

1. MÉRÉS

KIFUTÁSI GÖRBE ÉS SÚRLÓDÁSI NYOMATÉK MÉRÉSE EGYENÁRAMÚ MOTORON

1. Bevezetés

A mérés célja

A mérés célja egy elektromotor kikapcsolása után bekövetkező tranziens $n(t)$ fordulatszám függvény (kifutási görbe) meghatározása, abból pedig az $M_s(n)$ súrlódás meghatározása a motor fordulatszámának függvényében. A mérés során megismerkedünk az NI adatgyűjtő kártyával gyűjtött adatok MatLab-ban történő feldolgozásával és kiértékelésével. A görbék jellemző paramétereinek meghatározásához a Savitzky-Golay simítást alkalmazunk.

A mérés rövid leírása:

A mérés során feszültséget helyezünk egy ismert tehetetlenségi nyomatékú villanymotorra. A villanymotorokon mérjük a kapocsfeszültséget, majd kikapcsoljuk a motort. A feszültségjeleket az adatgyűjtő-kártya segítségével rögzítjük, egészen a motor megállásáig. A mért feszültség közel arányos a fordulatszámmal, amely arányossági tényező ismert. A fordulatszámból a Savitzky-Golay simítással meghatározzuk a szöggyorsulást (valójában lassulást), abból pedig a tehetetlenségi nyomaték ismeretében a súrlódási nyomatékot.

2. Mérés során használt eszközök

A méréshez használható berendezés

A mérés során a motor tartóját egy, az 1. ábrán látható 3D nyomtatással készült ABS műanyag keret adja.



1. ábra Motor a tartóváza szerelve. Ügyeljünk az agy és a póttömeg közti, piros nyíllal jelzett részre.

A pontosabb mérés érdekében egy póttömeget rögzítünk a tengelyre, mellyel a kifu-
tási ábra és így a súrlódási nyomaték pontosabban meghatározható. A póttömeg rögzíté-
sekor ügyeljünk arra, hogy a motor agya és a tömeg között rést képezzünk! Rés nélkül
többlet nyomaték keletkezne, mely meghamisítaná a kapott eredményeket.

A méréshez használható szenzorok

A mérés során szenzorként maga az egyenáramú motor szolgál, ennél ugyanis a
fordulatszám és a bekapcsolt állapotban felvett (kikapcsolt állapotban pedig generált) fe-
szültség között olyan mértékű korreláció van, amely lehetővé teszi a motor szenzorként
való használatát.

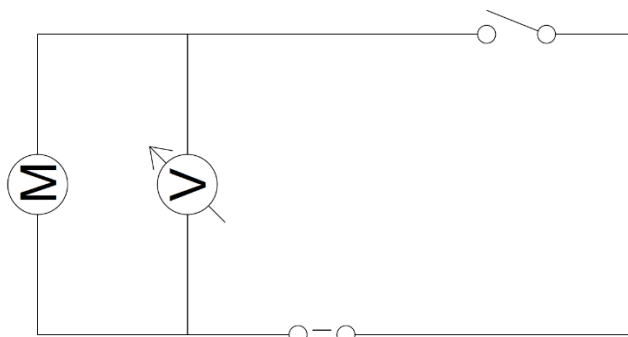
3. A mérés leírása

Először a villanymotor tengelyének végére rászerejlük a plusz tehetetlenségi nyo-
matékat. Második lépésben a mérőkört kell összeállítani oly módon, hogy:

- A motor áramellátása hirtelen megszakítható legyen (kapcsoló beépítése).
- A motor forgórésze által generált feszültség a kikapcsolás után is mérhető
legyen.

