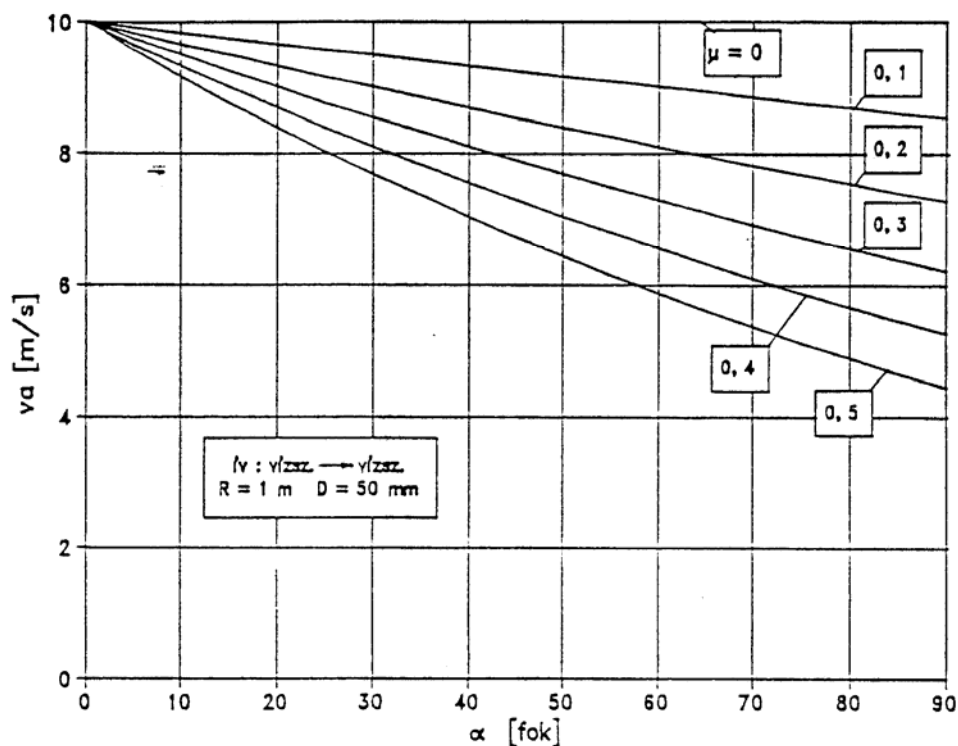


4.21. ábra. Az anyagsebesség változása a szög függvényében vízszintesből függőlegesbe forduló ív esetén. Paraméter: a súrlódási tényező

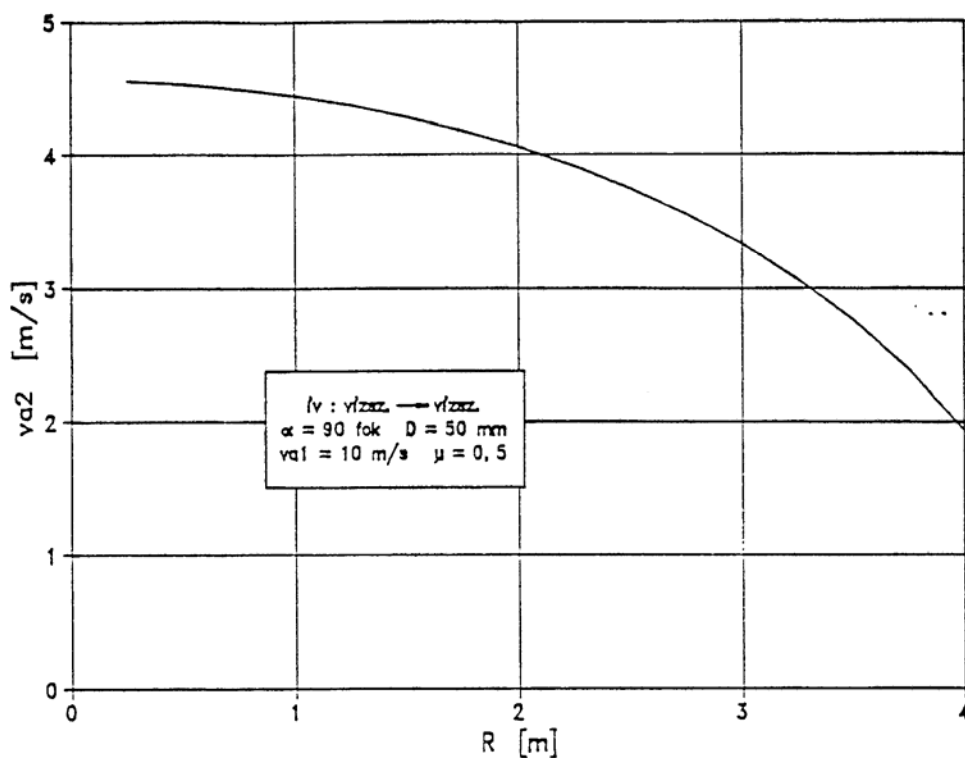


4.22. ábra. Az anyagsebesség változása a szög függvényében függőlegesből vízszintesbe forduló ív esetén. Paraméter: a súrlódási tényező