**Megjegyzés: A mérőkört az összeállítás után a mérésvezető oktatónak ellenőriz-
nie kell! Ellenőrzés előtt a rendszert feszültség alá helyezni tilos!**

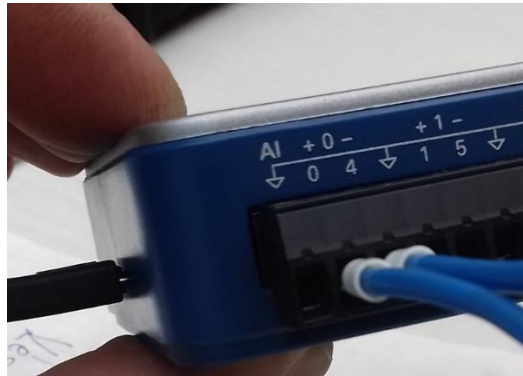
A mérés során a 2. ábrán látható kapcsolást kell kialakítani.



2. ábra A kapcsolás elvi sémája. A feszültségmérő funkcióját a számítógépre kapcsolt NI
adatgyűjtő látja el. A megszakítást úgy kell elhelyezni, hogy a motor által generált fe-
szültség kikapcsolás után is mérhető legyen.

Ezek után az egyenáramú motort 5 V-os feszültséggel táplálva járattjuk, majd (az
adatgyűjtő segítségével) feljegyezzük az n, t párokat 5 másodpercen keresztül 1 kHz min-
tavételezési-frekvenciával úgy, hogy a mérés kezdete után kb. 1-2 másodperccel a motort
kikapcsoljuk. Mivel DC motor kapcsain mérhető feszültség és a fordulatszám között
egyenes arányosság áll fenn, ezért a kikapcsolás után generált feszültség segítségével, az
arányosságot jellemző K_v [RPM/V] érték ismeretében a fordulatszám meghatározható. A
mérés során rögzítjük az adatgyűjtővel a generált feszültség értékeket.

A mérés végrehajtásához a MatLab-ban egy ún. session-t kell létrehozni. Az NI adatgyűjtőt fel kell ismertetni a MatLabbal, majd létre kell hozni egy csatornát mellyel az ai0-ás bemenetet használjuk differenciális módban. Az adatgyűjtő MatLab-on keresztül történő használatához szükséges parancsokat a honlapon fent lévő „MatLabAlapvetőParancsok.m” Matlab fájl tartalmazza.



3. ábra Az ai (analog input) 0-s csatorna használata a mérés során.

A méréshez egy 5 s időtartamig mérő munkafolyamatot kell létrehozni, mely összegyűjti a nyers adatokat képező (U, t) párokat 1000 Hz-es mintavételezési frekvenciával.

Összefoglalva a mérés menete:

1. Az 2. ábrán látható kapcsolás létrehozása, és ellenőriztetése a mérésvezető oktatóval
2. Az NI adatgyűjtő bekötése a feszültségmérő helyére a 3. ábrának megfelelően a 0 és 4 pozíciókra. (Esetlegesen a kapcsolás tesztelése)
3. A mérést elvégző MatLab munkafolyamat kódjának megírása.
4. A nyers adatokat a mérésvezetőnek be kell mutatni.
5. A MatLab kód kiegészítése az adatfeldolgozást elvégző sorokkal.

4. A mérés kiértékelése

Az elektromotor fordulatszámfüggő súrlódási nyomatékának $M_s(n)$ meghatározásához szükségünk van a motor menetábrájára $n(t)$. A kikapcsolás után a motor forgórésze a súrlódási nyomaték hatására fokozatosan lassul, majd megáll. Az $U(t)$ függvény és a K_v érték ismeretében az $n(t)$ függvénykapcsolat meghatározható.

A súrlódási nyomaték Newton II. törvénye alapján:

$$M_s(t) = \Theta \varepsilon(t),$$

ahol Θ [$\text{kg} \times \text{m}^2$] a tehetetlenségi nyomaték, $\varepsilon(t)$ pedig a szöggyorsulás (most negatív, azaz lassulás), amit a menetábra deriváltjaként kapunk. A tehetetlenségi nyomaték a jelen mérés során két részből áll:

$$\Theta = \Theta_m + \Theta_p,$$

ahol Θ_m a motor tehetetlenségi nyomatéka, amely egy korábbi mérésből ismert, Θ_p pedig a póttömeg tehetetlenségi nyomatéka. A póttömeg tehetetlenségi nyomatékának számításakor elegendő a nagyobb átmérőjű hengert figyelembe venni, mivel a kis átmérőjű résznek és a furatnak a tehetetlenségi nyomatéka elhanyagolható. Ezzel az egyszerűsítéssel az alábbi egyenlet alkalmazható:

$$\Theta_p = \frac{1}{2} m_p r_p^2,$$

ahol m_p [kg] a póttömeg tömege, r_p [m] a póttömeg sugara. A póttömeg számításához szükséges adatai:

- $r_p = 20$ [mm] – a póttömeg sugara
- $h_p = 3,9$ [mm] – a póttömeg magassága
- $\rho_p = 8960$ $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$ – a póttömeg anyagának sűrűsége

Megjegyzés: Zajjal terhelt méréseknél gyakran alkalmaznak különböző simításokat. A simítások egyik célja lehet a kapott görbék minél egyszerűbb leírhatósága, azaz hogy a görbe jellege minél kevesebb paraméter értékkel leírható legyen. Különösen nagy jelentősége van azonban a simításoknak akkor, ha a zajjal terhelt mérési adatak mögött rejlő függvény deriváltjára van szükség. Ilyen esetekben, mivel a zaj nem függ a mintavételezési frekvenciától, a mintavételezési darabszám növelésével egy határon túl a számláló nem, kizárólag a differenciahányados nevezőjében szereplő mennyiség (most dt) fog csökkenni. Könnyen belátható, hogy dt finomításával a differenciahányados szórása minden határon túl növekszik. (Nem igaz tehát az az elsőre igaznak tűnő állítás, hogy pusztán a felbontás finomításával az eredmények pontosabbá válnak. A számítógépek és a mérőeszközök kapacitásának növeléséből adódó lehetőségek egy nem kellően átgondolt numerikus modell esetében az eredmények megbízhatatlanságához vezetnek. A Savitzky-Golay simítás részleteit az előadásjegyzet 5.1 fejezete ismerteti részletesen.) Esetünkben tehát nemcsak a könnyű leírhatóság miatt, hanem a szöggyorsulás kiszámításához is szükség van, ez ugyanis a menetábra idő szerinti deriváltjának konstans-szorosa.

A mérés kiértékeléséhez először a nyers adatok simítását kell elvégeznünk Savitzky-Golay módszerrel. Ennek lényege, hogy minden mérési adatpontot „helyesbítünk” a következőképpen.

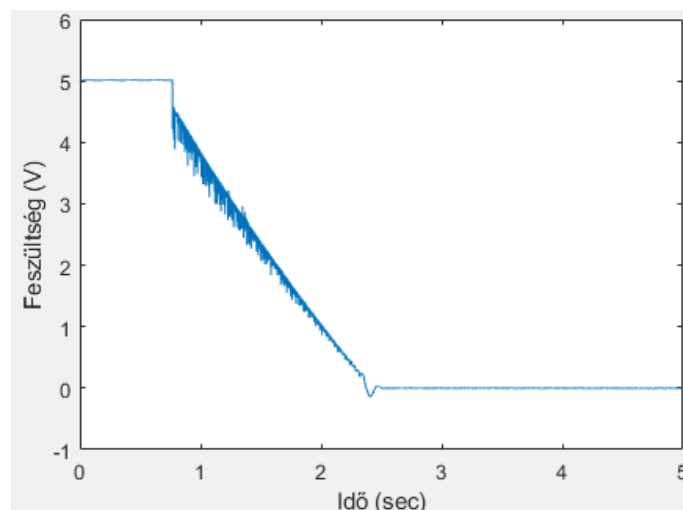
- Minden pont körül jobbra és balra szimmetrikusan veszünk egy n elemű ponthalmazt („ablakot”). A szimmetriából következik, hogy az „ablakhossz” (ami valójában mérési pont darabszám (n)) páratlan lehet csak, hiszen a kiigazítandó pont is része az ablaknak ($(n-1)/2$ elemet veszünk fel balra és jobbra is.).