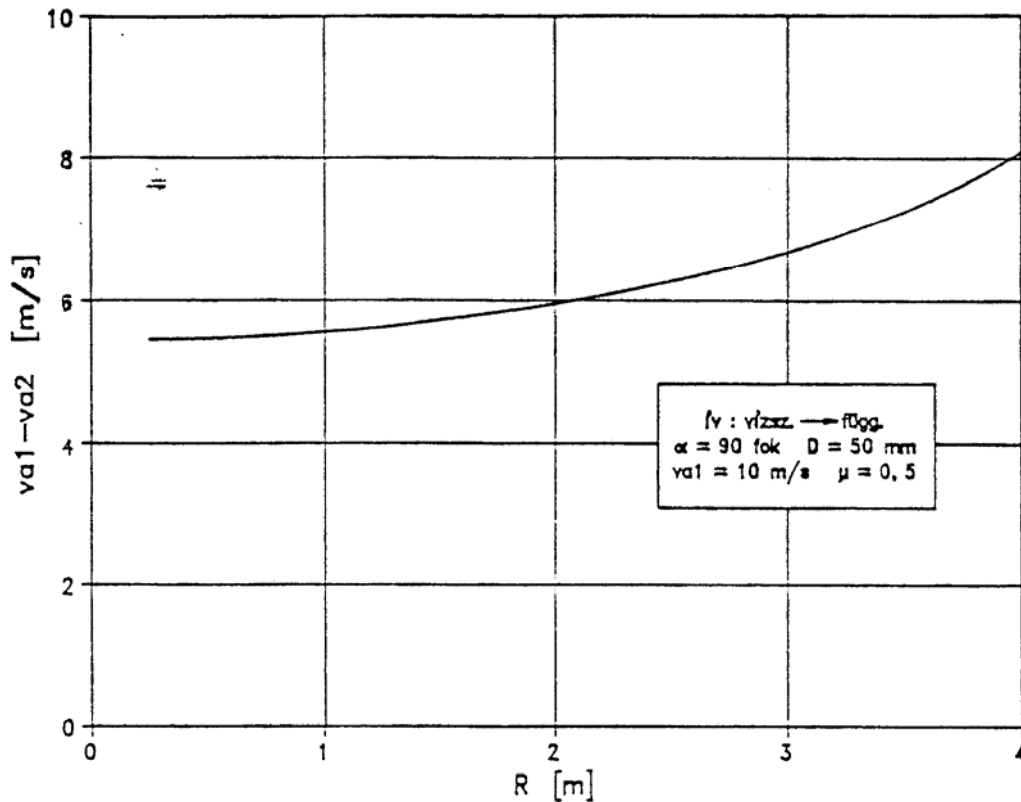
A 4.22. és a 4.23. ábrákban ugyanezen paraméter befolyását láthatjuk, de a függőleges síkú, függőlegesből induló ívnél, illetve a vízszintes síkú ívnél.



4.23. ábra. Az anyagsebesség változása a szög függvényében vízszintes síkú ív esetén. Paraméter: a súrlódási tényező



4.24. ábra. Az ívből kilépő anyag sebessége a görbületi sugár függvényében
A 4.24. ábrában a vízszintes síkú ívből kilépő „ v_{a2} ” sebesség értékeket ábrázoltuk a különböző sugarú ívek esetében.



4.25. ábra. Az anyagsebesség csökkenése az ívben a görbületi sugár függvényében

A 4.25. ábrában a „ $v_{a1}-v_{a2}$ ” sebesség csökkenést ábrázoltuk a vízszintes síkú ív esetében. Ez az érték arányos az ív nyomásesésével. A 4.24. és 4.25. ábra magyarázata a modell energetikai értelmezéséből közvetlenül adódik, hiszen a görbületi sugár növekedésével a súrlódó erő munkája az úthossz növekedésének következtében változik meg.

4.9.5. Számpélda a függőleges síkú, vízszintesből induló 90°-os ív nyomásesésének meghatározására

A példa stacionárius szállítási adatai a következők:

Görbületi sugár	$R=1\text{m}$
Csőátmérő	$D=38\text{mm}$
Az ívbe belépő anyag sebessége	$v_{a1}=10\text{m/s}$
A szállított anyag tömegárama	$\dot{m}_a = 10\text{t} / \text{h} = 2.78\text{kg} / \text{s}$
Az ív középponti szöge	$\alpha=90^\circ$
Anyagsebesség értéke a csatlakozó függőleges csőben	$v_{af}=6\text{m/s}$
Súrlódási tényező	$\mu=0.3$