- A ponthalmazra egy p -ed fokú polinomot illesztünk úgy, hogy az ablak pontjaiban a mért értékek és a polinom helyettesítési értékei közötti eltérés négyzetösszege az ablak összes pontjára nézve minimális legyen. Ezen polinomnak az ablak közepén (azaz a kiigazítandó pontban) felvett értéke lesz a kiigazított érték.
- A fenti két lépést minden pontra megismételve (az ablakot végigtolva) kapjuk a simított ponthalmazt. Ebből következik, hogy az első $(n-1)/2$ pont esetében a módszer „mankóra” szorul, ezen pontok esetében valamilyen módszerrel segédpontok előállítása szükséges. Ennek részleteivel az előadás foglalkozik. A mérés során csak arra kell ügyelnünk, hogy az adatgyűjtés megkezdése után a motort nem szabad sem túl korán sem pedig túl későn kikapcsolni, így az „ablaktranzienseknek” nem lesz hatása a mérésre.

Látható, hogy a módszer nagyobb mozgásteret enged a sima átlagolós módszerekhez képest, ugyanis míg azoknál csak az ablakhossz változtatható, addig ezzel a módszerrel az illesztés fokszáma is. (Valójában mindkét módszernél az ablak pontjai különböző mértékben súlyozhatók is, ám ekkor is igaz az, hogy a Savitzky-Golay simítás esetében eggyel több paraméter változtatható.) A többletparaméterből adódóan a módszer egyik előnye, hogy jó választással a magasabb frekvenciákat megtartó simítást kaphatunk, hátránya viszont, hogy lehetőség nyílik értelmetlen választásokra is:

- a) n -méretű ablakra $n-1$ fokú polinom illesztése értelmetlen, így a polinom mind az n ponton át fog haladni, így a javítandó ponton sem lesz kiigazítás.
- b) Az ablakhossz határtalan növelésével és alacsonyfokú polinom illesztésével a javítandó pontoktól távol eső pontok nagy súllyal esnek latba a javítás során, így esetleg túl távoli és ezért nem releváns pontok elkezdhetik meghamisítani a zaj mögött feltárni kívánt jelenséget.

Az alábbi ábrán látható egy nyers (U,t) adatsor.



4. ábra Nyers (U,t) párok. A motor kikapcsolási időpontjának megválasztásával az ablaktranziensek elkerülhetők. A jel ingadozását a zaj mellett a pólusváltásból adódó ingadozások is terhelik.

A Savitzky-Golay simítás további nagy előnye, hogy egyenközü mintavételezés esetén a simított érték megadható zárt alakban az ablakpontokban mintavételezett értékek függvényeként. További nagy előnye, hogy – mivel a mintavételezett értékek együtthatóit négyzetösszeg minimalizálásával határozzuk meg – a javított érték az ablakba tartozó mért értékek lineáris függvénye. Így az együtthatók kizárólag az ablakszélesség és az illeszteni kívánt polinom fokszámától függenek. Az eljárás MatLab-ban a következőképpen alakul:

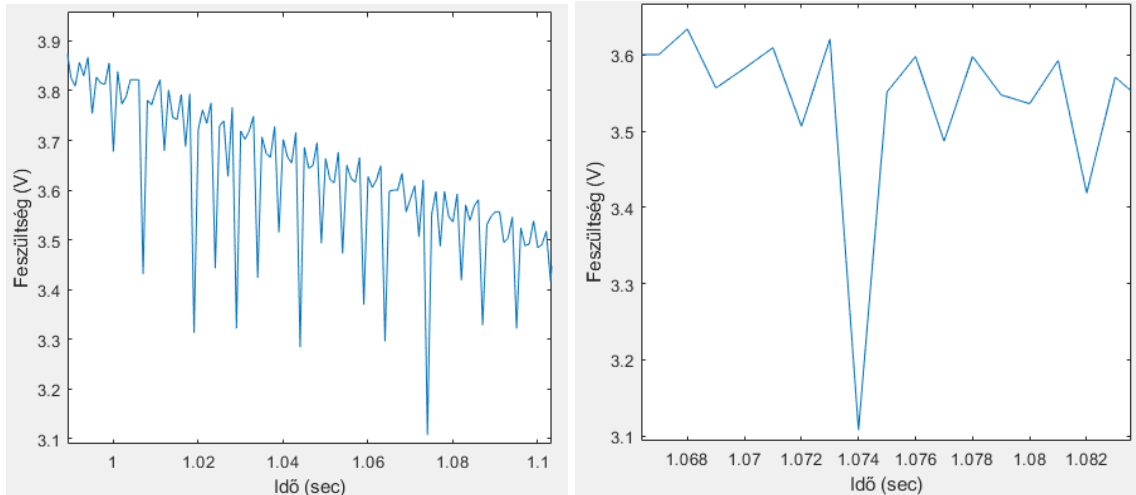
```
[~,g] = sgolay(polinomorder,windowlength);
```

Az `sgolay` parancs a `windowlength` × `polinomorder` méretű `g` mátrixot megtölti azokkal az együtthatókkal, amelyek a `windowlength` ablak elem darabszámhoz és `polinomorder` fokú (például másodfokú) polinom illesztéshez tartoznak. A `g` mátrix első oszlopa az adathalmaz simításához szükséges együtthatókat tartalmazza, míg második oszlopa a simított adathalmaz deriváltjához tartozó együtthatók konstansszorosait tartalmazza. Mivel nekünk a szöggyorsuláshoz az első derivált is kell, ezért a mátrix első és második oszlopát használjuk:

```
p=0;  
filtered_data = conv(data, factorial(p)/(-dt)^p * g(:,p+1), 'same');  
p=1;  
filtered_data_der = conv(data, factorial(p)/(-dt)^p * g(:,p+1), 'same');
```

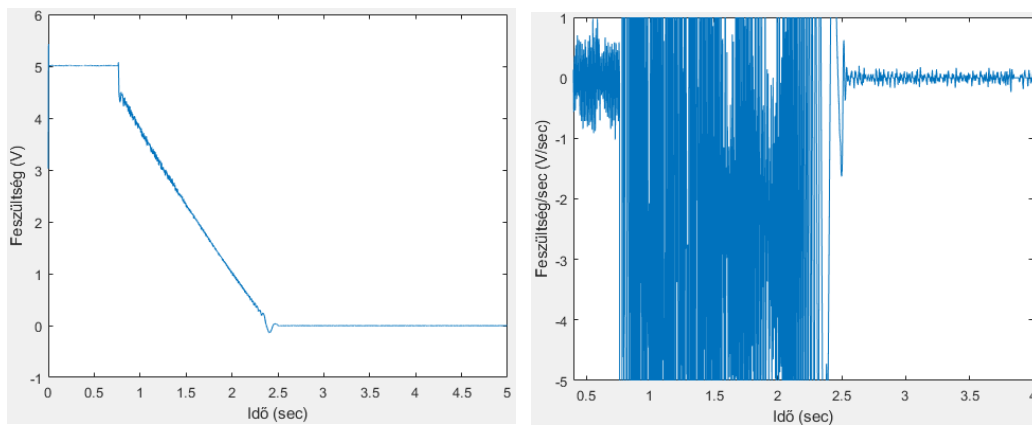
A fenti függvényhívásokban a $(-dt)^p$ azért kell, mert a mérési pontok egymástól nem egységre, hanem dt távolságra vannak. A deriválthoz tartozó együtthatókat pedig a `g` mátrix oszlopaikat a deriválás fokszámának faktoriálisával megszorozva kapjuk a derivált előállításához szükséges együtthatókat. A `conv` függvény jelen esetben a matematikában függvényekre definiált konvolúciót vektorokra („diszkrét függvényekre”) alkalmazza. A konvolúció művelet végzi el az ablak „végigtolását” az mért értékek halmazán. A fenti lépések eredményeképpen a `filtered_data` vektorba a simított adatokat, míg a `filtered_data_der` vektorba pedig a simított deriváltat kapjuk meg, melyből megfelelő konstanssal való szorzás után a szöggyorsulás megkapható. (A `'same'` argumentum arra utal, hogy ahol a simítás nem elvégezhető (jel elején és végén), ott is adjon értékeket a program. Ahol nem áll rendelkezésre érték, ott 0-nak veszi a program a jelet. Be lehet kapcsolni a `'valid'` opciót is. Ilyenkor viszont a kezdeti és a vég értékeket levágja a program, és az eredeti, simítandó vektornál rövidebb vektort ad vissza.)