A 4.70. egyenlet dimenziótlan állandói az alábbi értékűek:

$$\pi_1 = \frac{v_{a1}^2}{gR} = \frac{10^2}{9.81 \cdot 1} = 10.194$$

$$\pi_2 = \frac{2(1 - 2\mu^2)}{\pi_1(1 + 4\mu^2)} = \frac{2 \cdot (1 - 2 \cdot 0.3^2)}{10.194 \cdot (1 + 4 \cdot 0.3^2)} = 0.118$$

$$\pi_3 = \frac{2\mu}{\pi_1(1 + 4\mu^2)} = \frac{6 \cdot 0.3}{10.194 \cdot (1 + 4 \cdot 0.3^2)} = 0.13$$

Ezzel a 4.70. egyenletből az ívet elhagyó anyagsebesség értékére kapjuk, hogy:

$$v_a^* = \frac{v_a}{v_{a1}} = \left[(1 - \pi_2) e^{-2\mu\alpha} - \pi_3 \sin \alpha + \pi_2 \cos \alpha \right]^{1/2} = \left[(1 - \pi_2) e^{-2\mu\pi/2} - \pi_3 \right]^{1/2} =$$

$$= \left[(1 - 0.118) e^{-2 \cdot 0.3 \cdot \pi/2} - 0.13 \right]^{1/2} = 0.462$$

$$\text{Ezzel } v_{a2} = v_{a1} v_a^* = 10 \cdot 0.462 = 4.62 \text{ m/s}$$

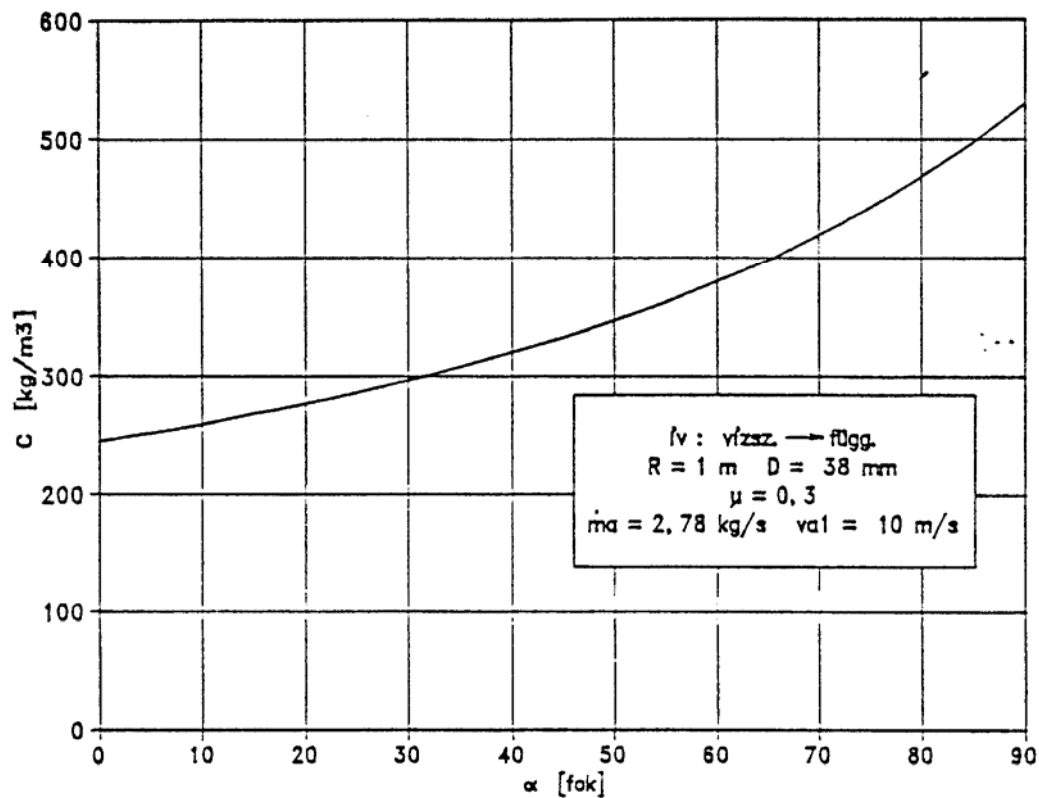
Az ív nyomásesése ezek után $A = \frac{D^2 \pi}{4} = \frac{0.038^2 \pi}{4} = 0.001134 \text{ m}^2$ figyelembe vételével:

$$\Delta p_{iv} = \frac{\dot{m}_a}{A} (v_{af} - v_{a2}) = \frac{2.78}{0.001134} (6 - 4.62) = 3380 \text{ Pa}$$

A koncentráció az ív elején: $C_1 = \frac{\dot{m}_a}{Av_{a1}} = \frac{2.78}{0.001134 \cdot 10} = 245 \text{ kg/m}^3$

Az ív végén pedig: $C_2 = C_1 \frac{v_{a1}}{v_{a2}} = 245 \cdot \frac{10}{4.62} = 530 \text{ kg/m}^3$

A 4.26. ábrában a koncentráció értékének változása látható az „ α ” szög függvényében.



4.26. ábra. A koncentráció ív menti változása