A Savitzky-Golay simítás beállításainak megválasztásához közelebbről kell megvizsgálni az adatsort. Ez látható az 5. ábrán, melynek jobb oldali paneljén látható, hogy nagyságrendileg egy 10 elemű ablak ennél a mintavételezésnél akár első vagy másodfokú polinommal alkalmas lehet a pólusváltások által is zajossá tett jel simítására.

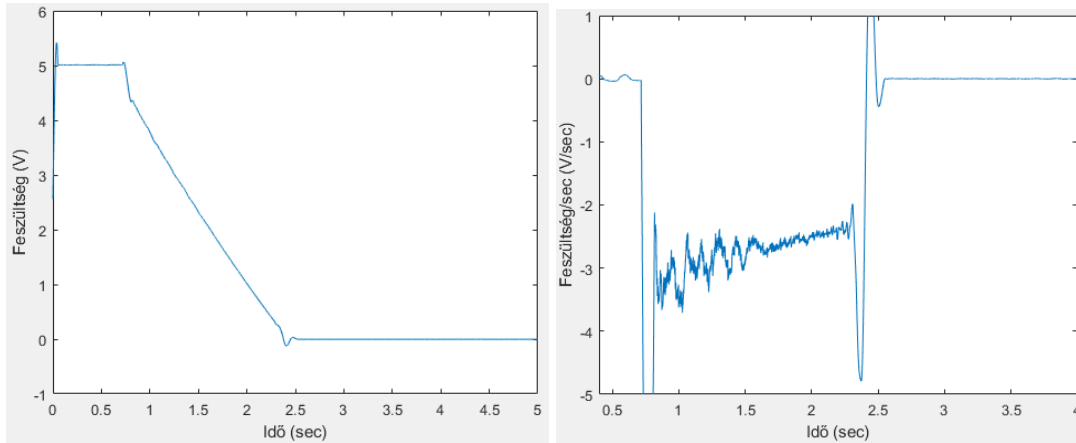


5. ábra Nyers (U, t) adatok 0.1 s (bal) és 0.01 s intervallumokon. A bal oldali panelen látható periodicitás a motor (tekeréskor szabad kézzel is érzékelhető) pólusváltásaira utal. Ez elvben nem zaj, azonban a súrlódási nyomaték meghatározásához egy – leginkább a bal panel lokális csúcsai által kijelölt – egyeneshez tartozó nyomatékot kívánunk meghatározni, így a simítással ezeket az oszcillációkat is átlagolni kívánjuk.

Ahogy azt az 5. ábra bal oldala mutatja, egy $n=11$ -es ablak esetén a 2-od fokú polinommal illesztett jel már elfogadhatóan simított. Mivel azonban a szöglassulás meghatározásához a jel idő szerinti deriváltjára is szükség van, ezért legalább egy nagyságrenddel nagyobb ablakhossz választása szükséges. Ez látható a 6. ábrán



6. ábra Simított (U, t) adatok 11 pontos ablakkal, másodfokú illesztéssel. A szöglassulás meghatározásához szükséges derivált még túlzottan zajos.



7. ábra Simított (U, t) adatok 101 pontos ablakkal, másodfokú illesztéssel. Ebben az esetben már a derivált ingadozása a feltárni kívánt jelenséghez tartozó tényleges változásokat mutatja, nem zaj.

A megfelelően beállított simítási paraméterek után a motortestekre ráírt K_V és Θ_m , valamint a póttömeg Θ_p értékének ismeretében a 6. ábrán látható görbékből előállíthatók az $n(t)$, és $\varepsilon(t)$ görbék, végül pedig az $M_s(n)$ ábra is:

$$n(t) = K_V * U(t)$$

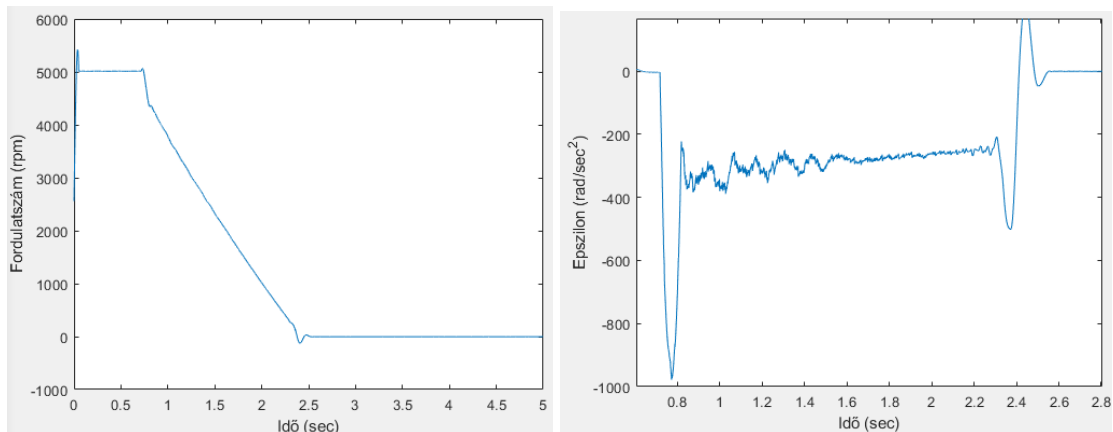
Mivel a szöggyorsulás a szögsebesség idő szerinti deriváltja, ezért:

$$\varepsilon(t) = 2\pi * K_V \frac{dU(t)}{dt}$$

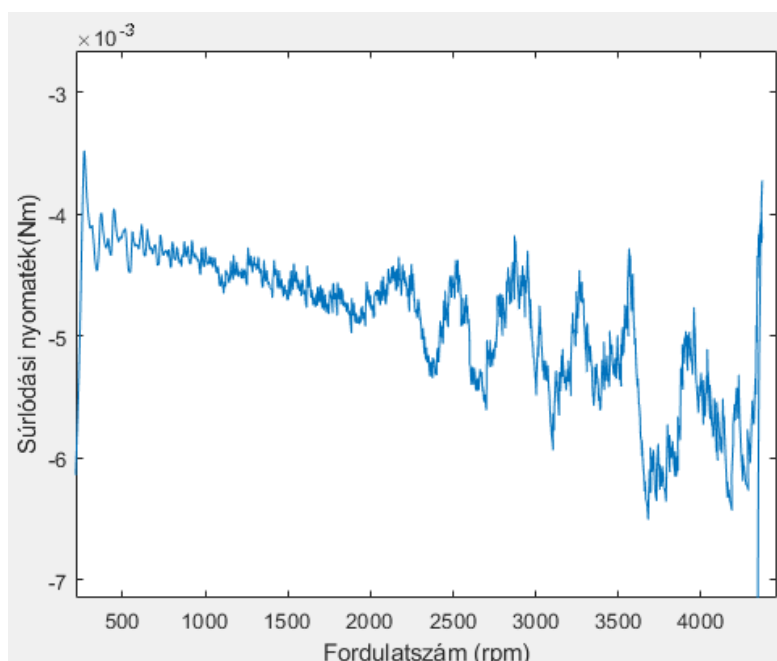
Ebből pedig:

$$M_s(t) = \Theta * 2\pi * K_V \frac{dU(t)}{dt}$$

Mivel mind az n , mind pedig az M_s vektorok esetében azonos index azonos időpontot is jelent egyben, ezért az (M_s, n) párok diagramban történő ábrázolásával megkapjuk az $M_s(n)$ görbét. Az így kapott görbe a kifutási szakaszt jellemzi, így az ábrázolás előtt szükséges a levágni a vektorok stacioner állapothoz tartozó részeit. (Megjegyezzük, hogy a szűrt jel elején látható egy felfutás, ami a mérésben nem. Ennek az oka a szűrés-módjában keresendő. Az ott lévő értékek számításánál a szűrő számára nem áll rendelkezésre korábbi adat ezért azokat nullának veszi. Ezért tűnik úgy mintha 0 fordulatszámról indult volna a mérés.)



8. ábra Simított adatokból előállított $n(t)$ és $\varepsilon(t)$ görbék.



9. ábra A végeredményként előállítandó $M_s(n)$ görbe. A Golay simítás ablaktranziensei miatt az M_s vektorok bizonyos részeit figyelmen kívül kell hagyni.

5. A jegyzőkönyv tartalma

Minimum követelmény

A jegyzőkönyvnek tartalmaznia kell a mérés során használt berendezések adatait olyan mértékben, hogy abból mindegyik beazonosítható legyen utólag, így szükség esetén a mérés megismételhető legyen. Tartalmaznia kell továbbá a számításokhoz használt minden képletet. Egy adott mérési pontban minden értéket be is kell helyettesíteni. Az 1-2 és az 5-6 ábrák kivételével minden olyan ábra elkészítendő a jegyzőkönyvben, amely a mérés-leírásban megtalálható, így az esetleges hibák feltérképezése gyorsabbá és egyszerűbbé válik.

Extra pontért

- A póttehetetlenségi nyomatékkal és a nélkül is elvégezve a mérést a motor tehetetlenségi nyomatékának meghatározása csak a fordulatszámától függő súrlódási nyomatékot feltételezve.
- A pólusváltás frekvenciája látszik a feszültségjelben. A motor kikapcsolása előtti jelrész gyors Fourier-transzformáltjából a fordulatszám meghatározása, abból pedig a K_v érték becslése.
- A jelből wavelet transzformációval a menetábra kiszámolása K_v érték ismerete nélkül.

6. Felkészülést segítő és ellenőrző kérdések

1. Mit ábrázol egy kifutási görbe? Mik vannak a tengelyein? Rajzoljon egy tipikus kifutási görbét!
2. Számíthatunk-e deriváltat nyers (zajos) adatokból? Hogyan tudjuk az eredményt megbízhatóbbá tenni?
3. Mi a Savitzky-Golay eljárás lényege? Milyen paramétereket kell rögzíteni?
4. A Savitzky-Golay eljárás paraméterterének mely részeit érdemes elkerülni? Miért?

Hasznos hivatkozások

- HDS honlap: MatLab alapvető parancsok
- Mérés, jelfeldolgozás, elektronika előadásjegyzet
- https://mersz.hu/hivatkozas/m468jelfel_28#m468jelfel_28 (Savitzky–Golay simítás, egyetemi hálózatról ingyenes elérhető)
- MatLab dokumentáció „sgolay” és „Hardware Discovery and Session Setup” c. fejezetei
- https://en.wikipedia.org/wiki/Savitzky%E2%80%93Golay_filter